

## エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成問題

加藤 浩晃<sup>1</sup>沖本 天太<sup>2</sup>平山 勝敏<sup>2</sup>神戸大学海事科学部<sup>1</sup> 神戸大学大学院海事科学研究科<sup>2</sup>

## 1 はじめに

タイプ付き提携構造形成 (Coalition Structure Generation Based on Agents Types,  $CSG_t$ ) 問題 [4] とは、エージェントの能力 (タイプ) を用いた特性関数の簡略表記法に基づく提携構造形成 (Coalition Structure Generation, CSG) 問題 [3] である。CSG 問題とは、あるエージェントの集合を社会的余剰が最大化されるように、いくつかの提携に分割する問題であり、代表的な応用例として、分散経路決定問題 [2] や排水処理システム [1] 等が挙げられる。従来の CSG 問題では、提携の利得は特性関数により与えられることを仮定しているため、その表記量はエージェント数に対して指数関数的に増加する。CSG<sub>t</sub> 問題では、多数のエージェントの中には類似した能力をもつものが複数存在し、その数はそれほど多くない、すなわち、類似した能力をもつエージェントが複数存在するような状況を考え、エージェントのタイプを用いて特性関数を簡略表記している。

CSG<sub>t</sub> 問題を実問題へと適用する際、各提携におけるタイプ数や提携構造における提携数を考慮することは自然である。例えば、ある教員が 40 人 (男子 20 人、女子 20 人) の生徒がいるクラスで、男女差別に関するグループワークを実施したいとする。このとき、教員は通常、男子または女子だけからなるグループワークや、男女 1 名からなる 20 個のグループや、40 人で 1 つのグループは想定していない。このように、同じタイプのエージェントからなる偏った提携や、提携数が多すぎる (少なすぎる) ような提携を想定していない場合は複数存在する。

本論文では、エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成問題 (Parameterized Coalition Structure Generation Based on Agents Types,  $(\alpha, k)$ -CSG<sub>t</sub>) 問題を紹介します。具体的には、CSG<sub>t</sub> において、 $\alpha$  を各提携における提携タイプ数、 $k$  を提携構造における提携数を制限するパラメータとし、 $\alpha$  と  $k$  により制限された、利得の総和が最大となるような最適な提携構造を求解する問題を紹介します。また  $(\alpha, k)$ -CSG<sub>t</sub> 問題を整数計画問題として定式化し、最適化ソルバーを用いて求解する。

## 2 提携構造形成問題

提携構造形成 (CSG) [3] は、 $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  をエージェントの集合、 $v: 2^A \rightarrow \mathbb{R}$  を各提携における利得を与える特性関数とし、CSG =  $\langle A, v \rangle$  の組により定義される。集合  $A$  の部分集合  $C \subseteq A$  を提携と呼び、ある提携  $C$  で得られる利得は  $v(C)$  により与えられる。また、集合  $A$  の分割  $CS = \{C_1, \dots, C_m\}$

を提携構造と呼び、CS の利得は各提携  $C_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) で得られる利得の総和  $V(CS) = \sum_{C_i \in CS} v(C_i)$  により与えられる。

以下、CSG 問題に関する簡単な例を示す。ある通訳派遣会社に 3 人の通訳がいるとする。Alice と Bianca は英語を、Chan は中国語の通訳が可能とする。今、この通訳派遣会社にいくつかの通訳の依頼があり、Alice または Bianca を単独で派遣する場合は \$200、Chan を単独で派遣する場合は \$300 の報酬が得られるとする。また、任意の 2 名を派遣する場合は \$500、全員を派遣する場合は \$700 の報酬が得られるとする。このとき、通訳派遣会社が得る報酬の総和が最大となるような提携構造を求める問題は CSG 問題として表現可能である。この例において、得られる報酬が最大となる提携構造は  $CS = \{\{Chan\}, \{Alice, Bianca\}\}$  であり、得られる報酬は  $V(CS) = v(\{Chan\}) + v(\{Alice, Bianca\}) = \$800$  となる。

## 3 タイプ付き提携構造形成問題

タイプ付き提携構造形成 (CSG based on Agent Types, CSG<sub>t</sub>) 問題 [4] とは、エージェントの類似したタイプを用いた特性関数の簡略表記法に基づく CSG 問題である。この問題は  $A^t = \{\langle n^1, \dots, n^t \rangle \mid 0 \leq n^i \leq n_A^i\}$  を全ての提携タイプの集合、 $v_t: A^t \rightarrow \mathbb{R}$  をエージェントのタイプ付き特性関数とし、CSG<sub>t</sub> =  $\langle A^t, v_t \rangle$  の組により定義される。集合  $A^t$  の部分集合  $n_C = \langle n_C^1, \dots, n_C^t \rangle$  を提携  $C$  の提携タイプと呼び、各  $n_C^i \in n_C$  ( $1 \leq i \leq t$ ) は  $C$  に属するタイプが  $i$  のエージェント数を表す。

以下、CSG<sub>t</sub> 問題の例を示す。通訳派遣会社の例において各通訳の能力に着目する。Alice と Bianca はどちらも英語の通訳が可能であり、両者を一つのタイプとみなすことができる。英語の通訳が可能な Alice と Bianca をタイプ 1、中国語の通訳が可能な Chan をタイプ 2 とすると、特性関数は  $v_t(\langle 1, 0 \rangle) = \$200$ 、 $v_t(\langle 0, 1 \rangle) = \$300$ 、 $v_t(\langle 2, 0 \rangle) = \$500$ 、 $v_t(\langle 1, 1 \rangle) = \$500$ 、 $v_t(\langle 2, 1 \rangle) = \$700$  となる。このとき、通訳派遣会社が得る報酬が最大となるような提携構造は、英語の通訳 2 名と中国語の通訳 1 名を派遣した場合で  $v_t(\langle 2, 0 \rangle) + v_t(\langle 0, 1 \rangle) = \$500 + \$300 = \$800$  となる。

従来の CSG 問題では、エージェント数を  $n$  とすると、特性関数を表記するために  $\Theta(2^n)$  の表記量を必要としている (全ての部分集合に対して特性関数を表記する必要があるため)。一方、CSG<sub>t</sub> 問題では、エージェントのタイプ数  $t$  が固定されている場合、特性関数の表記量は多項式のオーダーとなり、最適な提携構造が  $O(n^{2t})$  で求解可能となることが知られている [4]。

#### 4 制限付き $CSG_t$ 問題

$CSG_t$  問題において,  $CS = \{C_1, \dots, C_m\}$  を提携構造,  $C_j$  ( $1 \leq j \leq m$ ) を  $CS$  の各提携,  $n_{C_j} = \langle n_{C_j}^1, \dots, n_{C_j}^t \rangle$  を  $C_j$  の提携タイプとする. また,  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_t)$  を  $t$  次元ベクトル,  $k$  を非負整数とする. このとき, 以下を満たす提携構造をパラメータ  $\alpha$  及び  $k$  により制限された提携構造と呼び,  $(\alpha, k)$ - $CS$  と記述する. ここで,  $\alpha$  は各提携内のエージェントのタイプ数を,  $k$  は提携構造内の提携数を制限するパラメータを表す.

- $n_{C_j}^i \leq \alpha_i$  ( $1 \leq i \leq t$ ), かつ,  $|CS| \leq k$ .

$(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題において, 各提携における利得の総和が最大となるような最適な提携構造を  $(\alpha, k)$ - $CS^*$  と記述する.  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題は以下のように定義される.

定義  $((\alpha, k)$ - $CSG_t)$ .

- **Input:**  $CSG_t$ ,  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_t)$  及び, 非負整数  $k$ ,
- **Question:** 最適な提携構造  $(\alpha, k)$ - $CS^*$  をみつけよ.

$(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題は整数計画問題として表現可能である. 以下, 簡単化のため, 通訳派遣会社の  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題の例を整数計画問題として定式化する. まず, エージェントのタイプ数は英語及び中国語の2つなので  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$  とする. 式 (7) は変数及び, 変数値を表し, 各変数は提携タイプをそれぞれ表している. 例えば,  $x_{\langle 1,0 \rangle}$  は英語の通訳 1 人からなる提携タイプ,  $x_{\langle 2,1 \rangle}$  は英語の通訳 2 人と中国語の通訳 1 人からなる提携タイプに関する変数を表している. 式 (2) は英語の通訳者数, 式 (3) は中国語の通訳者数に関する制約条件を表している. また, 式 (4) 及び (5) は各提携内の英語の通訳者数が  $\alpha_1$  以下, 中国語の通訳者数が  $\alpha_2$  以下となるような制約を, 式 (6) は提携構造内の提携数が  $k$  以下となるような制約を表している. 式 (1) は最適な提携構造  $(\alpha, k)$ - $CS^*$  を求める目的関数を表している.

$$\begin{aligned} \max. \quad & 200 \cdot x_{\langle 1,0 \rangle} + 300 \cdot x_{\langle 0,1 \rangle} + 500 \cdot x_{\langle 2,0 \rangle} \\ & + 500 \cdot x_{\langle 1,1 \rangle} + 700 \cdot x_{\langle 2,1 \rangle} \end{aligned} \quad (1)$$

$$x_{\langle 1,0 \rangle} + 2x_{\langle 2,0 \rangle} + x_{\langle 1,1 \rangle} + 2x_{\langle 2,1 \rangle} = 2 \quad (2)$$

$$x_{\langle 0,1 \rangle} + x_{\langle 1,1 \rangle} + x_{\langle 2,1 \rangle} = 1 \quad (3)$$

$$x_{\langle 1,0 \rangle}, 2x_{\langle 2,0 \rangle}, x_{\langle 1,1 \rangle}, 2x_{\langle 2,1 \rangle} \leq \alpha_1 \quad (4)$$

$$x_{\langle 0,1 \rangle}, x_{\langle 1,1 \rangle}, x_{\langle 2,1 \rangle} \leq \alpha_2 \quad (5)$$

$$x_{\langle 1,0 \rangle} + x_{\langle 0,1 \rangle} + x_{\langle 2,0 \rangle} + x_{\langle 1,1 \rangle} + x_{\langle 2,1 \rangle} \leq k \quad (6)$$

$$x_{\langle 1,0 \rangle} \in \{0, 1, 2\}, x_{\langle 0,1 \rangle}, x_{\langle 2,0 \rangle}, x_{\langle 1,1 \rangle}, x_{\langle 2,1 \rangle} \in \{0, 1\} \quad (7)$$

例えば, 通訳派遣会社の例において  $\alpha = (1, 1)$  及び  $k = 2$  とする. 従来の  $CSG_t$  問題では, 通訳派遣会社が得る報酬が最大となるような最適な提携構造は, 英語の通訳 2 名と中国語の通訳 1 名を派遣した場合で, 得られる報酬は  $v_t(\langle 2, 0 \rangle) + v_t(\langle 0, 1 \rangle) = \$800$  であった. これに対し,  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題で

表 1 エージェント数 40 及びタイプ数 2 の  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題における最適な提携構造の利得と実行時間 (ms).

$\alpha$	$k = 4$		$k = 6$		$k = 8$	
	利得	時間	利得	時間	利得	時間
(20, 20)	1075.5	164	1079.3	159	1120.1	150
(20, 10)	1060.1	88	1077.8	85	1101.8	76
(10, 10)	1062.8	59	1076.4	59	1099.2	57
(10, 5)	1037.3	48	1063.4	52	1096.6	51
(5, 5)	999.8	38	1039.2	47	1065.1	46

は, 最適な提携構造は英語の通訳及び, 中国語の通訳を各 1 名と, 英語の通訳 1 名を単独で派遣する場合で, このとき, 会社が得られる報酬は  $v_t(\langle 1, 1 \rangle) + v_t(\langle 1, 0 \rangle) = \$700$  となる.

実験では, エージェント数を 40, エージェントのタイプ数を 2 とし, 異なる  $\alpha$  及び  $k$  の値で最適な提携構造  $(\alpha, k)$ - $CS^*$  を求めた. ここでは, エージェントのタイプの割合は  $(t_1, t_2) = (20, 20)$  とした. また, 特性関数によって得られる各提携タイプの利得は  $[0, 1000]$  の範囲からランダムに決定した.

表 1 に 50 インスタンスの利得 (左) 及び, 実行時間 (右) の平均値を示す. 従来の  $CSG_t$  問題における最適な提携構造の利得の平均は 1150.5, 実行時間の平均値は 255ms であった ( $\alpha = (20, 20)$  及び  $k = 40$  の場合). 表 1 より,  $\alpha$  及び  $k$  の値を小さくすると, 求解時間は大きく減少した. 一方,  $\alpha$  及び  $k$  の値と得られる利得との関連性は実行時間と比べ小さかった.

#### 5 結言

本論文では, エージェントのタイプに基づく制限付き提携構造形成  $((\alpha, k)$ - $CSG_t)$  問題を定義した. また,  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題が整数計画問題として定式化可能であることを示した. 実験では, 最適化ソルバー CPLEX を用いて,  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題を解き, 異なるパラメータにおける  $(\alpha, k)$ - $CS^*$  を求解した.

今後の課題として, 詳細な実験や  $(\alpha, k)$ - $CSG_t$  問題に特化したアルゴリズムの開発が挙げられる. また実問題への適用, 具体的には, ナース・スケジューリングへの応用を考えている.

謝辞: 本研究の遂行にあたり, JSPS 基盤研究 (A) (課題番号: 17H00763) の研究助成を受けました. ここに感謝致します.

#### 参考文献

- [1] A. Dinar, S. Moretti, F. Patrone, and S. Zara. Application of stochastic cooperative games in water resources. In *Frontiers in Water Resource Economics*, pages 1–20, 2006.
- [2] T. Sandholm and V. Lesser. Coalitions among computationally bounded agents. *Artificial Intelligence*, 94(1-2):99–137, 1997.
- [3] 横尾真, 岩崎敦, 櫻井祐子, and 岡本吉央. 協力ゲーム. コンピュータソフトウェア, 30(2):33–51, 2013.
- [4] 上田俊, 北木真, 岩崎敦, and 横尾真. 協力ゲームにおける特性関数のエージェントのタイプに基づく簡略表記法. 電子情報通信学会論文誌, J94-D(11):1716–1728, 2011.