

位置ベース物理法を用いた紙の折り曲げシミュレーション

宮口 陽樹[†] 熱田 清明[†] 向井 智彦[‡]東海大学情報通信学研究科[†] 首都大学東京システムデザイン研究科[‡]

1. はじめに

紙のような硬くて薄い物体の挙動は、荷重を加えることで生じるしわや折り目といった塑性変形を考慮する必要がある。有限要素法のような連続体力学に沿った手法は塑性変形や弾性挙動を正確に計算することができるが、リアルタイムアプリケーションでは精度よりもシミュレーションの堅牢さや処理速度が重視されるため適切ではない。そこで本研究では、より処理が高速な位置ベース物理法に基づいたシミュレーション手法を提案する。提案手法を用いることで、荷重によってメッシュ上のエッジに沿った折り目を付けることが可能な紙の塑性変形シミュレーションが行える。

2. 提案手法

2.1 シミュレーション概要

本提案手法のシミュレーションには、位置ベース手法の Position Based Dynamics[1] (以下、PBD と呼ぶ)を用いる。はじめに、PBD は各頂点の速度を更新し、次フレームの予測座標を求める。次に、物体の位置を直接操作するソルバーによって制約条件を満たすような予測座標を修正する。制約条件は、スカラー関数によって定義されており、制約条件の非線形方程式を解くためにガウスザイデル法を用いて、全ての制約条件を満たすように複数回繰り返しながら計算を行う。最終的に、修正前と修正後の位置の差分を時間微分することで次フレームの速度が求まる。また、衝突検出は予測座標を計算した直後に行われ、頂点が物体にめり込んだ場合は一番近いポリゴンの表面に位置座標を修正する。なお、本提案手法では荷重を加えるための物体に軸平行境界ボックスを用い、シミュレーションを行う紙には折り畳みによるメッシュの貫通を防ぐために自己衝突を考慮する。

PBD と同様に、各頂点が制約条件を満たす修正量 $\Delta \mathbf{x}$ は、(1)式のように計算される。

$$\Delta \mathbf{x}_i = -ksw_i \nabla_{\mathbf{x}_i} C(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$$

$$s_i = \frac{C(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)}{\sum_j w_j \left| \nabla_{\mathbf{x}_j} C(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \right|^2} \quad (1)$$

ここで $C(\)$ は頂点を制約条件の満たす位置へ修正するための制約関数であり、 w は質量の逆数、そして k が 0 から 1 の値をとる剛性値である。また、PBD は物体の剛性値が時間刻み幅や制約関数の繰り返し回数に依存するが、PBD のアルゴリズムを拡張した手法[2]を導入することで解消することができる。

2.2 非伸縮・曲げ制約条件

本研究では、紙の非伸縮性と面の張り、しわや折り目といった材料の性質を再現することが極めて重要であると考えられる。しかし、紙の折り目やしわといった塑性表現をするためには、従来の PBD で扱われている幾何学的に動機づけられた手法 (隣接した 2 つの三角形法線の成す角度を制約条件として利用する曲げ制約など) では力学に沿った降伏基準を定めることができない。そこで、本提案手法では Bender ら[3]の連続体力学に沿って定式化された歪みエネルギー関数を制約条件とする手法を用いて、それを降伏基準に適用する。紙の非伸縮性を考慮して、非伸縮制約と前述した曲げモデルの 2 つを取り入れた。非伸縮制約は従来の PBD で使用される、エッジで接続された 2 つの頂点間の距離を保持する制約を用いた。

曲げ制約の条件に用いる歪みエネルギー関数には、Bender らの配合に基づいた Bergou ら[4]の隣接する 2 つの三角形に離散化された等角曲げモデルを用いる。このモデルは、すべてのエッジの長さが不変であると仮定したとき、曲げエネルギーのみを計算することが可能である。また、曲げエネルギーはスケールによって変化することはなく、三角形の面積や内部エッジによって変化する。

はじめに内部エッジを共有する 2 つの三角形のグループ、すなわちステンシルを定義する。(図 2-1) ここで $\mathbf{x}=[\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3]$ はステンシルを構成する 4 つの頂点であり、 $\mathbf{e}=[\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4]$ の 5 つのエッジで接続されている。

Folding paper simulation using position based dynamics

[†]Haruki Miyaguchi, Kiyooki Atsuta

Tokai University

[‡]Tomohiko Mukai

Tokyo Metropolitan University

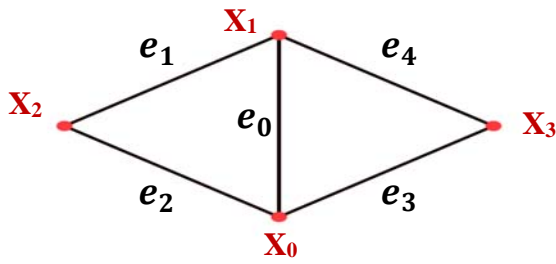


図 2-1 内部エッジ e_0 を中心としたステンシル

次にステンシル内の局所ヘッセ行列 \mathbf{Q} を計算する.

$$\mathbf{Q} = \frac{3}{A_0 + A_1} \mathbf{K}^T \mathbf{K} \quad (2)$$

ここで A_0 と A_1 は、ステンシルを構成する三角形の面積である. \mathbf{K} は 4 次元のベクトルであり、以下のように求まる.

$$\mathbf{K} = (c_{01} + c_{04}, c_{02} + c_{03}, -c_{01} - c_{02}, -c_{03} - c_{04})$$

ここで $c_{ij} = \cot \angle e_i, e_j$ である. 各ステンシルの曲げエネルギー \mathbf{E} は、以下のように定義される. これを本研究の曲げ制約関数とする.

$$C(\mathbf{x}) = E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \mathbf{Q}_{i,j} \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \quad (3)$$

最終的なステンシルの曲げエネルギー勾配は、(4)式のように計算される.

$$\nabla_x C(\mathbf{x}) = \frac{\partial E}{\partial \mathbf{x}_i} = \sum_j \mathbf{Q}_{i,j} \mathbf{x}_j \quad (4)$$

2.3 降伏基準

紙を折り曲げるために、曲率 κ を降伏基準とし、エッジの弱体化を考慮した[5]の手法を用いた. はじめに、曲げエネルギー \mathbf{E} を全歪み ϵ とし、次式のように弾性成分 ϵ_e と塑性成分 ϵ_p に加算分解する.

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (5)$$

各成分は 3×3 の行列であり、ステンシルごとに塑性歪み成分の初期値として零の行列が格納される. 曲げエネルギーのプロベニウスノルムが κ を超えたとき、ステンシルの塑性成分を次のように更新する.

$$\epsilon_p = \epsilon_p + \frac{\epsilon_e}{\|\epsilon_e\|} (\|\epsilon_e\| - \kappa) \quad (6)$$

降伏基準を超えることによって更新される塑性歪み成分は保存され、計算した曲げエネルギーから塑性歪み成分を減算することによって、物体の元形状を更新することなく塑性変形を表現できる. また、紙を折った時に生じるエッジの

弱体化を再現するスカラーのダメージパラメータ δ を塑性歪みが生じるたびに(7)を更新する.

$$\delta = \delta + \frac{1}{\kappa} (\|\epsilon_e\| - \kappa) \quad (7)$$

最後に(1)式の剛性値 k を $1/\gamma\delta$ で減衰させることでエッジの弱体挙動を再現する. ここで γ はエッジの弱体化による挙動を制御するパラメータであり、実験では $\kappa=10m^{-1}$ と $\gamma=0.8$ で行った.

3. 実験結果

提案手法は C++ で実装し、Epic Games 社の Unreal Engine (GPU: NVIDIA GeForce GTX 1050, CPU: Intel Core i7-8650U) でレンダリングを行った. 紙のモデルには 113 個の頂点で構成されたメッシュを用いた. シミュレーションのループごとに非伸縮制約と曲げ制約をそれぞれ 5 回繰り返して実行する. 紙を折るために、左上と右下の頂点座標を直接操作して図 3-1 の状態に固定した後、上から下へ荷重を加えた. 図 3-2 は完全に除荷した状態であり、物体に塑性変形が生じたことを確認できた.

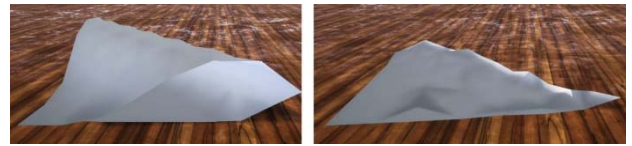


図 3-1 荷重前

図 3-2 荷重後

4. まとめと今後の課題

折り曲げによる塑性変形を考慮した紙のビジュアルシミュレーション手法を提案した. 現状では、しわや破断を考慮しておらず、メッシュを構成するエッジに沿った塑性変形しかできない. そのため、歪みの集中度によって分割あるいは再メッシュ化するという工夫が必要である.

参考文献

- [1] Matthias Müller, Bruno Heidelberger, Marcus Hennix, John Ratcliff (2003) "Position Based Dynamics" VRIPHYS 2003
- [2] Miles Macklin, Matthias Müller, Nuttapong Chentanez (2016) "XPBD: position-based simulation of compliant constrained dynamics" Motion in Games 2016
- [3] Jan Bender, Dan Koschier, Patrick Charrier, Daniel Weber (2014) "Position-Based Simulation of Continuous Materials" Computers and Graphics Volume 44
- [4] Miklos Bergou, Max Wardetzky, David Harmon, Denis Zorin, Eitan Grinspun (2006) "A quadratic bending model for inextensible surfaces" Eurographics Symposium on Geometry Processing
- [5] Rahul Narain, Tobias Pfaff, and James F. O'Brien (2013) "Folding and Crumpling Adaptive Sheets" ACM SIGGRAPH 2013 Papers