Vol.2019-GI-41 No.24
2019/3/9

相性関係を考慮したレーティングシステム

大渡 勝己[a)]　西野 順二[1,b)]

概要：レーティングシステムはスポーツやゲームにおいてプレイヤの強さを推定し順位付けを行うことに役立っている．一般に広く用いられているイロレーティングはプレイヤの強さに全順序性を仮定しており，じゃんけんのように強さの関係が循環する場合を表現できない．近年，このような相性関係も含んだレーティングシステムの研究も行われており，本稿では相性を含んだレーティングモデルとして有用性が期待できるものを複数提案する．特に，三つ巴関係を直接表現するモデルを現実世界のデータに対して適用し，この提案モデルが現実のデータの推定精度を向上させせうる可能性を示した．

キーワード：レーティング，相性，イロレーティング，ブラッドリー・テリーのモデル

Rating System with Compatibility

1. はじめに

レーティングシステムは主にスポーツやゲームなどの競技においてプレイヤの強さを定量的に計る仕組みとして用いられている．スポーツにおいては，サッカーの FIFA ランキング[*1]やテニスの ATP ランキング[*2]のようにそれぞれのプロスポーツ団体に固有なランキングシステムがあることも多い．一方でアルゴリズムの平等性と透明性から，非公式にレーティングを計算して公表するサイト等もあり，レーティングは強さの指標としての役割を果たしている．

ゲームにおいては，レーティングが公式な実力指標として用いられていることもある．またゲーム AI 開発においてもレーティングシステムを備えた自動対戦サイト[*3]が存在し，他の全ての強いプレイヤとの直接の対戦がなくても力関係を推定し実力を示せるようになっており，開発コミュニティの盛り上がりに一役買っている．

このように広く適用されているレーティングであるが，相性関係を表現できないという弱点もある．例えばゲーム AI の開発においては近い系統のプログラム同士の対戦では，微妙な強さの差が勝率差として表れやすいことが指摘されており [1]，同種のプログラムの中でのみレーティングを計測した結果，実際の（多種多様な相手がいる）環境における強さを課題評価するということが起こりうる．こういった事象は相性関係を考慮するモチベーションの一つである．

一般にレーティングアルゴリズムはシンプルなモデルをベースとしており，プレイヤの力関係に全順序が成り立つことを仮定しているため，特にじゃんけんのように循環した強さの関係は表現できない．本研究ではそういった要素を相性と捉え，こういった事象も表現可能なモデルを模索する．

近いモチベーションで研究を行なっていたグループからすでに相性を扱うレーティングに関する研究発表がなされており [2]，本稿ではそちらの手法との共通点や差異を挙げ，実験を通して今後の課題を考えていく．

2. レーティングアルゴリズム

2.1 ブラッドリー・テリーのモデル

ブラッドリー・テリーのモデル [3] はプレイヤ i の強さを π_i，プレイヤ j の強さを π_j として，i が j に勝つ確率 $\hat{p}_{ij}$ を以下のように定義する．

$$\hat{p}_{ij} = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \tag{1}$$

ただし π_i，π_j は共に正の値とする．

1　大学院情報理工学研究科情報・ネットワーク工学専攻
a)　ohto.katsuki@gmail.com
b)　nishinojunji@uec.ac.jp

*1　https://www.fifa.com/fifa-world-ranking/
*2　https://www.atptour.com/en/rankings/
*3　将棋 http://wdoor.c.u-tokyo.ac.jp/shogi/floodgate.html
囲碁 http://www.yss-aya.com/cgos/ など

対戦結果からの各プレイヤの強さの推定は，次に示す方法で行われる．各プレイヤのインデックスを $1, 2, ..., N$（本稿において今後プレイヤの人数は常に N 人であることを前提とする），プレイヤ i とプレイヤ j の対戦回数を n_{ij}，プレイヤ i がプレイヤ j に勝利した回数を x_{ij} とする．このとき以下の尤度関数 $A(\boldsymbol{\pi})$ を最大化する最適化問題を解くことにより，$\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n$ からなる要素数 N のベクトル $\boldsymbol{\pi}$ が得られる．

$$A(\boldsymbol{\pi}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \binom{n_{ij}}{x_{ij}} \left(\frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} \right)^{x_{ij}} \left(\frac{\pi_j}{\pi_i + \pi_j} \right)^{n_{ij} - x_{ij}} \tag{2}$$

この関数は凸型であり，以下の更新則により最大化が可能である．

$$\pi_i \leftarrow \frac{\sum_{j=1}^{N} x_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} \frac{n_{ij}}{\pi_i + \pi_J}} \tag{3}$$

この更新式を $i = 1, 2...n$ の全てに順に適用することを1ステップとし，複数ステップ繰り返していくことで式2を最大化する $\boldsymbol{\pi}$ が得られる．初期値は全ての i に対して $\pi_i = 1$ としておけば良い．この更新則は古くから知られた手法である [4]．

またこのモデルからの派生として，ホームアドバンテージを考慮したモデル [5] や引き分けの確率も出力するモデル [6][7] がある．いずれも凸性を保ったモデルであり，それぞれ対応して MM アルゴリズムによる最適化式がある．

なお，本稿では $\hat{p}_{ij}$ は「式1の値」という特定の役割ではなく，「i が j に勝つ確率の推定値」を表す記号として用いる．

2.2 イロレーティング

イロレーティングは式1のブラッドリー・テリーのモデルを用いたレーティングであり，プレイヤ i のレーティング r_i と π_i に式4の関係を仮定する．

$$\pi_i = \mathrm{e}^{\frac{r_i}{400}} \tag{4}$$

実用上は，計算に用いる全データから，MM アルゴリズム等による最適化を行うことが可能であるが，試合を行ったプレイヤのレーティングのみを変化させることも可能である．この場合は試合を行わないプレイヤのレーティングは変化しないため，多数のプレイヤが参加するシステムにおいては計算コストが少なく，わかりやすい．この時の更新則は，w_{ij} を i から見た j との対戦の結果（勝ちで1，負けで0，引き分けで0.5）， 学習率を α として式5のように行う．

$$r_i \leftarrow r_i + \alpha(w_{ij} - \hat{p_{ij}}) \tag{5}$$

これは式2と同じ尤度最大化において，r_i に対してのみ勾配法を適用したことに等しい．

2.3 multidimensional Elo

multidimensional Elo（mElo）は文献 [2] 中にて，相性関係を扱うことのできるレーティングとして提案されたものである．本研究はこちらの研究とは独立して試みられたものであるが，相性関係を扱うことのできるレーティングシステムとして同じ対象を扱っている．

このモデルはプレイヤ間の相性関係を表す行列に対してシュール分解とホッジ分解を適用することで，プレイヤ毎に $2k$（$k = 1, 2, ...$）次元の特徴ベクトルを定義する手法である．式6は文献 [2] における mElo の定義式である．

なお，本稿の数式にて用いるベクトルは横ベクトルを基本とする．そのため文献 [2] 中の縦ベクトルによる表記とは一部異なる部分がある．

$$\hat{p}_{ij} = \sigma(r_i - r_j + \mathbf{c}_i \cdot \ \boldsymbol{\Omega}_{2k \times 2k} \cdot \mathbf{c}_j^{\mathsf{T}}) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{2k \times 2k} = \sum_{i=1}^{k} (\mathbf{e}_{2i-1}^{\mathsf{T}} \mathbf{e}_{2i} - \mathbf{e}_{2i}^{\mathsf{T}} \mathbf{e}_{2i-1}) \tag{7}$$

ここで σ はシグモイド関数，右辺の縦ベクトルと横ベクトルの積表示はベクトル同士のテンソル積を表す．

プレイヤの絶対的な強さを表現する純粋なレーティング項 r_i も残しており，$k = 0$ の場合は純粋なイロレーティングである．k を大きくすればするほど複雑なモデルを表現することができ，汎化性能を鑑みて k の値を決定することが出来る．

式6は行列計算による表記を行っているが，実際には $\boldsymbol{\Omega}_{2k \times 2k}$ は規則的な疎行列であり，例として $k = 3$ の場合には

$$\boldsymbol{\Omega}_{6 \times 6} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{8}$$

といった形をしている．そのため式6は式9のように書き換えが可能である．ただし $\mathbf{c}$ は $N \times N$ 行列とし，プレイヤ i の属性ベクトル $\mathbf{c}_i$ はこの行列から i 行だけを切り出した横ベクトルと考える．

$$\hat{p}_{ij} = \sigma(r_i - r_j + \sum_{l=1}^{k} (c_{i,2l-1} c_{j,2l} - c_{j,2l} c_{j,2l-1})) \tag{9}$$

最適化手法について，文献中では勾配法による部分的な

更新を行っており，擬似コードが supplementary[*4]に掲載されている．

3. 提案手法

本節では，イロレーティングをベースとした相性を考慮可能なレーティングモデルの枠組みとして，C_{ij} を i の j に対する相性の良さを表す数値，K を相性要素の寄与度の大きさを決める定数とする以下のモデルをベースとする．

$$\hat{p}_{ij} = \sigma\left(\frac{r_i - r_j + K(C_{ij} - C_{ji})}{400}\right) \tag{10}$$

400 で割っているのはイロレーティングのスケールに合わせるためであり，議論の上では無視して良い．この形をベースとして，C_{ij} に表現したい相性関係の式を適用する．

実際に先行研究 [2] の mElo モデルをこの定式化に当てはめると，

$$C_{ij} = \sum_{l=1}^{k} c_{i,2l-1}c_{j,2l} \tag{11}$$

と表現することが可能である．

C_{ij} に当てはめることのできる具体的な式は以降の各節では式 11 以外にも考えることができ，このうち有用性が期待される複数のモデルを本稿にて提案する．

それらのうち，特に「三つ巴モデル」に対しては 4 節と 5 節で簡単なデータと現実世界のデータに対する適用実験を行う．

3.1 全てのプレイヤ間に相性関係の存在を仮定し，円上に配置するモデル

「全てのプレイヤが相性関係の輪の中にいる」という仮定を置き，この仮定の下で相性を定義するモデルとして，

$$C_{ij} = \sin(\theta_i - \theta_j) \tag{12}$$

を適用することを考える．θ_i と θ_j がちょうど 90° 離れている場合に最も強い相性関係が働き，180° 離れて互いに円の反対側に位置する場合には相性による優劣はないとして扱われる．全プレイヤに対する回転は等価な構造であるため，代表として一人のプレイヤを $\theta = 0$ に固定するなどして計算することが考えられる．

全てのプレイヤ間に相性関係があるという強い仮定は，対象によっては実態に即さないこともありうるだろう．ただし最適化するパラメータはプレイヤごとに 1 つであり自由度が小さいという点はデータ数が少ない場合に有利にはたらくかもしれない．

また，結果としてイロレーティング項と角度項の 2 項のみのため，イロレーティング項 r_i を $[0, +\inf)$ に変換し θ_i と合わせて極座標と捉えれば全てのプレイヤを 2 次元上マッピングすることが可能である．レーティング計算の結果，似たプレイスタイルを持ったプレイヤが群をなすような構造が可視化できる状態になれば有効な道具になることが期待される．

なおこのモデルは，先行研究である $mElo$ の $k = 1$ である場合において，各属性のベクトルの長さを 1 に固定する条件を加えたものと考えることができる．θ_i と θ_j はその際のベクトル $(c_{i1}\ c_{i2})$，$(c_{j1}\ c_{j2})$ のそれぞれの向きを表す角度（正負の違いを無視した場合）と捉えられる．

3.2 「攻撃属性」や「守備属性」といった 2 つの要素を表現するモデル

例えば，各プレイヤは「攻撃戦術」と「守備戦術」を持ち，「攻撃戦術」と「守備戦術」の間に相性関係がある場合を考える．このような場合には各プレイヤごとの属性ベクトルを「攻撃」と「守備」に分けて考える必要があると考えられる．

具体的には，プレイヤ i は属性ベクトル $\mathbf{u}_i$ と $\mathbf{v}_i$ を持つとする．本節においては属性ベクトルの要素数は最小の 2 の場合を前提とする．ただし，ドメイン知識により属性の数が定められる場合にはより大きな数を使うことも可能であろう．この時，例えば $\mathbf{u}$ を攻撃のスタイル，$\mathbf{v}$ を守備のスタイルを表す属性ベクトルとし，

$$C_{ij} = u_{i1}v_{j2} + u_{i1}v_{i1} \tag{13}$$

のように表現することで自分の攻撃スタイルが対戦相手の守備スタイルに上手くはまって有利にはたらく，といった状況を表現可能である．ただし，仮にこのようなモデリングが適切である対象においても，レーティング計算を行った結果どちらの属性ベクトルに何の情報が乗るかはその時次第である．特徴的な攻撃と守備，または他の要素を持つチームを予め選んでおきパラメータを固定しておくことで，そのチームを基準として解釈しやすい結果を得ることができる可能性がある．

3.3 三つ巴を表現するモデル

相性関係によって強さの全順序性が壊れる代表的な例としてじゃんけんがある．ここでは，各プレイヤの力関係がじゃんけんのように三つ巴になっている場合に上手く表現可能なモデルを考える．

具体的には，あるプレイヤ i に要素数 3 の属性ベクトル $\mathbf{q}_i = (q_{i1}\ q_{i2}\ q_{i3})$ があり，このベクトルはじゃんけんにおいてプレイヤ i が

- グーを出す確率 q_{i1}
- チョキを出す確率 q_{i2}
- パーを出す確率 q_{i3}

とみなせると考える．このとき q_{i1}，q_{i2}，q_{i3} は確率のた

[*4] https://papers.nips.cc/paper/7588-re-evaluating-evaluation

め全ての i と $t = 1, 2, 3$ について $0 \leq q_{ii} \leq 1$ であり，全ての i について $q_{i1} + q_{i2} + q_{i3} = 1$ であることが求められる．

プレイヤ j にも同じようにベクトル $\mathbf{q}_j$ が与えられているとすれば，プレイヤ i がプレイヤ j にじゃんけんで勝利する確率は，あいこの場合を考えなければ式 14 で与えられる．

$$C_{ij} = q_{i1}q_{j2} + q_{i2}q_{j3} + q_{i3}q_{j1} \tag{14}$$

この式をそのまま式 10 相性成分 C_{ij} としてレーティングモデルに利用する．

3.4 相性成分の適用限度

本稿で提案したモデルは，いずれも「相性の効果は限定的であり相性だけで対戦の結果が決定することはない」という仮定を置き相性項を含めたレーティング式 10 では相性成分だけで勝率が 1 や 0 に極端に近づくことはないように設計したものである．モデルの学習の安定，過度に相性要素に頼らないことを期待している．この点は相性パラメータの値域に言及していない先行研究の mElo モデルの前提とは異なる．

一方，本稿にて性能評価は行えていないが，三つ巴モデルの亜種として，相性成分の値の大きさを限定しないモデルも考えられる．具体的には式 14 に代入される相性パラメータの拘束の条件を外したものである．このモデルは mElo モデルと等価ではないが，より近しい式となる．

3.5 正則化

正確なレーティング値を定めるのにデータの数は多くの場合に充分でない．そのため他の機械学習課題と同じくレーティングモデルにおいても，汎化性能の上昇のため過適合を抑える工夫を行うことが有用と考えられる．

本研究においては全ての対戦組において追加で仮想の試合結果を引き分けとして足す手法を用いる．対戦組ごとの仮想試合数を V 試合，対象プレイヤが N 人とすると全体で $VN(N-1)/2$ 対戦を追加する．それにより，対戦回数が少ないプレイヤは仮想試合割合が大きくなることで，わずかな対戦の結果に過適合することを防ぐ効果が期待される．

この手法は，適用を目的関数を最適化する直接的手法と無関係に行える利点があり，本研究以外でも応用例がある [1]．

3.6 最適化手法

元となるブラッドリー・テリーのモデルやその派生形においては，凸性が保証されているため最適化は容易であり，特に MM アルゴリズムを用いれば少ないステップ数で最適値に近づけることが可能であった．

一方で本稿における提案手法では一般に凸性はないと考えられる．例として三つ巴モデルにおいては，属性ベクトルの回転に対して勝率が変化しないため，少なくとも 3 つの解を持つことが明らかであり，最適化手法の追究の余地がある．

本稿における検証では実装が容易な k，確率的勾配降下法（ただし勾配クリッピング付き）によりモデルの最適化を行なっている．学習データのサンプリングにおいてはパラメータ変動のばらつきを抑えるため，勾配の計算には「1 試合ごとの勝敗」ではなく「予めトレーニングデータ全体から作成した勝敗表から対戦回数頻度による重み付け復元抽出で選ばれた対戦組の累積勝率」を用いた．

相性項のパラメータを勾配法で変化させた一方で，ベースとなるイロレーティングの項は予め MM 法で最適化した値に固定した．本来は相性成分の導入によりイロレーティング項の最適値も変化するが，学習の安定化のため本稿での検証においては固定の値としている．

また過適応による汎化性能低下を防ぐために，テストデータと別のバリデーションデータがあることを利用してバリデーションデータによる評価が最高であったモデルを定期的に保存し，全ステップを通じた最終的な学習結果をしては最終状態のモデルではなくバリデーションで最高評価であったモデルを返すこととする．

さらに初期値依存による性能のぶれも想定されたため，以上の学習を初期モデルから複数回繰り返し，最終的にバリデーションの評価が最高を記録したモデルを最終的なテストデータによる評価に用いる工夫も．

以上のような一般的な学習時の工夫はモデルの式の詳細に関わらず適用することが可能である．

4. 簡単なデータに対する最適化の検証実験

本節では，本研究の発端となる「イロレーティングが表現できないじゃんけんの関係」を，提案手法である三つ巴モデルが表現することが可能であるか検証する．

4.1 対象データと評価手法

三つ巴を表す最もシンプルな対象として，A が B に勝ち，B が C に勝ち，C が A に勝ったという 3 試合の対戦結果のみを最適化する．非常に単純な状況であるが，純粋なイロレーティングだけでは全対戦が勝率 0.5 としか表現できない．

提案手法によって勝率を近似可能か，相性パラメータが三つ巴を表現して 3 方向に広がっていくかをプロットによって確かめた．

4.2 提案手法の詳細

検証対象は 3.3 節で提案したモデルである．実装上では，相性パラメータ $\mathbf{q}_i$ の拘束条件（確率分布として取りうる値

であること）は，メモリ上に保存し更新していくパラメータを $\mathbf{q}_i$ そのものではなく，任意の実数値を取ることを許可したベクトル $\mathbf{g}_i$ とし，計算時にソフトマックス関数を用いて $\mathbf{q}_i$ に変換することで実現した．

$$\mathbf{q}_i = \frac{1}{\sum_{t=1}^{3} \mathrm{e}^{q_{it}}} (\mathrm{e}^{q_{i1}} \ \mathrm{e}^{q_{i2}} \ \mathrm{e}^{q_{i3}}) \tag{15}$$

検証では 3.6 節で述べた最適化法を用い，ハイパーパラメータ等の設定は以下のように定めた．

- 仮想試合 なし
- 相性パラメータ $\mathbf{g}_i$ の初期値 各 g_{it} が平均 0，標準偏差 0.1 の正規分布に従う
- 相性要素の限度幅 $K = 4000$
  相性項だけで近似するため，勝率ほぼ 0 や 1 も表現可能なほど大きくした
- 学習率 0.01
- バッチサイズ 1
- パラメータ更新の総ステップ数 $10,000$
- 初期値の変更しての最適化 特になし，全体で 1 回のみ

4.3 検証結果

表 1 簡単な三つ巴データに対する勝率推定結果

自分＼相手	A	B	C
A	0.5	0.9978	0.0021
B	0.0022	0.5	0.9978
C	0.9979	0.0022	0.5

表 1 に示した最終的な勝率の推定値は，期待通りの勝率行列をほとんど再現したものが得られていた．

一方で相性パラメータが，最適化によって実際にどのように変化しているか，4 例を表したものが図 1 である．

この図の作成にあたっては，まずモデルを初期化してすぐの相性パラメータを三角グラフ上にプロットした．グラフ上で $(0, 1$，$(-\sqrt{3}/2, -1/2)$，$(-\sqrt{3}/2, -1/2)$ の 3 点が三角形の頂点である．その後 100 ステップごとに異なる色で同じグラフ上に重ねてプロットを続けた．

図より初期状態で中央付近にあった相性ベクトルが 3 つの頂点に散らばっていることが確認できる．

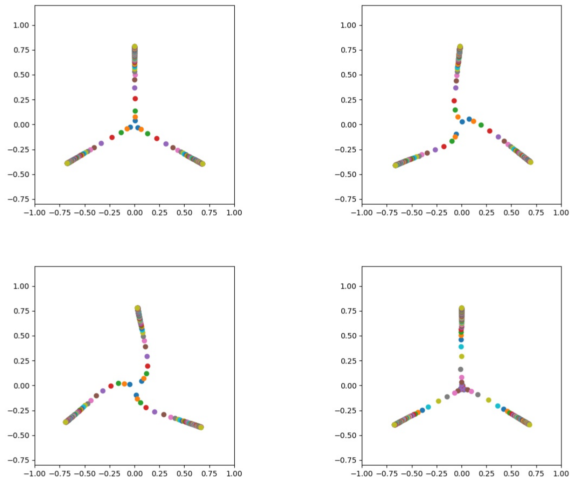

図 1 簡単な三つ巴データに対する相性要素の最適化の過程

5. 実データに対する推定の検証実験

本節では現実のデータに対して提案手法を適用し，その挙動を検証する．データはプロの野球（米国メジャーリーグ）の対戦結果，ネット上での囲碁対局結果の 2 種類のデータを用意した．

5.1 検証データ

メジャーリーグの対戦は，歴代の対戦結果をまとめて公

開している有志のサイト*5に掲載されているものを用いた．対象は 1871 年から 2018 年の歴代のレギュラーシーズン全対戦，計 219,836 対戦とし，対戦ログに記されているチームの略称によってチームを判別した．結果として，同じ流れを汲むチームの略称が変わったなどの場合は別チームとして扱われている．この数え方において対象チームは全体で 153 チームであった．

囲碁対局は，コンピュータ囲碁開発を想定して囲碁の棋譜をまとめている公開リポジトリ *6より，ネット上での対局サイト「TYGEM（東洋囲碁）」での 2005.11.02〜2016.12.31 の期間におけるランク 9D 同士の対局約 150 万局を利用した．時間切れ負けにより決着が付いた対局を除き，その中で 1000 局以上対局を行なっているプレイヤ同士の試合のみを抽出して検証に用いた．結果として，検証に用いた対局は計 136,413 局，対象プレイヤは 459 人であった．

5.2　検証手法

提案手法の詳細の大枠は 4 節と同じであるが，問題の規模が大きくなった等の理由にて変更した点を以下に列挙した．

- 仮想試合数 $V = 4$ （各対戦組に 4 試合追加）
- 相性要素の限度幅 $K = 200$
  4 節より小さくした．相性が最高に良い対戦ではレーティングが 400 大きくなるのと同じ効果
- パラメータ更新の総ステップ数 $10,000,000$
- バリデーションによる最高性能モデルの更新チェック $100,000$ ステップごと
- 初期値を変えての最適化 各 4 回

検証は以下の手順で行なった．

(1) 全データをランダムな順に並べ替え
(2) データを均等に 8 分割
(3) 8 分割のうち 1 つをテストデータ，別の 1 つをバリデーションデータ，残りをトレーニングデータに割り当て
(4) 上記手法により最適化を行い，モデルを返す
(5) テストデータで精度を計測する
(6) 1 〜 5 を全てのテストデータにつきそれぞれ 1 回行う
(7) 1 〜 6 を，乱数のシード値を変更して（データの分割は変化する）4 回繰り返す

5.3　検証結果

前節の手順により，一つのデータセットに対して 32 回の最適化試行のテストを行った．一方同じデータセットに対して純粋なイロレーティングモデル（表 2，3 中ではベースモデルと表記）での最適化とテストを行い，その結果，学習の目的関数である平均交差エントロピーや他の統計量である平均二乗誤差平均絶対誤差とのそれぞれについてどちらがより良い値を出したか比較した．

表 2　ベースモデルと提案モデルの推定性能比較

データセット	指標	ベースモデルが良かった回数	提案モデルが良かった回数
野球	交差エントロピー	5	27
	二乗誤差	6	26
	絶対誤差	0	32
囲碁	交差エントロピー	5	27
	二乗誤差	5	27
	絶対誤差	5	27

表 2 にて，三つ巴の相性成分を加えたモデルがベースとなるイロレーティングのみのモデルに比べ，汎化性能においてもより高い性能を示した回数が多かった．

実際にそれぞれの条件における最適化後の指標値の一部として，表 3 に 32 試行中の 8 試行の交差エントロピーと二乗誤差の結果を掲載した．横一列はデータの分け方が同じ試行である．比較してより良い結果（交差エントロピーならば大きい方，二乗誤差ならば小さい方）を太字とした．

表 3　ベースモデルと提案モデルの推定性能の結果の一部

指標	交差エントロピー		二乗誤差	
手法	ベースモデル	提案モデル	ベースモデル	提案モデル
	-0.631746	**-0.631637**	0.221338	**0.221290**
	-0.630754	**-0.630516**	0.220592	**0.220488**
	-0.628444	**-0.628311**	0.219558	**0.219495**
	-0.635415	**-0.635270**	0.222780	**0.222716**
	-0.631383	**-0.631196**	0.221107	**0.221020**
	-0.636715	-0.636801	**0.223381**	0.223426
	-0.629899	**-0.629698**	0.220303	**0.220208**
	-0.636855	**-0.636700**	0.223491	**0.223419**

表 3 から，ベースモデルと提案モデルの性能差はデータセットの分け方等の他の要因に比べればわずかな差であったことが見て取れる．

最後に，今節の検証実験における相性パラメータが，最適化によって実際にどのように変化しているかを図 1 と同じように表したものが図 2 である．最適化開始から $100,000$ ステップ後，$4,500,000$ ステップ後，$9,000,000$ ステップ後の 3 時点でのプロットを掲載した．

結果として，最初は弱い相性要素のみが割り当てられている状態から，段々と一部のプレイヤのパラメータが 3 頂点のどれかに向かって変化し，それに従って段々と多くのプレイヤが頂点に近づいていく様子が見て取れる．

*5 https://www.retrosheet.org
2019.2.14 閲覧
*6 https://github.com/yenw/computer-go-dataset
2019.2.14 閲覧

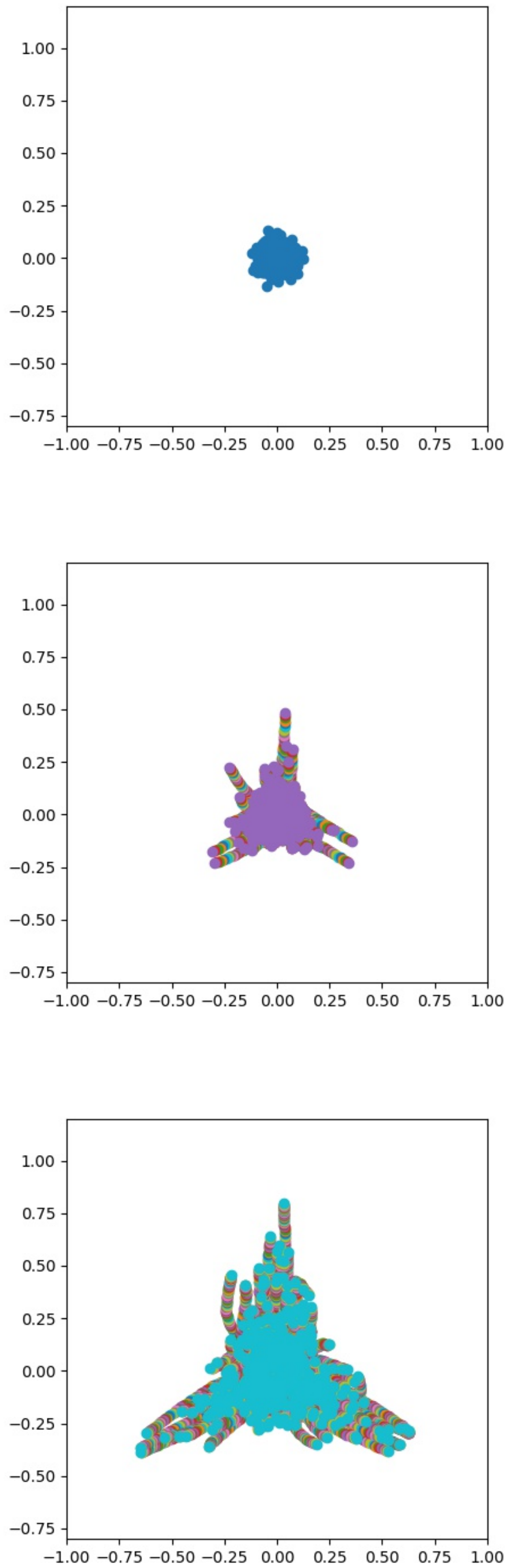

図 2　囲碁データにおける相性要素の最適化の経過

6. 考察

実際のデータを用いた検証の結果，表 2 レーティングモデルに相性成分を加えることでわずかに推定精度が上昇する可能性が示唆された．しかし表 3 から読み取れる通り現時点では劇的な改善と述べることは難しい．

本研究では事前に他のより小さなデータセットでも検証を行ってきたが，相性成分を加えたことにより，純粋なイロレーティングに比べてモデルの表現力が増したためトレーニングデータへの過適応が避けられなかった．また実験に用いた野球と囲碁のデータセットにおいても，学習を長時間続けることで段々とバリデーションデータに対する性能が落ちていく現象が頻繁に見られた．3.5 節にて述べた正則化の工夫により過適応はある程度は軽減されており，またバリデーションデータを準備しておくことでアーリーストッピングが可能ではあるが，理想的には長時間での最適化で性能は改善に向かって欲しいところではあり，少数のデータに対しても汎化性能が得られることが望ましいのでさらなる追求が必要である．

また図 2 を見る限り，相性成分の初期値に対する依存度合いが大きいことが見て取れる，そのため，過適応を許容してもトレーニングデータに対して最適な解にはまだ遠い可能性が高く，最適化の手法も本研究で用いている勾配法よりも優れた手法があるだろうと考えている．mElo モデルや提案手法の三つ巴モデルは相手の相性パラメータが 0 の場合は微分によって 0 になるため，勾配法では初期にランダムな相性関係を与えたところから最適化せざるを得ないことも問題点の一つである．この点は先行研究の mElo も同じ課題を抱えており，今後さらに検証が求められる．

7. おわりに

本稿ではレーティングモデルが相性を扱えるための枠組みを例示し，課題の対象の性質に合わせて様々な相性つきレーティングモデル定義できることを述べた．

提案手法の一つであつ，三つ巴を表現することを念頭に置いたモデルを実際の野球と囲碁の対戦結果データに適用した．結果，相性成分を考慮することで，より高精度で勝率を予測できうることが示唆された．

本稿では各プレイヤを相性を表現する空間に埋め込む手法に焦点を当てたが，これは一度も直接の対戦の記録がない対戦組の相性関係を推定可能という点で優れていることも理由の一つである．

一方で，推定勝率と実際の勝率の関係から不一致な箇所を抜き出し，スパースな相性関係として個々に割り当てていく手法であれば推定性能はより簡単に向上する可能性がある．本研究の提案モデルと近い先行研究の mElo モデルも含め，比較対象として性質を検討したい．

相性関係は至る所に存在すると一般に考えられているが，そもそも相性と呼ばれる性質がどの程度の寄与度があるのかという点も含めて，今後様々な進展が期待される．

参考文献

[1] 松原仁, 美添一樹, 山下宏: コンピュータ囲碁 モンテカルロ法の理論と実践共立出版 (2012).

[2] Balduzzi D., Tuyis K., Perolat J. and Graepal T.: *Re-evaluating evaluation,*, Advances in Neural Information Processing Systems 31 (NIPS 2018) pre-proceedings, (2018).

[3] Bradley R. A., F. and . Terry M. E.: *Rank Analysis of Incomplete Block Designs: I. The Method of Paired Comparisons*, Biometrika, Vol. 39, No. 3/4, pp. 324-345 (1952).

[4] Zermelo E.: *Die Berechnung der Turnier-Ergebnisse als ein Maximumproblem der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Math. Z. Vol. 29 pp. 436-460 (1929).

[5] Agresti A.: *Categorical Data Analysis*, Wiley, New York (1990).

[6] Rao P. V. and Kupper L. L.: *Ties in Paired-Comparison Experiments: A Generalization of the Bradley-Terry Model*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 62, No. 317, pp. 194-204 (1967).

[7] Davidson R. R.: *On Extending the Bradley-Terry Model to Accommodate Ties in Paired Comparison Experiments*, Journal of the American Statistical Association, Vol. 65, No. 329, pp. 317-328 (1970).

[8] Elo A. E.: *The Rating of Chess players, Past and Present,*, Ishi Press International (1978).