

混合された流動性食品の映像表現のための 非線形混合則のモデリングと連続体シミュレーション

永澤 謙太郎[†] 鈴木 貴如[†] 瀬戸 亮平[‡] 岡田 真人[†] 楽 詠瀨[†]

[†]東京大学 [‡]京都大学

1.はじめに

様々な流動体を混合し、流動性が変化する挙動を再現できる連続体力学に基づく物理シミュレーションを行いたい。本研究では、主にソースなどの流動性食品の混合体を考える。流動性食品は多数が非ニュートン(特にずり流動化)流体であり、実効粘性が剪断速度に応じて変化する。こうした混合体の流動性の表現法が本研究の中心的な問題である。特に、混合物の組み合わせごとにモデルを作成するのではなく、単体の物性とそれらの混合比のみで混合物の物性を記述することが本研究の動機である。これにより、組み合わせ爆発に悩まされることなく、物性の専門知識のないアニメーターでも混合物の特性を近似的に扱えるようにしたいというのが本研究の狙いである。図1に示すように、非ニュートン流体を含む混合体は特徴的な力学的挙動を示し、本研究では非線形な混合モデルを提案することで、実物の特徴的な力学的挙動を定性的に捉えることに成功した。実物の挙動との比較により、提案法の有効性を示す。

2. 関連研究

近年、物質点法などの発展により、雪[1]やクリーム[2]、粉体[3]を含む様々な流動性物質の連続体モデリングが発展した。単体の物質のシミュレーションだけでなく、水と砂の混合[4]や、Navier-Stokes-Cahn-Hilliard系に基づく溶解や層分離を扱う手法[5]も研究されている。しかし、我々の知る限り、従来のビジュアルシミュレーションでは、粘塑性特性の異なる物質の、混合系の粘塑性のモデル化はされていなかった。本研究では、混合体の粘塑性の変化に焦点を当てる。

工学分野、特に石油や潤滑油などの分野では、異なる粘性を持つニュートン流体の混合体の粘性を表現するため、Arrhenius式や、Bingham式、Refutas法などの、実測データに基づく経験的な粘性の混合モデルが存在する[6]。これらのモデルでは、同一粘性の物体を混ぜた際に、生成物の粘性も同一となる。しかし、非ニュートン流体の混合においては、後述するようにこの限りではない。この事実が、本研究の粘性混合モデルの必要性の根拠である。

3.粘弾性の測定

本研究では粘弾性測定用の実験装置、レオメータ(Anton Paar Modular Compact Rheometer MCR92)を用いて、様々な流体状食品やそれらの混合体の流動特性を測定した。その結果、単体だけでなく混合物も

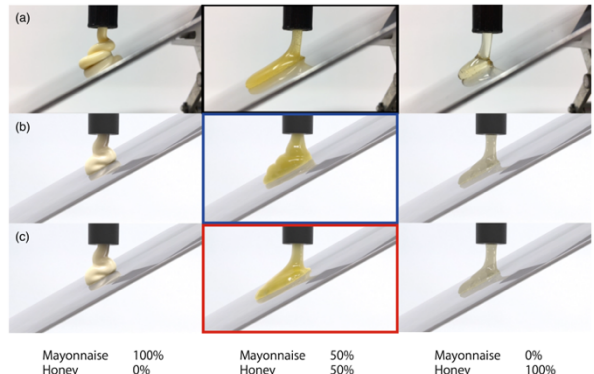


図1. 左:マヨネーズ単体. 右:蜂蜜単体. 中央:1対1の混合体. (a)実写. (b)物質点の材質をマヨネーズもしくは蜂蜜のどちらかにランダムに初期化し、通常物質点法でシミュレーションした場合. (c)提案法のモデルで混合体の粘性を計算してシミュレーションした場合.

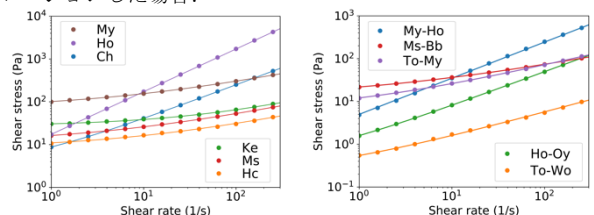


図2. レオメータによる測定結果(点)とハーシャルバルクレイモデルによるフィッティング(実線). 左:単体, 右:混合体. My:マヨネーズ, Ho:蜂蜜, Ch:チョコレートソース, Ke:ケチャップ, Ms:マスタード, Hc:ホットチリソース, Bb:バーベキューソース, To:トンカツソース, Oy:オイスターソース, Wo:ウスターソース.

ハーシャルバルクレイ(HB)モデル(詳細は文献[2])

$$\sigma = \sigma_Y + \eta \dot{\gamma}^h$$

により、よく説明できることが分かった(図2)。ここで、 σ は応力、 $\dot{\gamma}$ は剪断速度であり、 σ_Y と h 、 η は、HBモデルのパラメータであり、それぞれ降伏応力、HB指数、一貫性パラメータと呼ばれる($h=1$ の時、 η は粘性と一致する)。そこで、HBモデルのパラメータ空間で閉じた混合モデルを現象論的に構築することを目指した。混合物の流動特性について、本研究の測定で特に特徴的だった蜂蜜とマヨネーズの混合を例に、単体と1:1の混合体の、剪断速度と応力との関係(流動曲線)の両対数グラフ(図3)を用いて説明する。それぞれの単体の流動曲線が交差する点に注目すると、この点では与えられた剪断速度に対して応力が同じで、実効粘性が同じである。

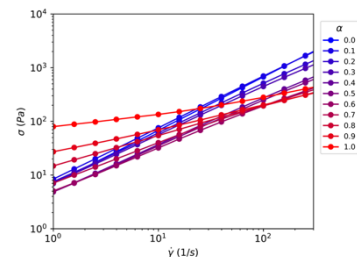


図3. 混合比を変えた混合物の流動曲線.

Nonlinear blend modeling and Continuum simulation for mixed fluidity foods
Kentaro Nagasawa[†], Takayuki Suzuki[†], Ryohei Seto[‡], Masato Okada[†],
Yonghao Yue[†]

[†]The University of Tokyo [‡]Kyoto University

しかしながら、1:1の混合体の応力はそれよりも約一桁小さい。この効果により、単体では流れにくいですが、混合体は流動性が高いという特性が現れる(図1)。各剪断速度での実効粘性を従来の経験的粘性混合モデルで表現すると、粘性が低下する現象を表現できないので、提案法では次節のモデルを考案した。

4. 粘性混合モデル

Rusinら[7]は、化学における混合を記述する数理の枠組みを導入した。具体的には、二つの物質A, Bがあり、それぞれの質量と物性を m_A, m_B と M_A, M_B と表した場合の、混合物を演算子 \otimes により $(m_A, M_A) \otimes (m_B, M_B)$ と記述することを考える。Rusinら[7]は \otimes が満たすべき条件として、交換律、分配律、ゼロ律、恒等律、結合律の五つを導入した。これらに六つ目の質量保存律を追加すると、演算子 \otimes を混合写像 G と対応づけることができる。

$$M_C = G(\alpha, M_A, M_B)$$

ただし、 $\alpha = m_A / (m_A + m_B)$ は混合比である。 G により、いくつかの基底となる物質を選ぶと、それらの混合物はある空間を作る。ここでは割愛するが、基底となる物質を混合写像の空間で定めた独立性を満たすように選ぶと、 $N + 1$ 個の混合物の空間は、 N 次元線形空間の単体と一対一に対応することを我々は確認した(直感的には混合比が重心座標系に対応するが、混合空間は非線形空間なので自明ではない)。この対応があるとき、六つの混合則を満たす任意の混合写像は、次の関数系で書ける。

$$G(\alpha, M_A, M_B) = F^{-1}(\alpha F(M_A) + (1 - \alpha)F(M_B))$$

この F 写像が、物質を混合比の空間にマッピングし、重心座標に読み替え、単体内の点に写す。すなわち、六つの混合則を満たす(あるいは十分に近似できる)ものはこの関数系でかけることを意味し、混合モデルは F 写像を設計すればよいことがわかる。逆に、ある F 写像によって、混合物の物性が G によりよく表現できるならば、混合の空間が六つの法則をよく満たすことを意味する。

蜂蜜/マヨネーズやオイスターソース/蜂蜜、マヨネーズ/トンカツソース、バーベキューソース/マスタード、ウスターソース/トンカツソースの混合物の物性測定結果から、我々は F を

$$F((\sigma_Y, h, \eta)^T) = (\ln \sigma_Y, h^{1.4}, \eta^f(h))^T$$

$$f(h) = 0.12 - 3.2h + 2.7h^2$$

と設計した。なお、本研究では、様々な流動性食品の物性を測定したが、単体の h はいずれも $0.4 < h < 1.0$ の間に入っているため、これ以外の範囲の物性の物質がモデルに当てはまることは保証しない。

5. シミュレーション方法

シミュレーションには物質点法[1]を用い、各粒子には、その初期材質を持たせた。各ステップでは、格子の各ノード i において物質 T の混合比 $\alpha_{i,T}$ を

$$\alpha_{i,T} = \frac{\sum_p m_p w_{pi} \delta(T, T_p)}{\sum_p m_p w_{pi}}$$

と推定し(粒子 p の質量と物質を m_p, T_p , ノード粒子間の重みを w_{pi} とした)、さらに粒子での混合比を

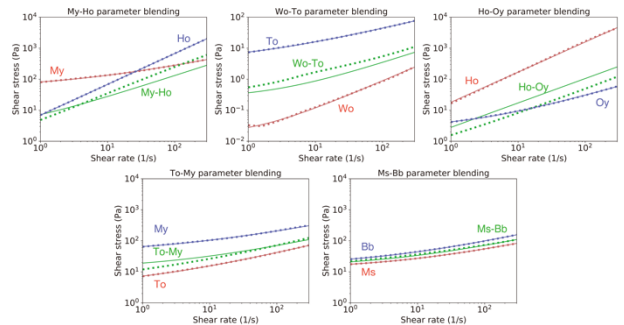


図4. 実測値(点)と提案法の粘性混合モデル(実線).

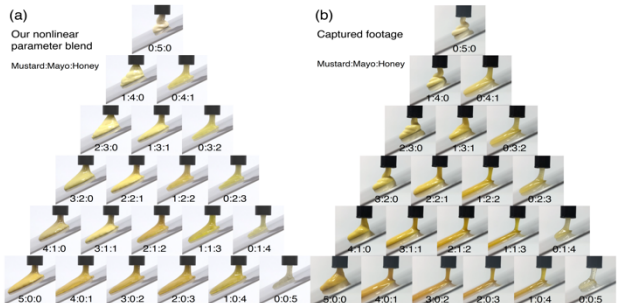


図5. マスタード・マヨネーズ・蜂蜜の三種混合のシミュレーション(a)と実写(b)の比較.

$$\alpha_{p,T} = \sum_p w_{pi} \alpha_{i,T}$$

と求める。本研究で対象とした物質では、界面における物質の溶融が起こるタイムスケールは長く、無視できたため、各粒子の初期材質は変化しないとした。なお溶融現象は、初期材質に関する Noyes-Whitney 方程式等の導入で対応可能である。

6. 結果、まとめと今後の課題

混合物についての提案法のモデルと実測値による比較は図4の通りである。平均相対誤差55%で表現できており、流動曲線の定性的特徴がよく表されている。また、実物を斜面に流した結果とシミュレーションの結果の比較は図1,5の通りである。流動性が増すなどの中間の混合比の特性がよく表現できている。以上によって、提案モデルが様々な流動性食品の混合体の興味深い挙動を再現するのに有効であることが示された。

本研究では、混合物の光学的特性の自動決定は考慮しておらず、この点は今後の研究課題である。また、温度による粘性変化や化学変化への対応も今後の課題である。

参考文献

- [1] A. Stomakhin, C. Schroeder, L. Chai, J. Teran, A. Selle. 2013. A Material Point Method for Snow Simulation. ACM TOG (SIGGRAPH 2013) 32(4):102.
- [2] Y. Yue, B. Smith, C. Batty, C. Zheng, E. Grinspun. 2015. Continuum Foam: A Material Point Method for Shear-Dependent Flows. ACM TOG 34(5):160.
- [3] Y. Yue, B. Smith, P. Y. Chen, M. Chantharayukhonthorn, K. Kamrin, E. Grinspun. 2018. Hybrid grains: adaptive coupling of discrete and continuum simulations of granular media. ACM TOG (SIGGRAPH Asia 2018) 37(6):283.
- [4] A. Pradhana-Tampubolon, T. Gast, G. Klár, C. Fu, J. Teran, C. Jiang, K. Museth. 2017. Multi-species Simulation of Porous Sand and Water Mixtures. ACM TOG (SIGGRAPH 2017) 36(4):105.
- [5] T. Yang, J. Chang, B. Ren, M. C. Lin, J.-J. Zhang, S.-M. Hu. 2015. Fast Multiple-fluid Simulation Using Helmholtz Free Energy. ACM TOG (SIGGRAPH Asia 2015) 34(6):201.
- [6] B. Zhmud. 2014. Viscosity Blending Equations. Lube Magazine 121: 22-27.
- [7] M. Rusin. 1975. The Structure of Nonlinear Blending Models. Chemical Engineering Science 30(8):937-944.