

協和性理論のピアノ調律ソフトウェアへの応用について

井上千奈誉^{†1} 西口磯春^{†2} 佐々木正孝^{†3}

概要: Giordano は、2015 年の論文で、平均的なピアノの調律曲線である Railsback curve が Plomp と Levelt の研究に基づく協和性理論により、定量的に説明できることを初めて示した、と述べている。本研究では、協和性理論が、個々のピアノ調律に適用できる精度を有するかどうかを検討し、コンピュータを用いたピアノ調律ソフトに応用することを最終目標とした。

Application of consonance theories on the piano tuning software

CHINAYO INOUE^{†1} ISOHARU NISHIGUCHI^{†2} MASATAKA SASAKI^{†3}

1. はじめに

ピアノ調律は、調律師が自分の耳を頼りに行う方法が一般的となっている。ピアノ調律には、通常、平均律が用いられている。しかし、各キーの基本周波数は、平均律の理論値に正確に一致しているわけではない[1]。高音部は、理論値よりも高く、低音部は、逆に理論値よりも低く調律される。この差は、主にピアノ音の特性であるインハーモニシティ（非調和性）に起因する。インハーモニシティにより、高次の部分音ほど基本周波数の整数倍からのずれが大きくなるため、各キーの基本周波数を平均律の理論値通りに合わせると、異なるキーの部分音同士でうなりを生じることになる。例えば、1 オクターブ離れた 2 つのキーの基本周波数の比率を正確に 1 : 2 に合わせると、低いキーの 2 時音の周波数が、高いキーの基本周波数よりも高くなり、うなりを生じることとなる。このうなりを消すためには、低いキーの基本周波数を下げるか、高いキーの基本周波数を上げる必要がある。つまり、オクターブを広く（高い方の基本周波数を低いキーの基本周波数の 2 倍より大きく）する必要がある。1 オクターブの周波数比の理論値が 1 : 2 であるのは、他の音律においても同様であるから、ピアノの場合は、純正律の理論値に合わせたとしても、うなりが生じる。

調律されたピアノの各キーの基本周波数と平均律の理論値との差を示した図は、調律曲線と呼ばれる。この調律曲線は、ピアノ調律師にとっては、なじみ深いものとなっている。その代表例としては、1930 年代後半に発表された論文[2]の著者の名を冠した Railsback curve が良く知られている。Giordano は 2015 年の論文[3]で、「この曲線が、Plomp と Levelt の研究[4]に基づく sensory dissonance（感覚的不協和）により定量的に説明できることを初めて示した。」と述べている[5]。

Railsback curve は、多くのピアノの平均的な挙動を示している。そのため、文献[3]の FIG.4 にも示されているようになだらかな曲線になっている。

しかし、実際のピアノでは、低音部の短駒から中低音部の長駒に切り替わる部分など、音域により弦の太さや長さが不連続に変化する。また、響板の固有振動数の弦振動への影響も存在する。これらのピアノの設計の際に依存する要因が、ピアノごと、キーごとのインハーモニシティや音色の差異を発生させる。実際、文献[3]の FIG.4 に示された実測値は、Railsback curve の上下で変動している。

このことから我々は以下について検討することにした[5-7]。まず第 1 点は、sensory dissonance あるいは consonance theory(以下、協和性理論)が、多くのピアノの平均的な挙動を示した Railsback curve にとどまらず、個々のピアノにとって最適な調律曲線を与えられるだけの精度があるかどうかの検証である。協和性理論は複数の研究者によって提案されているので、その選択による違いも生じるはずである。第 2 点は、Giordano による協和性理論に基づく方法とピアノ調律師の実践との相違を明らかにすることである。Giordano による調律曲線は、1 オクターブ間のうなりを抑えて不協和度を小さくする、という判断基準で求められているが、実際のピアノ調律においては、2 オクターブ以上のうなりも考慮される。また、平均律に基づくピアノ調律においては、協和音程のうなりの速さがキー毎になだらかに変化するように、という方針も存在する。例えば、平均律の 5 度音程ではゆっくりとしたうなり (A3-E4 では 3 秒間に 2 回程度) が生じる一方、長 3 度のうなりは早い (A3-C#4 では 1 秒間に 9 回程度) [6]。ピアノ調律の作業は、ピアノ音に関して、ある意味での総合判断に基づくため、森の報告[8]に示されているように、同じピアノであってもピアノ調律師により、調律結果は異なってくる。オクターブのうなりを抑えるだけでなく、キーごとの不協和度の変化

†1, †2, †3 神奈川工科大学
Kanagawa Institute of technology

が緩やかなことも判断基準となり得る。

以上の検討により、最終的には協和性理論を応用したピアノ調律ソフトウェアの開発を目指している。我々は、文献[6]ではインハーモニシティを有する複合音に対して Sethares の協和性理論[9]を適用した場合について検討した。また、文献[7]では、代表的ないくつかの協和性理論の比較を行った。

本研究では、協和性理論の検証のための実験計画について報告する。また、上述のピアノ調律ソフトウェア開発の第1段階として開発中の、マイク入力されたピアノ音から協和性理論により不協和度を計算するプログラムについても述べる。

2. 協和性理論について

2.1 協和音と不協和音

高さの異なるキーを2つもしくは、それ以上同時に鳴らした時の音を和音という。和音には、響きが存在する。この響きが協和する（綺麗に響く）ものと協和しない（綺麗に響かない）もので、協和音と不協和音の大きく2つに分類される。両者を区別する方法として、2つのキーの周波数の比が簡単なもの（1:2, 2:3, 3:4など）ほどよく調和し澄んだ音となり、逆に、振動数の比が複雑なものは、同時に鳴らすと響きが濁ってしまうというものがある。例として代表的な音律のひとつである純正律の周波数比[1]を表1に示す。

表1 純正律の周波数比

C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B	C
1	$\frac{25}{24}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{45}{32}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{15}{8}$	2

表1 から読み取れるように、例えば、表の左端のC(ド)に対して1オクターブ上のC(表の右端)やGは、周波数の比率が簡単である。一方で、C#やF#などは、振動数の比率が複雑になっている。これらの音とCを同時に鳴らした場合は、2つの音が調和せず、濁った音つまり、不協和音ということになる。

協和・不協和の概念は時代とともに変化しており、Tenny は、これを時代の変遷に従って5つに分類している[10,11]。前述の Giordano が用いた協和性理論は、その中の5番目にあたる Psychoacoustic Consonance に分類され、協和・不協和を説明する理論として一般的に支持されている。

2.2 協和性理論の計算手順

協和性理論においては、2つの純音（正弦波）同士の不協和度を実験データに基づき与えておく。一般には、この不協和度は2つの純音の周波数と音圧に依存する。

部分音を有する複合音同士の不協和度の計算では、部分音のすべての組み合わせについて、それぞれの部分音同士

の不協和度を求め、総和を取ることで複合音同士の不協和度を計算する。また、単一の複合音についても、その部分音同士の不協和度の総和を取ることで、不協和度を定義することができる。

純音同士の不協和度の計算に用いられる実験データで代表的なものとしては、下記があげられる。

- (a) Plomp と Levelt[4]
- (b) 亀岡と厨川[12,13]

また、これらの実験データを用いた協和性理論が複数の研究者によって提案されている。以下では、Plomp と Levelt のデータに基づく Sethares のモデル[9,10]、および亀岡と厨川のデータに基づく彼ら自身のモデル[12,13]について紹介する。

2.3 Sethares のモデル

上述のように Plomp と Levelt は、2つの純音（正弦波）同士の協和度を実験により求めた。彼らの結果を元に縦軸を不協和度として表したものが図1である。横軸は、純音の周波数差を臨界帯域幅で割った値となっている。縦軸が不協和度となっており、最も協和性が高い場合が0、低い場合が1となっている。臨界帯域幅とは、2つの音が分離して聞こえ、かつ、不協和感を伴わない周波数差のことである。2つの音が臨界帯域幅内にあれば、程度の差はあるが、重音は不協和となる。図1からわかるように、不協和度が最大となるのは、周波数差が臨界帯域幅の約1/4のときである。

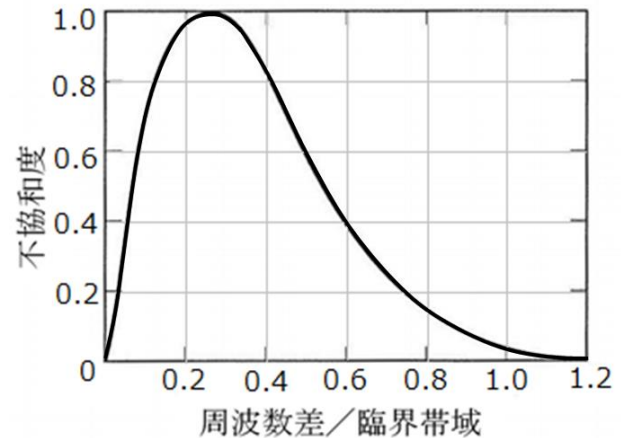


図1 2つの純音の不協和度

Sethares[9]は Plomp と Levelt の結果を数式により定式化した。具体的には、2つの純音の周波数差を x として、不協和度 d を次式で表した。

$$d(x) = e^{-b_1x} - e^{-b_2x} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $b_1 = 3.5$, $b_2 = 5.75$ である。

Sethares は、更に2つの純音の周波数を $f_1, f_2 (f_1 < f_2)$ 、その音圧をそれぞれ a_1, a_2 とするとき、音域で異なる臨界

帯域幅に対応するための式として次式を用いた。

$$d(f_1, f_2, a_1, a_2) = a_1 a_2 [e^{-b_1 s(f_2 - f_1)} - e^{-b_2 s(f_2 - f_1)}] \dots (2)$$

ここで、s は、次式で表される。

$$s = \frac{x^*}{s_1 f_1 + s_2} \dots (3)$$

$s_1 = 0.021$, $s_2 = 19.0$, 最大不協和点 $x^* = 0.24$ としている。

2.4 亀岡・厨川モデル

亀岡と厨川は、心理量である不協和度に対応する物理量不協和強度があると仮定した。基準音 T_1 ともう一つの音 T_2 の2つの純音（正弦波）による不協和度は以下の手順で算出することができる。なお、小畑の解釈による亀岡と厨川の方法は、亀岡と厨川のオリジナルの方法と若干異なる[7]。ここでは、小畑の解釈による方法[14]を示す。

2.4.1 最大不協和となる周波数偏差の算出

一对の純音の間には、不協和強度が最大となる周波数偏差が存在する。 T_1 と T_2 音の周波数偏差が、不協和度が最大となる周波数偏差よりも大きいか小さいかによって、不協和強度を求める式は異なる。そのため、まず T_1 と T_2 の組み合わせに対する最大不協和点の周波数偏差 f_b を求める (f_1 は T_1 の、 f_2 は T_2 の周波数であり $f_1 > f_2$)。

$$f_b = 2.27 f_1^{0.477} \dots (4)$$

音圧レベルを LdB とし、その影響を考える場合には、以下の式を用いる。

$$f_b = 2.27 \left(1 + \frac{L-57}{40}\right) f_1^{0.477} \dots (5)$$

2.4.2 一对音の不協和度の算出

T_1 と T_2 音の不協和度 $D'_{2ei}(f_1, f_2)$ は、

1. $0.01 f_1 \leq f_2 - f_1 \leq f_b$ の場合

$$D'_{2ei}(f_1, f_2) = k'_0 \left[100 \frac{2 + \log((f_2 - f_1)/f_1)}{2 + \log(f_b/f_1)} \right] C'_0 \dots (6)$$

2. $f_b < f_2 - f_1 \leq f_1$ の場合

$$D'_{2ei}(f_1, f_2) = k'_0 \left[90 \frac{\log((f_2 - f_1)/f_1)}{\log(f_b/f_1)} + 10 \right] C'_0 \dots (7)$$

3. $f_2 > 2 f_1$, $f_2 < 1.01 f_1$ の場合

$$D'_{2ei}(f_1, f_2) = k'_0 C'_0 \dots (8)$$

ここで、 C'_0 は雑音による不協和度を表す。このうち、(8)式では、雑音だけの不協和度が算出される。

2.4.3 音圧レベル状態に合わせた絶対不協和度の補正

音圧レベルの状態に合わせて、不協和度を補正する。 p_1 は T_1 、 p_2 は T_2 の音圧、そして p_0 は、57dBに相当する基準音圧を $2 \times 1.15 \mu\text{bar}$ とするとき、

1. 等しい音圧レベル ($p_1 = p_2 = p$) の場合

$$D'_{2i} = D'_{2ei} (p/p_0)^{n_e} \dots (9)$$

2. $p_1 > p_2$ の場合

$$D'_{2i} = D'_{2ei} (p_1/p_0)^{n_e} (p_2/p_1)^{n_h} \dots (10)$$

3. $p_1 < p_2$ の場合

$$D'_{2i} = D'_{2ei} (p_2/p_0)^{n_e} (p_1/p_2)^{n_l} \dots (11)$$

ここで、 $n_e = 0.20$, $n_h = 0.15$, $n_l = 0.32$ である。

2.4.4 一对音の不協和強度の算出

不協和度から不協和強度を計算し、雑音による不協和強度を減じることによって一对音のみによる不協和強度を求める。 $D'_{2i} = k'_0 (D'_{12i})^\beta$ と仮定しているの、一对音の不協和強度 D'_{12i} は、以下の式で与えられる。

$$D'_{12i} = (D'_{2i}/k'_0)^{1/\beta} \dots (12)$$

この不協和強度 D'_{12i} は、雑音である不協和強度を含んでいる。雑音の不協和強度は、 $D'_{1m} = (D'_{no}/k'_0)^{1/\beta}$ である。 D'_{no} に $k'_0 C'_0$ を代入して、 $D'_{1m} = (C'_0)^{1/\beta}$ を D'_{12i} より減ずれば、一对音だけの不協和強度は、以下の式となる。

$$D'_{12i} = (D'_{2i}/k'_0)^{1/\beta} - (C'_0)^{1/\beta} \dots (13)$$

3. 感覚的不協和に関する実験

前述のように、協和性理論のベースとなる純音同士の不協和度に関する実験データは複数存在する。このため、我々自身もこれらのデータを検証することにした。このため、不協和度に関する心理実験として Python を用いた実験システムを構築した。心理実験のプラットフォームとしては、PsychoPy[15]を用いた。PsychoPy は Python をベースとしており、心理実験用の GUI を制作することができる。また、実験計画は主に亀岡および厨川の文献を参考にしている。

3.1 実験方法

周波数 f_1 と f_2 の2つのサイン波を合成して作成した2種類の音をそれぞれ A 音、B 音とする。図2のように、A 音と B 音を、その途中に 0.5 秒の休止時間をおいて、それぞれ 4 秒再生する。

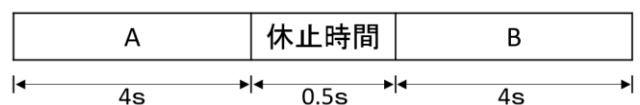


図2 和音の再生方法

被験者には、A音とB音を比較し、B音の方がA音よりも協和性が良い（澄んでいる）場合には、+とし、逆に協和性が悪い（濁っている）場合は、-として、-2, -1, 0, +1, +2の5段階で判定を行ってもらおう。

周波数 f_1 と f_2 の異なるいくつかの合成波を準備し、ランダムにA音とB音に割り当てる。協和度の計算には一対比較法を用いた。

これまでの予備実験の結果によれば、PlompとLeveltによる不協和曲線と亀岡と厨川による不協和曲線の中間的な特性を示す結果が得られている。また、音楽経験者と音楽未経験者との差は、ほとんど見られなかった。この結果は、協和・不協和に対する感覚は音楽経験に依存しないことを示唆している。現在、本試験の準備中である。

4. ピアノ音の不協和度を計算するプログラム

本研究の目的は、協和性理論のピアノ調律への適用性を検証するとともに、最終的には、協和性理論に基づくピアノ調律支援ソフトの開発を目指している。このため、現在、その第一段階として、マイク入力されたピアノ音からその不協和度を計算するプログラムを制作中である。

本プログラムにおいては、図3に示すように、マイク入力されたピアノ音からリアルタイムに不協和度を計算する。これまでに、マイク入力したピアノ音の周波数分析を行う機能までは完成している。また、周波数分析した複合音に対して代表的な協和性理論により不協和度を計算するエンジン部分も開発済みであり、現在、これらを組み込むための作業を行っている。

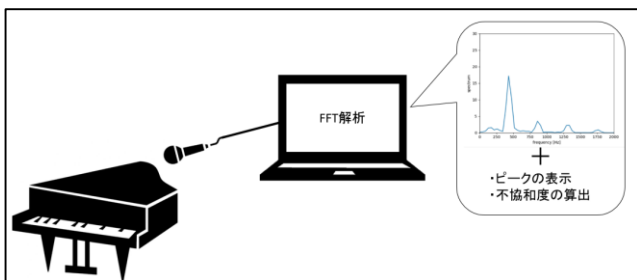


図3 ピアノ音の不協和度のリアルタイム計測

5. おわりに

本研究では、ピアノ音の不協和度の計算プログラムの完成を第一の目標としている。完成後は、実際にどの程度ピアノ調律に活用できるのか等について検討する必要があると考えられる。また、不協和度に関する心理実験については、年代による協和・不協和の感じ方の差、音響技術者やピアノ調律師を被験者とすることも検討中である。本研究は、神奈川工科大学のヒトを対象とした研究に関わる倫理審査委員会で承認されている（承認番号20180322-21）。

参考文献

- [1] 西口磯春（著者）、ピアノの音響学、第4章 ピアノ調律の理論、コロナ社、2014.
- [2] O.L.Railsback, "Scale temperament as applied to piano tuning," J.Acoust. Soc. Am., 9, 278, 1938.
- [3] N.Giordano, "Explaining the Railsback stretch in terms of the inharmonicity of piano tones and sensory," J.Acoust.Soc.Am., 138(4), 2359-2366, 2015.
- [4] R.Plomp and W.J.M.Levelt, "Tonal consonance and critical bandwidth," J.Acoust. Soc Am., 45, 1451-1459, 1969.
- [5] 井上, 西口, 佐々木, "協和性理論の応用について," 音講論 (秋), 809-810, 2017.
- [6] 西口, 井上, 佐々木, "感覚的協和理論のピアノ音への応用について," 日本音響学会, 音楽音響研究会資料, Vol.36 No.4, MA2017-37, 115-121, 2017.
- [7] 井上, 西口, 佐々木, "感覚的協和理論のピアノ音への応用について (第2報) —複数の感覚的協和理論の比較—," 日本音響学会, 音楽音響研究会資料, Vol.36 No.8, MA2017-65, 19-24, 2018.
- [8] 森太郎, "ピアノ調律技術—その音響学的意味—," 音響学会誌, 60, 278-283, 2004.
- [9] W. A. Sethares, "Local consonance and the relationship between timbre and scale," J. Acoust. Soc. Am., 94(3), 1218-1228, 1993.
- [10] J. Tenney, A History of 'Consonance' and 'Dissonance', Excelsior Music Pub., 1988.
- [11] W. A. Sethares, Tuning, Timber, Spectrum, Scale (2nd ED), Appendix E, Springer, 2005.
- [12] A. Kameoka and M. Kuriyagawa, J. Acoust. Soc. Am., 45, 1451-1459, 1969.
- [13] A. Kameoka and M. Kuriyagawa, J. Acoust. Soc. Am., 45, 1460-1469, 1969.
- [14] 小畑郁男, 楽器の音色を視野に入れた音構成理論の研究-感覚的協和理論の音楽への応用-, 九州芸術工科大学博士論文, 2002.
- [15] PsychoPy Psychology software in Python
<http://www.psychopy.org/>