

Bolasso を用いたびまん性肺疾患画像の特徴選択

遠藤 瑛泰^{1,a)} 永田 賢二^{2,3} 木戸 尚治⁴ 庄野 逸^{1,b)}

概要：びまん性肺疾患は肺 CT 画像において異常陰影が見られる病気であり、早期の発見と適切な治療が求められている。陰影は病変の性状を示しており、びまん性肺疾患の疾患の特定や進行の確認といった診断の手がかりとなる。そこで、画像より抽出した特徴から有効な特徴の特定と陰影の解釈を試みた。本論文では、特徴選択手法として Bolasso を適用し、各陰影の解釈に適した特徴の絞り込みを行った。Bolasso は Lasso とブートストラップ法を組み合わせた特徴選択手法である。この手法は、データの再標本と Lasso の適用を繰り返すことで得られる組み合わせ集合から、有効な特徴を推定する。実験では、人工データを用いて Bolasso の有効性を示し、びまん性肺疾患を含む肺 CT 画像に対して、解釈に有効な特徴の推定と評価を行った。

キーワード：特徴選択, スパース推定, Bolasso, びまん性肺疾患, テクスチャ特徴

Feature Selection for Diffuse Lung Disease Images by Bolasso

AKIHIRO ENDO^{1,a)} KENJI NAGATA^{2,3} SHOJI KIDO⁴ HAYARU SHOUNO^{1,b)}

Abstract: Diffuse lung disease is diseases with abnormal shadows on lung CT images, and requires early detection and appropriate treatment. These shadows indicate the nature of the lesion and provide clues to the diagnosis such as identification of the disease and confirmation of the progression. Therefore, we tried to select features which express shadows well from features extracted from images and interpret shadows. In this paper, we applied Bolasso as a feature selection method, and narrowed down the features suitable for interpretation of each shadow. Bolasso is feature selection method which is combination of Lasso and bootstrap method. This method estimates effective features from feature combination sets obtained by repeating data resampling and selecting features using Lasso. In the experiment, we used artificial data to show the effectiveness of Bolasso, and for lung CT images including diffuse lung disease, we estimated effective features for interpretation and evaluated.

Keywords: Feature Selection, Sparse Estimation, Bolasso, Diffuse Lung Disease, Texture Feature

1. はじめに

びまん性肺疾患とは、肺の広範囲に病変が分布している病気である。びまん性肺疾患は日本国内において難病指定されている病気であり、早期の発見と症状に適した治療が求められている [10]。図 1 に肺で見られる陰影の例を示す。

正常な肺は空気で満たされている一方で、びまん性肺疾患患者の肺では肺泡領域の線維化による蜂巣状影、肺胞内の様々な充填物による浸潤性陰影やすりガラス状影、網状影などの異常陰影が観測される。これらの異常陰影は病変の性状を示しており、びまん性肺疾患の疾患の特定や進行の確認といった診断の手がかりとなる。そのため、びまん性肺疾患の診断において画像所見は重要な立ち位置を占めている。そのような肺 CT 画像に対して計算機診断支援システムのような計算機による解析を行うことで、びまん性肺疾患で現れるような異常陰影を効率的かつ早期の発見が期待できる。

¹ 電気通信大学大学院情報理工学研究所

² 物質・材料研究機構 統合型材料開発・情報基盤部門 材料データプラットフォームセンター

³ 科学技術振興機構 さきがけ

⁴ 大阪大学大学院 医学系研究科

a) e1830017@edu.cc.uec.ac.jp

b) shouno@uec.ac.jp

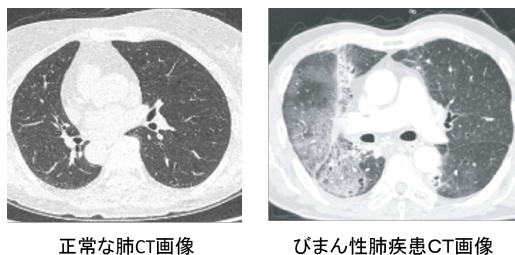


図 1 びまん性肺疾患陰影の例。左側の正常な肺に比べ、びまん性肺疾患患者の肺では白い陰影が広域で見られる。

これまでのびまん性肺疾患を対象とした先行研究では様々な手法による解析が行われている。画像認識の分野において大きな成果を示している深層畳み込みニューラルネットワーク (Deep Convolutional Neural Network; DCNN) を用いた解析では、十分な陰影分類が可能であることが報告されている [6]。しかしその一方で、DCNN の分類における判断根拠は未だ不明瞭であり、内部においてどのような特徴表現に着目しているのかといった解釈は非常に困難である。結果やモデルにおける解釈は、予測における信頼性を担保する役割を担っており、医用分野においては非常に重要である。解釈が容易な手法として、与えられた特徴から必要な特徴を特定する特徴選択が考えられる [4] [8]。これまで、組み合わせ探索やスパース推定による特徴選択が適用されているが、選択した特徴の妥当性に関しては分類性能に依存しているため、十分でないことが懸念される。特に、Lasso による特徴選択はデータセットに対して敏感であり、条件によって得られる結果や解釈が異なる恐れがある [3] [9]。

本論文では、Bach によって考案された特徴選択手法である Bolasso [1] を適用し、びまん性肺疾患の陰影分類に関する特徴選択を行った。Bolasso はスパース推定の枠組みで特徴を選択する Lasso [7] とブートストラップ法 [2] を組み合わせた手法であり、選ばれた特徴はデータに対して頑健であり、解釈においても有効であると考えられる。実験では、人工データを用いて Bolasso の有効性を示すとともに、びまん性肺疾患画像の陰影分類に対して Bolasso を適用し、解釈に有効な特徴の推定と評価を行った。

2. 手法

本論文では、2 値分類を行う線形識別器を考える。与える入力を $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ とし、0 か 1 で表されたラベル y の予測を行う。 p は \mathbf{x} の特徴の数である。 N 個の入力データを $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N)$ 、対応するラベルデータを $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ とする。線形識別器による入力の各次元に対応する重みパラメータを $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_p)$ 、バイアスパラメータを w_0 としたとき、 \mathbf{X} に対する予測ラベル $\hat{\mathbf{y}}$ を以下のように定義する。

$$\hat{\mathbf{y}} = \text{sign}(\mathbf{w}^\top \mathbf{X} + w_0) \quad (1)$$

$\text{sign}(z)$ は $z > 0$ のとき 1 を、 $z \leq 0$ のとき 0 を出力する関数である。このとき、予測ラベル $\hat{\mathbf{y}}$ が実際の \mathbf{y} と一致するように、つまり目的関数 $E(\mathbf{w})$ を最小化するように \mathbf{w} と w_0 の最適化を行う。

$$E(\mathbf{w}) = \sum_{n=1}^N (\mathbf{y}_n - \text{sign}(\mathbf{w}^\top \mathbf{x}_n + w_0))^2 \quad (2)$$

2.1 Lasso による特徴選択

特徴選択の問題はある特徴量を使うか使わないかを定める、組み合わせ最適化の問題である。使われる特徴を 1、使われない特徴を 0 とした p 次元のベクトル \mathbf{s} で組み合わせを表現する。

$$\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_p) \quad (3)$$

$$s_i \in \{0, 1\} \quad (i = 1, \dots, p) \quad (4)$$

最適な組み合わせを求めるための最も確実な方法は考えうる全ての組み合わせを探索することであるが、組み合わせの数は特徴の数 p に対して $2^p - 1$ で存在しているため、一般には計算困難な問題である。

Lasso [7] は、この目的関数 $E(\mathbf{w})$ に L1 正則化項を追加することで効率的に有効な組み合わせを見つけるスパース推定手法である。

$$E(\mathbf{w}) = \sum_{n=1}^N (\mathbf{y}_n - \text{sign}(\mathbf{w}^\top \mathbf{x}_n + w_0))^2 + \lambda \sum_{i=0}^p |w_i| \quad (5)$$

λ は正則化項の効果の強さを制御するハイパーパラメータである。この正則化項を加えることにより、 \mathbf{w} が疎になる、つまり \mathbf{w} のある要素 w_i が 0 となりやすくなる。ある重み w_i が 0 であるとき、 i 番目の特徴量は $\hat{\mathbf{y}}$ に寄与しないため、特徴選択の枠組みにおける組み合わせ \mathbf{s} を \mathbf{w} から推定することが出来る。

$$\hat{\mathbf{s}} = (\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_p) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{s}_i &= \text{sign}(|w_i|) \\ &= \begin{cases} 1, & (|w_i| > 0) \\ 0, & (|w_i| = 0) \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

実験では、 λ の逆数を取った C をハイパーパラメータとして扱った。 C は大きいほど正則化項の効果が弱くなり、小さいほど正則化項の効果が強くなる。

2.2 Bolasso による特徴選択

Lasso による特徴選択は様々な分野において利用された手法であるが、Lasso は正則項の強さや与えるデータによって得られる $\hat{\mathbf{s}}$ が変化してしまい、条件次第では最適な組み合わせとは異なる $\hat{\mathbf{s}}$ が得られる場合がある。そこで適した特徴のみを推定するための枠組みとして、Bach によって Bolasso が考案されている [1]。

Bolasso とは, Lasso による特徴選択から頑健な組み合わせを求めするために, ブートストラップ法を取り入れた特徴選択手法である. Bolasso の手順を以下に示す.

- (1) データセットからレプリカを M 個作る.
- (2) 全てのレプリカに対して Lasso による特徴選択を行い, 候補となる組み合わせの集合 S を求める.

$$S = \{\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_m, \dots, \hat{s}_M\} \quad (8)$$

- (3) 要素 s_i に対して論理積を求め, \hat{s} の要素 \hat{s}_i とする.

$$\hat{s}_i = \bigcap_{m=1}^M \hat{s}_{im} \quad (9)$$

Bolasso では, 候補となる組み合わせの集合 S から \hat{s} を求める. はじめに, データセットからレプリカと呼ばれる複製データセットを M 個準備する. レプリカはブートストラップ法に基づき, 重複を許したりサンプリングによって作成する. ある m 個目のレプリカに対して, Lasso による特徴選択を適用し, 候補となる組み合わせ \hat{s}_m を推定する. 全てのレプリカにおいて同様に推定を行い, 候補となる組み合わせの集合 S を求める. 全てのレプリカの試行において, C は事前に設定した値を用いる. 得られた S から, 要素に対して論理積を求め, \hat{s} が Bolasso による特徴選択の推定結果となる.

このとき, データのとり方に依存して選ばれなかった特徴は論理積によって選択されず, 選ばれる特徴は得られた S に含まれるすべての \hat{s} において必ず選択されている特徴となる. そのため, Bolasso によって推定される \hat{s} は解釈において頑健な組み合わせであることが期待できる.

3. 人工データによる実験

本章では人工データに対して Lasso および Bolasso を適用し, 特徴選択の結果を確認した.

3.1 人工データの生成

人工データ \mathbf{X} として, 任意の p 次元の空間上に各次元において 0 から 1 の範囲で一様な乱数を特徴とするデータを 100 個生成した.

$$x_i \sim \text{Uniform}(0, 1) \quad (i = 1, \dots, p) \quad (10)$$

生成したデータに対応するラベルは p 次元の特徴空間上において, 任意に設定した \mathbf{w} に従う分離境界をもとに決定した. シミュレーション実験において, $w_1 = 1, w_4 = -1$, それ以外の特徴の重みが 0 となるように設定した.

$$\mathbf{w}_i = \begin{cases} 1, & (i = 1) \\ -1, & (i = 4) \\ 0, & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (11)$$

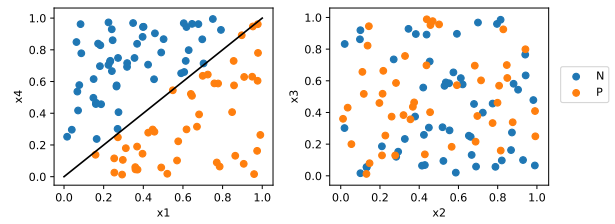


図 2 生成した人工データの分布. 左図の黒線にしたがってラベルを付けている.

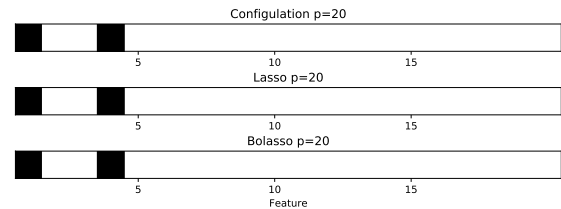


図 3 人工データ $p=20$ の特徴選択結果.

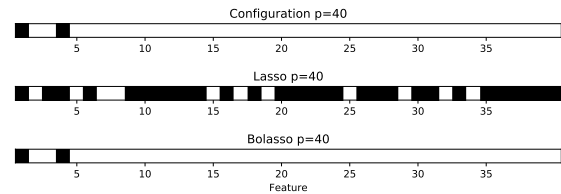


図 4 人工データ $p=40$ の特徴選択結果.

また, ラベル y_i を $\text{sign}(\mathbf{w}^\top \mathbf{x}_i)$ によって決定した. 生成したデータの分布を図 2 に示す. この人工データは x_1, x_4 のみがラベルに関する情報を含んでいるため, 推定したい s は以下のような組み合わせとなる.

$$s_i = \begin{cases} 1, & (i = 1, 4) \\ 0, & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (12)$$

3.2 人工データに対する特徴選択

次元数 $p = 20$ の人工データと, 不要な特徴を 20 次元追加した次元数 $p = 40$ の人工データを用いて実験を行った. Lasso を適用するに際して, 入力データの標準化を行い, C には 10 分割交差検証法で最も交差検証誤差の小さい値を採用した. Bolasso 内で用いる Lasso の C には, Lasso で採用した C と同様の値を適用し, レプリカ数 M を 1000 として推定を行った.

特徴選択の結果を図 3 と図 4 に示す. 選択された特徴の次元を黒, 選択されなかった特徴の次元を白で表している. Lasso では, $p=20$ のときは推定している結果が設定した特徴のみを選択することが出来ている. しかし, $p=40$ のときでは設定した特徴が選択されているものの, 十分に推定結果は疎になっておらず, 余計な特徴が選択されてしまっている. 人工データによる実験から, 不要な特徴が含まれている場合, それらが識別に有効に働いていしまうこ

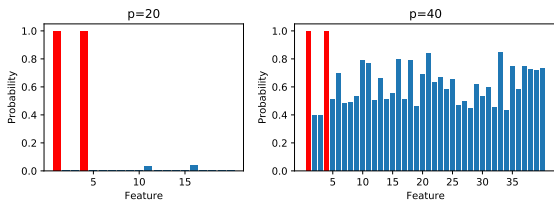


図 5 Bolasso による各特徴の選択率.

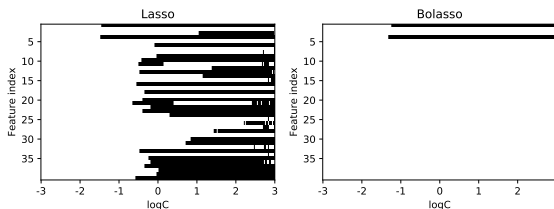


図 6 C に関する Lasso と Bolasso の特徴選択結果.

とが考えられる.

図 5 に Bolasso によって得られる各特徴ごとの選択率を示す. 横軸に次元, 縦軸にそれぞれの特徴が S で選択される確率を表している. 赤で示している特徴は Bolasso で選択される特徴であり, 設定した特徴と一致している. また, $p=20$, $p=40$ のどちらの場合においても, その他の特徴が選択される可能性があることが分かる. この結果は, 与えるデータによって Lasso が推定する組み合わせには不要な特徴が含まれることを示している. Bolasso を適用することで, 選択が安定しない特徴は選ばれず, 設定した特徴のようなデータの取られ方に依存しない特徴を正しく選択することが出来ている.

図 6 に, $p=40$ のときの C に対する Lasso と Bolasso の選択結果の変化を示す. Lasso では C の値によって推定される組み合わせが変化しており, 適切に特徴を選択することが出来る C は特定の範囲のみであることが分かる. さらに, C の値を大きくしていくとともに特徴が増えていくのではなく, 使われていた特徴が使われなくなるような状況を確認できた. 一方で, Bolasso では C の値に対して, 推定される組み合わせがほとんど変化していない. 特に C が大きい, つまり正則化項の効果が弱いような場合であっても, 設定した組み合わせを選択することが出来ている.

これらの結果は, 分類に寄与する特徴が存在する場合, Bolasso による特徴選択が安定して動作することを示唆している.

4. びまん性肺疾患に対する実験

本章ではびまん性肺疾患を含む, 肺で見られる陰影パターンの分類における特徴選択の結果と評価を行う.

4.1 データセット

本研究では, 大阪大学より提供されたびまん性肺疾患を

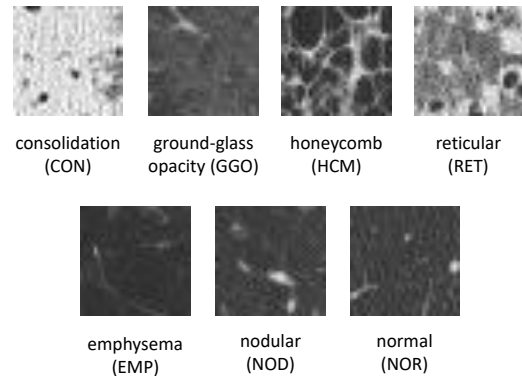


図 7 びまん性肺疾患含む陰影パターンの例. 上段 4 種がびまん性肺疾患で見られる陰影である.

含む肺 CT データを用いて実験を行った. 提供された CT データは CT 値が記録されているため, 階調変換を行い CT 画像として扱った. CT 画像には予め医師による陰影パターンに基づいた領域指定が行われているため, 指示された領域が 32×32 pixels に 80% 含まれるような関心領域画像を切り出し, データとして用いた. 陰影パターンは正常 (normal; NOR) な陰影に加え, びまん性肺疾患における陰影として浸潤影 (consolidation; CON), すりガラス状陰影 (ground glass opacity; GGO), 蜂巣状陰影 (honeycomb; HCM), 網状影 (reticular; RET) の 4 種, その他異常陰影を呈する病気として肺気腫 (emphysema; EMP), 粒状影 (nodular; NOD) の 2 種の計 7 パターンとした. 図 7 に 7 パターンの陰影ごとに切り出された画像の一例を示す. 最終的に学習用に 936 枚, テスト用に 927 枚の画像を準備した. 学習用データセットと訓練用データセットは医師の指示のもと, 患者が異なるようなデータセットとなっている.

これらのデータセットから, Sugata らの手法 [5] に基づき, 同時生起行列 (Co-Occurance Matrix; COM), ランレングス行列 (Run Length Matrix; RLM), 濃淡ヒストグラム Gray Level Histogram; GLH), 差分統計量 (Gray-Level Differential; GLD), 動径フーリエパワースペクトル (Fourier Power Spectrum of r ; Fr), 方位フーリエパワースペクトル (Fourier Power Spectrum of θ ; Ft), といった 6 種のテクスチャ解析によって特徴抽出を行い, 39 種のテクスチャ特徴を算出した.

4.2 Bolasso による特徴選択

はじめに, Bolasso を用いた特徴選択を行った. 多クラス分類として各クラスごとに 1 対他の識別器の構築を考えた. Bolasso を適用するにあたり, レプリカ数 $M = 1000$ とし, Lasso のハイパーパラメータ C は各クラスごとに 10^{-3} から 10^3 の範囲で探索を行い, 10 分割交差検証法による誤差が最も小さくなるような値を設定した.

図 8 に各クラスにおいて Bolasso によって推定された組み合わせを示す. CON, HCM, EMP, NOR, NOD のク

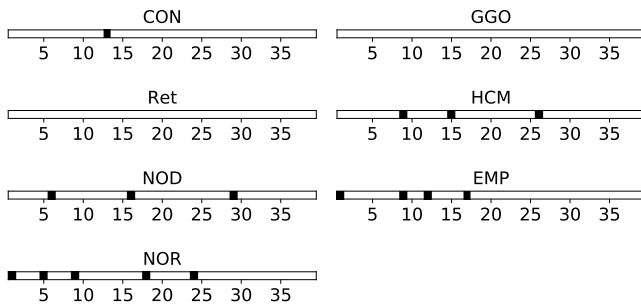


図 8 びまん性肺疾患画像に対する Bolasso の特徴選択結果.

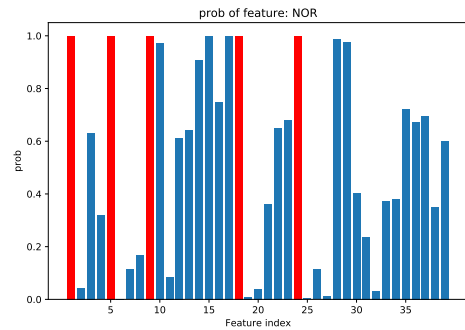


図 10 NOR における Bolasso の特徴選択確率.

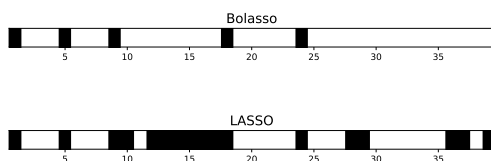


図 9 NOR の特徴選択結果.

ラスにおいて Bolasso を適用したところ、いくつかの特徴が選択された。推定された組み合わせはクラスごとに異なる特徴の選び方を表しており、それぞれの陰影を表現する特徴を選び出すことが出来たと考えられる。

一方、GGO と RET のクラスに関しては Bolasso によって選択された特徴は存在していなかった。この結果から、GGO と RET の陰影をうまく表現するような特徴が存在していないことが考えられる。これは先行研究 [8] で指摘されている結果と一致しており、Bolasso からも確認することができた。

図 9 は NOR における Lasso と Bolasso の特徴選択結果である。Lasso で選択された 16 個の特徴から、Bolasso ではさらに 5 個まで特徴数を減らすことが出来た。Lasso を適用した場合、最適な特徴として多めに見積もられてしまっていることが考えられる。図 10 は NOR における特徴ごとの選択確率を示し、Bolasso で選択された特徴を赤で表している。Lasso で選択されているような特徴は Bolasso の過程においても比較的選択されているが、生成されるレプリカによっては選択されていないことが確認できる。

4.3 テストデータによる評価

Bolasso で選択された特徴に対して、識別器を構築したテストデータによる評価を行った。対象とするクラスは Bolasso において特徴の選択が行われた CON, HCM, EMP, NOR, NOD の 5 クラスとした。比較対象として、テクスチャ特徴を全て利用した場合と、Lasso で選択された特徴を利用した場合を考え、線形 SVM による学習を行った。

表 1 テストデータによる性能評価.

	CON	HCM	EMP	NOD	NOR
全特徴	0.003	0.013	0.037	0.076	0.079
Lasso	0.002	0.014	0.031	0.074	0.081
Bolasso	0.003	0.011	0.093	0.070	0.096

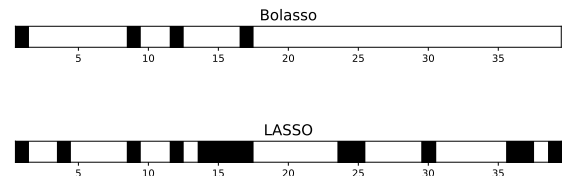


図 11 EMP の特徴選択結果

表 1 に各クラスごとの特徴選択によるテストデータの誤答率を示す。テストデータによる評価を行った全てのクラスにおいて、Bolasso で選ばれた特徴から誤答率 10% 以下の識別器を構築することが出来た。テストデータによる性能評価の観点からも、各クラスの解釈において有効な特徴が選択されたと考えられる。

HCM では、Bolasso を適用した場合が全ての特徴や Lasso で選ばれた特徴を用いた場合よりも誤答率が低く、不要な特徴を取り除くことによる汎化性能の向上が確認できる。一方で EMP では、Bolasso の適用によって Lasso などの結果と比較して誤答率が約 6% 悪化しており、他のクラスに比べ識別性能の差が大きかった。

図 11 は EMP のクラスの特徴選択の結果の比較である。EMP では Lasso による特徴選択の結果が最もテストデータの誤答率が低く、Lasso で選択された特徴が分類に必要な特徴であると考えられる。Bolasso では Lasso で選択された特徴の一部が選択されており、Bolasso によって最も分類に寄与している軸が選ばれていると言える。この結果から、Lasso が選択し、Bolasso が選択しなかった特徴の中に、識別性能に差を付けるような表現が存在していることが考えられる。

表 2 Bolasso で選択された特徴の一覧.

テクスチャ解析	クラス				
	CON	HCM	NOD	EMP	NOR
COM	-	-	Difference Moment	energy	energy, entropy
RLM	-	Gray Level Nonuniformity	-	Gray Level Nonuniformity	Gray Level Nonuniformity
GLH	contrast	skewness	kurtosis	mean, energy	entropy
GLD	-	-	-	-	energy
Fr	-	mean	kurtosis	-	-
Ft	-	-	-	-	-

4.4 選択された特徴による陰影の解釈

表 2 に, Bolasso によって選ばれた特徴を示す. 選ばれた特徴から, びまん性肺疾患の陰影である CON, HCM に対して, 陰影の解釈に関する考察を行った.

CON では GLM の contrast に着目している. GLM の contrast はどれだけ高い階調値に偏っているのかを示している. つまり, CON は他の陰影に比べて関心領域内において暗い領域が極端に少なく, 明るい領域が広がっている画像であると解釈することが出来る. CON は CT において均一な透過性の低下が見られるような陰影 [10] を指しており, 均一な透過性の低下を高い階調値への偏りが示していると考えられる.

HCM における特徴選択では, RLM の Gray Level Nonuniformity, GLM の skewness, Fr の mean が選択された. HCM の陰影は肺の構造が上記の進行によって変形し, 蜂の巣のような構造が陰影として確認することが出来る [10]. 選ばれた Fr の mean は陰影含まれる周期的な特徴を平均した値であり, HCM で生じる特有の構造を捉えていると考えられる. また陰影内において, 特有の構造と構造が見られない領域で明暗がはっきりとしており, 階調値の分布の歪みを示す GLM の skewness が特徴として選択されていると考えられる. RLM の Gray Level Nonuniformity とは, ランと呼ばれる同一の階調値連続が見られる階調値の多さを示している. RLM の Gray Level Nonuniformity によって, HCM が持つ特有の構造が繋がっていることや, 暗い領域が広がっていることが特徴であることを示唆している.

5. まとめ

本研究では, びまん性肺疾患における陰影の特徴表現を明らかにするために, Bolasso を用いた特徴選択を行った. 人工データを用いた実験では, Lasso による特徴選択では不要な特徴が含まれる可能性と, Bolasso によって最低限の特徴を推定出来ることを確認した. そして, びまん性肺疾患の特徴選択において Bolasso を適用し, 陰影を表現する少数の特徴を推定することに成功した. Bolasso によって選択された特徴はテストデータの評価でも十分な識別性能を示し, 文献に記述された解釈と対応が取れるような特徴が選択されていることを確認することができた.

6. 謝辞

本研究の実験にて使用した X 線 CT データを提供していただいた, 大阪大学附属病院に深く感謝いたします.

参考文献

- [1] Bach, F. R.: Bolasso: model consistent Lasso estimation through the bootstrap, *Proceedings of the 25th International Conference on Machine Learning, ICML '08*, New York, NY, USA, ACM, pp. 33-40 (online), DOI: 10.1145/1390156.1390161 (2008).
- [2] Efron, B. and Tibshirani, R. J.: *An Introduction to the Bootstrap*, Monographs on Statistics and Applied Probability, No. 57, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Florida, USA (1993).
- [3] Hara, S. and Maehara, T.: Enumerate Lasso Solutions for Feature Selection, *AAAI* (2017).
- [4] ONO, S., KOIWAI, M. and SHOUNO, H.: Comparison of Feature Selection method for Diffuse Lung Disease (2017).
- [5] SUGATA, Y., KIDO, S. and SHOUNO, H.: Comparison of two-dimensional with three-dimensional analyses for diffuse lung diseases from thoracic CT images, *Medical Imaging and Information Sciences*, Vol. 25, No. 3, pp. 43-47 (online), DOI: 10.11318/mii.25.43 (2008).
- [6] Suzuki, A., Sakanashi, H., Kido, S. and Shouno, H.: Feature Representation Analysis of Deep Convolutional Neural Network using Two-stage Feature Transfer—An Application for Diffuse Lung Disease Classification, *情報処理学会論文誌数理モデル化と応用 (TOM)*, Vol. 11, No. 3, pp. 74-83 (オンライン), 入手先 (<https://ci.nii.ac.jp/naid/170000149956/>) (2018).
- [7] Tibshirani, R.: Regression Shrinkage and Selection via the Lasso, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 58, No. 1, pp. 267-288 (1996).
- [8] 遠藤藤泰, 永田賢二, 木戸尚治, 庄野逸: びまん性肺疾患診断における階層的特徴選択アプローチ, *技術報告 33* (2018).
- [9] 川端大貴, 市川寛子, 永田賢二, 永福智志, 田村了以, 岡田真人: ES-SVM の解空間の解析, *人工知能学会全国大会論文集*, Vol. JSAI2016, pp. 2L51in2-2L51in2 (2016).
- [10] 酒井文和: 画像から学ぶびまん性肺疾患, 克誠堂出版 (2018).