

コース科目が存在する場合の 試験答案返却時間割作成の最適化モデル

橘高 源汰¹ 伊藤 靖彦² 梅谷 俊治^{3,a)} 池上 敦子^{1,b)}

受付日 2018年5月11日, 再受付日 2018年6月27日,
採録日 2018年7月20日

概要: 本研究では, 定期試験後に行われる答案返却時間割作成問題を扱う. 高校などでは, ホームルームクラス単位で授業を受ける通常科目だけでなく, コースに分かれて授業を受けるコース科目が存在する. これらの扱いは異なるため, 2段階の割当てが必要とされている. 最初の段階では, 通常科目を各クラスの各時限に割り当てると同時に, 複数クラスにわたる時限にコース科目用の時間を確保する. 次の段階では, コース科目用に確保した複数の時限に, コースごとに, コース内科目を1つずつ割り当てる. しかし, 2段階で割当てを行うと, 最適解だけでなく実行可能解すら見つからない可能性もある. 本研究では, 通常科目とコース科目の時限を同時に決定する時間割作成の最適化モデルを提案し, モデルが与える解の質を評価する. 最後に, その求解効率について議論する.

キーワード: 時間割作成, モデル化, 定式化, 求解速度

Optimization Models for Timetabling of Class Counseling on the Results of Examinations in the Presence of Elective Courses

GENTA KITAKA¹ ITO YASUHIKO² UMETANI SHUNJI^{3,a)} ATSUKO IKEGAMI^{1,b)}

Received: May 11, 2018, Revised: June 27, 2018,
Accepted: July 20, 2018

Abstract: We consider a timetabling problem in which corrected examination papers are to be returned to student classes after completion of all examinations. There are two types of classes: homeroom classes and elective classes. These are treated differently, and so two-phase assignment is needed for timetabling. In the first phase, the time slot of each elective class is assigned as a set of cells that spans multiple homerooms in the timetable, while assigning each of the homeroom classes to a single cell time slot. In the second phase, each of the elective classes is assigned to a time slot identified during the first phase. In this method, however, it is possible that even a feasible solution can not be found. In this paper, we develop a mathematical optimization model where these two assignments can be made simultaneously, evaluate the solutions obtained by applying our model. Finally discuss the efficiency on the model.

Keywords: timetabling, modeling, formulation, efficiency

1. はじめに

学校時間割作成は, 世界中の小学校, 中学校, 高校, 大学などの各活動において, 教育の質を守るための重要課題として考えられている. 授業のための時間割は, 学校行事や2, 3学期制などにより, 年に1回もしくは複数回, 作成されている. 小学校では, 毎週時間割を作成している場合もあるという [1].

¹ 成蹊大学
Seikei University, Musashino, Tokyo 180-8633, Japan
² 成蹊中学・高等学校
Seikei Junior/High School, Musashino, Tokyo 180-8633, Japan
³ 大阪大学
Osaka University, Suita, Osaka 565-0871, Japan
a) umetani@ist.osaka-u.ac.jp
b) atsuko@st.seikei.ac.jp

この時間割作成においては、教員の同時限の授業重複を避けながら、期間内に必要な授業をクラスごとに割り当てる必要がある。また、教員の出講可能な日時を考慮するだけでなく、利用可能な教室に割り当てることや、教室移動がある科目、連続した時限で授業を行う科目、科目の順序などに関する制約も守らなければならない。学校の現場では、この時間割作成を手作業で行うことが多く、膨大な時間がかかっているという。

さらに、高校においては、ホームルームクラスで受ける授業だけでなく、複数クラスの生徒が同じ時限を対象に複数コースに分かれて授業を受けるため、クラス間でコース用の時間を調整する（作り出す）必要がある。コースには複数科目が編成されていることから、コース内の時間割も考えなくてはいけない。教員は通常の科目もコースの科目も担当することが一般的であり、コースが存在しない時間割作成に比べてさらなる困難を強いられることになる。

学校の時間割作成には授業時間割作成以外にも、様々な種類がある。たとえば、中学校、高校、大学では、一般的に毎学期に定期試験が実施されるため、試験用の時間割作成が必要である。さらに、中学校や高校では答案返却のための時間割作成が必要である。また、試験監督割当問題なども発生する。一般的に、授業時間割作成問題はNP困難であると言われている [8]。

一方、学校の時間割に関する研究は2003年に第1回国際時間割コンペ、2007年に第2回国際時間割コンペ [3]、2011年に第3回国際時間割コンペ [4] が開催されるなど、最近、注目を集めている。

1998年のCarterらの論文 [6] では、course timetablingに関する論文を調査している。course timetablingとは、主に大学を対象としており、専攻間の整合性を保ちながら行われる時間割作成である。この論文には、研究で提案される手法が、実際の教育機関で使用されるケースは稀であることが述べられている。ここでいうコース (course) は、本研究の「高校におけるコース」とは、異なる対象であることを注意しておきたい。大学においては、1人の学生が受講可能な授業の時限が重なることがあるが、高校では、原則、この状況を許さない。

Postらの論文 [9] では、複数の国で発生する高校の時間割作成問題を調査して問題例を集めているが、様々な国で生じる時間割作成問題の性質は異なるという。主な違いは2つあり、生徒や教師の空き時間を許すか否かと、時間割作成の対象がクラス単位か学生単位か、であると述べられている。特に、時間割作成の対象が生徒単位である場合、問題は難しくなると述べられている。

また、2014年のPillayの論文 [8] では、学校時間割作成に関する研究は数多くあるものの、提案されている手法が特定の学校のみで使用されていることが述べられている。したがって、特定の学校のみではなく、様々な状況に対し

て手法を評価する必要があると述べられている。

学校の時間割問題の研究で提案されている手法の多くは、ヒューリスティックアプローチ [7] によるものである。たとえば、遺伝的アルゴリズム、タブー探索、局所探索、シミュレーテッドアニーリングなどである。しかし、最近の数理最適化ソルバーの発展により、時間割作成問題は定式化さえできれば、現実的な時間で厳密解を得ることができるようになってきた [13]。

高校における時間割作成の整数計画モデルについては、最近、論文 [5], [10], [12] も出始めている。しかし、コース科目が存在する整数計画モデル (定式化) は、まだ提案されていない。

論文 [12] では、1段階目で科目に対して割り当てる対象日を決定し、1段階目の結果を基に2段階目で科目を対象日の時限に決定するために2つの定式化を提案している。分解された問題が元の問題の最適解を与える保証はないが、計算効率を優先するアプローチは実用的に魅力的であり、大規模な探索空間を持つ元の問題を小さな問題に分解することは、実験結果からも有効であると述べられている。

論文 [5] では、クウェートにおける高校授業時間割作成を扱っている。1段階目で科目を各日の各時限に決定し、1段階目の結果を基に2段階目で時限が決定された科目に対して担当教員を決定する2つの定式化を提案している。

高校の時間割作成では、事前に科目と教員の割当てが決まっていることが一般的である。しかし、論文 [5] で提案されているモデルは、科目に対して教員の割当てを行うことで、より包括的で実用的な枠組みを提供できると述べられている。

論文 [10] では、デンマークにおける高校授業時間割作成を扱っている。1段階目で科目を各日の各時限に決定し、1段階目の結果を基に2段階目で時限が決定された科目に対して使用する教室を決定する2つの定式化を提案している。この論文には、時間割作成における本質的な制約がほとんど含まれていると述べられているが、本研究で扱うコース科目を考慮するような制約は含まれていない。

学校時間割作成における様々なアプローチを調査・紹介しているサーベイ論文 [8] では、コース科目が存在する問題に対するヒューリスティック解法の論文はあっても、整数計画モデルとして定式化を示した論文はあげられていなかった。

前述のRibicらの論文 [12] では、コース科目が存在する高校の時間割問題について整数計画モデルで解決することを試みたが、満たすことが最も難しいハード制約は、複数のクラスが選択科目に異なる生徒のグループの組合せを持っている状況であると述べられている。そして、コース科目を考慮することでモデルが複雑になることに対する簡単な解決策として、コース科目についてはあらかじめ時間割に固定し、モデルから除外することを提案している。し

		1日目						2日目						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7
1年	1	I 教員78	D 教員21	A 教員8	C2 教員69	B2 教員41		F 教員2	G 教員46	E 教員14	B1 教員35	H 教員51	C1 教員62	HR

図 1 1つのクラスの時間割

Fig. 1 Timetable for a homeroom class.

かし、コース科目をモデルから除外して求解することは、時間割作成におけるより良い解を見落とす可能性があると考えられる。

本研究では、コース科目が存在する時間割作成に対する整数計画モデルがまだ提案されていないことや、現場においても文献においても2段階のアプローチが適用されてきたことに対し、通常科目とコース科目を同時に決定する時間割作成の基本モデルを提案する。モデルが与える解の質を評価し、定式化による求解効率について議論する。

2. 答案返却時間割

答案返却時間割について、本研究で対象とする高校の問題例を使って説明する。

対象高校では、定期試験後の問題・解答解説のために各科目の答案返却時間を設けている。答案返却時間割作成は、短い期間（2日や3日）を対象に、試験が実施された各科目について行われるため、授業時間割作成とは異なる時間割を作成しなければならない。対象高校では、この答案返却時間割作成を1年間に3回行っている。

図 1 は、1つのクラス（1年1組）における答案返却時間割の例である。期間が2日間であり、1日目が6時限まで、2日目が7時限までが対象になっている。それぞれの時限に対して科目が割り当てられており、各科目に対して、必ず1人の教員が対応している。アルファベットは科目名であり、その下は科目を担当する教員名（この例では番号）である。たとえば、1日目の1時限目は、「I」という科目を教員78が担当していることを示す。

実際の答案返却時間割作成では、1クラスだけでなく、全学年全クラスに対して時間割表を作成しなければならない。

対象高校を含め日本の多くの高校では、2, 3年生で文系と理系の複数のコースに分かれて授業を行う。さらに、コースごとに受ける科目が異なる。たとえば、2年生のある生徒は理系を選択し、数学、物理、化学の3つの科目を選択するのに対し、別の生徒は文系を選択し、現代文、古文、日本史を選択する。

表 1 は、対象高校のコースのリストである。2年生には「文1」から「文6」、「理1」から「理4」の10コース、3年生には「a1」から「a10」、「b1」から「b5」の15コースある。そして、2年生のクラス1から4を対象に5コース、クラス5から8を対象に5コース、3年生のすべてのクラスを対象に15コースという、3つグループ（コース用クラ

表 1 コースと対応ホームクラス

Table 1 Courses and corresponding homeroom classes.

コース名	対象学年	対象ホームルームクラス
文1	2	1, 2, 3, 4
文2		
文3		
理1		
理2		
文4	2	5, 6, 7, 8
文5		
文6		
理3		
理4		
a1	3	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
a2		
a3		
a4		
a5		
a6		
a7		
a8		
a9		
a10		
b1		
b2		
b3		
b4		
b5		

スグループ)に設定されている。2年生、3年生の各生徒は必ず1つのコースに所属することになるが、各コースの科目はあらかじめ決まっている。なお、答案返却においては、試験を行った科目のみを対象にするので、通常的时间割の科目数より少ない可能性がある。

図 2 はある時期における実際の答案返却時間割である。左の列から学年、クラスを示し、上の行から日、時限、そして、各クラスの各時限の答案返却科目を示す。学年数は3、クラス数は1学年8の合計24が対象となっている。図2では期間は2日間、時限数は1日目が6、2日目が7となっている。

本研究では、各科目には担当する教員が決まっており、科目名と担当する教員のセットを1つの「科目」と考え、時間割に割り当てることを考える。図2において、1年生の時間割では、1クラスの各時限に対して割り当てる科目は必ず1つになっている。2, 3年生の時間割では、1年生

		1日目						2日目						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7
1年	1	I 教員78	D 教員21	A 教員8	C2 教員69	B2 教員41		F 教員2	G 教員46	E 教員14	B1 教員35	H 教員51	C1 教員62	HR
	2	B2 教員31	I 教員78	F 教員10	B1 教員40	D 教員21		C2 教員71	H 教員51	E 教員26	A 教員3	C1 教員62	G 教員46	HR
	3	A 教員3	B2 教員30	B1 教員42	F 教員10	C1 教員62		G 教員48	C2 教員71	H 教員51	E 教員26	D 教員17	I 教員39	HR
	4	B1 教員35	F 教員2	E 教員18	B2 教員41	A 教員10		H 教員51	G 教員48	D 教員17	C1 教員65	C2 教員63	I 教員36	HR
	5	G 教員49	B1 教員43	D 教員17	C1 教員62	C2 教員69		B2 教員31	F 教員2	H 教員50	I 教員39	E 教員26	A 教員10	HR
	6	E 教員18	C2 教員63	G 教員49	H 教員51	B1 教員35		A 教員8	C1 教員85	B2 教員37	F 教員10	I 教員38	D 教員19	HR
	7	E 教員14	A 教員13	H 教員50	I 教員78	C1 教員65		B1 教員36	D 教員21	G 教員48	C2 教員63	F 教員7	B2 教員30	HR
	8	C2 教員60	C1 教員65	F 教員7	A 教員13	I 教員78		D 教員19	G 教員47	B1 教員42	B2 教員31	H 教員50	E 教員26	HR
2年	1	M 教員53	O 文2 教員12 G 理2	C1 教員60 C1	O 文3 教員6 K 文1	B1 教員36 B1	A 教員11	J 教員16	E 教員22	B2 教員31 E2	O 文1 教員1 K 文3	N 教員76	HR	
	2	A 教員1	H 理1 教員50	C1 教員64	K 文2 教員8	B1 教員32	E 教員28	M 教員56	J 教員15	B2 教員29	G 理1 教員48	N 教員75	HR	
	3	A 教員13	L 文1 教員58 L 文3	E 教員28	F 理1 教員4 F 理2	M 教員53	C1 教員59 C1	N 教員77	B1 教員36 B1	J 教員15	H 理2 教員50 L 文2	B2 教員35 B2	HR	
	4	A 教員5	教員57	E 教員27	教員5	J 教員16	教員70 C1 教員61	N 教員75	B1 教員33 B1	M 教員56	教員57	B2 教員44 B2 教員29	HR	
	5	J 教員15	B2 教員29 E2	M 教員53	B1 教員42 E1	O 文4 教員11 G 理4	O 文5 教員12 O 文6	E 教員22	C1 教員60 C1	K 文5 教員7 K 文6	N 教員75	A 教員5	HR	
	6	J 教員16	教員41 B2 教員34	A 教員13	B1 教員30 B1 教員37	教員49 H 理3	K 文4 教員8 L 文5	N 教員76	C1 教員63 教員64	教員2 G 理3 教員47	M 教員56	E 教員22	HR	
	7	B 教員27	A 教員1	B2 教員33	J 教員15	L 文5 教員58 L 文6	H 理4 教員50 F 理3	C1 教員59	M 教員56	F 理4 教員5 L 文4	N 教員77	B1 教員42 B1 教員30	HR	
	8	E 教員28	M 教員53	E2 教員41 E2 教員34	A 教員11	教員57	教員4	C1 教員63 C1 教員61	N 教員76	教員57	J 教員16	B1 教員37	HR	
3年	1	D 教員24	C1 教員61	O a1 教員4 O a4	A 教員2	O a6 教員8 K a5	Q a78 教員32 Q a910 教員34	O a3 教員9 K a12 教員3	O a2 教員5 O a5 教員6	C1 教員70 C2 教員71	P 教員19 A 教員4	HR		
	2	D 教員25	教員72 C2 教員73	教員1	P 教員19	K a910 教員3	教員3	O a78 教員5	K a34 教員3	C2 教員59	HR			
	3	C1 教員61 C2	A 教員7	E a3 教員14 J a2	D 教員20	G b1 教員46 G b2	E a4 教員14 E a610	K a6 教員1 O a910	P 教員19	C1 教員70 C1	HR			
	4	教員73 C2 教員74	D 教員24	B1 b2 教員16 B1 b2 教員36	P 教員23	教員45 H b4 教員51	教員18 J a59 教員15	教員8 B a8 教員26	A 教員4	教員60 C2 教員71	HR			
	5	F 教員23	D 教員20	B1 b3 教員29 E2 b1 教員36	C1 教員67	Z a1234 a78 教員64 C1 教員68	B1 b1 教員30 B1 b4 教員32	J a17 教員16 H b15 教員52	A 教員6	C2 教員64 C2 教員73	HR			
	6	A 教員2	P 教員23	教員31 B2 b4 教員35	教員68 C1 教員72	教員68 教員72 教員99	B2 b2 教員32 B2 b3 教員33	教員52 教員50	D 教員20	教員59	HR			
	7	F 教員19	C1 教員67 C1	B2 b5 教員37 Z a56910	D 教員25	教員25	B2 b3 教員38 B1 b6 教員34	M b3 教員54 M b4 教員55	C1 教員60 C2 教員64	A 教員6 A 教員7	HR			
	8	D 教員20	教員68 C2 教員74 教員74	教員69 教員74 教員99	P 教員19				教員64	HR				

図 2 実際的な答案返却時間割
Fig. 2 Actual timetable.

の時間割と異なり、複数のクラスに1つの科目がまたがるように割り当てられる場合がある。たとえば、図2の2年1組と2年2組の1日目3時限は、2つのクラスの生徒が同一の科目を習熟度別で3つのグループに分かれて受ける科目を表す。このような科目は合同で行われる1つの科目と考え、時間割に割り当てる。

本研究では、以上のように、ホームルームクラスの生徒と一緒に同じ授業を受ける科目、複数のクラスが習熟度別に分かれる科目を通常科目と呼ぶ。

2, 3年生の時間割には、通常科目に加え、コースに分かれて行う科目がある。たとえば、図2の1日目2時限において、2年1組から4組の4クラスの生徒が、表1に示した「文1」、「文2」、「文3」、「理1」、「理2」の5つのコースに分かれて答案返却を受けている。対応するコース名は科目名(アルファベット)の右に示す。また、3年生のコースにおいては複数のコースの科目を同一の教員が教える場合がある。たとえば、図2の3年生の1日目3時限にある科目「K」が対応するコースは「a7」と「a8」である。図2の「b1」と「b①」は同一のコースを表しているが、コース内でも選択科目(たとえば、物理と化学と生物)で分かれて授業を行う場合に合わせ、記号を区別している。同じ番号の科目(たとえば、「b1」と「b①」の科目)は同じ時限にならないようにするべき科目であることを示している。

以上のように、複数のホームルームクラスの生徒がコースに分かれる科目をコース科目と呼ぶことにする。

3. 答案返却時間割作成における制約

時間割作成において、生徒にとって同じ時限に複数科目が割り当てられることを避けるため、各クラスの各時限に割り当てられる科目の数はたかだか1である。コース科目が存在する問題では、通常科目はホームルームクラスごとに、コース科目はコースごとに、そして、それらをあわせ、各時限に割り当てられる科目の数はたかだか1である。また、答案返却時間割作成では、各科目が割り当てられる回数は1である。

教員に関して考慮すべきは、研究日、会議などにより出講不可能な時限が存在することである。出講不可能の場合は、その時限にその教員を割り当ててはいけない。また、1人の教員を同じ時限の複数科目に割り当ててはならない。さらに、非常勤講師のように、来校日数に制限があることや来校した場合の無駄な空き時間を避ける考慮も必要である。本論文では、1日における無駄な空き時間を含む返却時限パターンを、「禁止する返却時限パターン」もしくは「禁止パターン」と呼ぶことにする。

使用可能な教室数も考慮しなければならない。ここでの例では、ホームルームクラスとは別に使用可能な教室数は、各時限において6である。つまり、全学年のホームルームクラスの教室数24とそれ以外の教室数6をあわせた合計

30を超えてはいけない。

この他、対象高校では、同学年のすべてのクラスが同じ時限に終了する必要がある。また、答案返却最終日の最後にホームルーム(クラスごとに行うミーティング、以降、HR)を割り当てて必要がある。HRはクラス担任が担当する。

さらに、高校の時間割では、生徒にとっての空き時間を作ることが許されていない。そこで、科目の並びについて気を付けなくてはいいなこととして、コース内の科目数がコースごとに異なること(たとえば、3から6)があげられる。この数が異なることによって、図2の3年生の1日目6時限目のように実施科目が少なく一部の生徒が出席しない時限が存在する。たとえば、「a6」のコースの生徒は5時限で答案返却が終了するが、「a7」のコースの生徒は6時限まで答案返却がある。この例のように帰宅できる場合は空き時間と見なさないが、科目と科目の間の空き時間は許されない。そこで、生徒にとっての空き時間が発生しないためには1日において、各時限の出席生徒が前の時限の生徒の部分集合になるように、時間割を作成しなければならない。

以上のことをふまえ、各科目に関する情報が「科目名、対象ホームルームクラスもしくはコース、担当教員」で与えられ、さらに、科目間における「同じ時限に割り当てられるもの」、「同じ時限に割り当ててはいけないもの」の情報、教員の出講不可能時限、来校数の上下限や禁止パターン、利用可能教室数の情報が与えられた下で、コース科目が存在する答案返却時間割作成を行うことになる。

現場では、この答案返却時間割作成に対し、以下の2段階の割当てを行っている。

1段階目: 通常科目の時限を決定するとともに、コース科目用に「複数のホームルームクラスにまたがる時間枠」を必要な数だけ確保する、

2段階目: 確保した時間枠にコース科目を割り当てる。

しかし、2段階で割当てを行うと、最適解だけでなく実行可能解すら見つからない可能性もある。

本研究で提案するモデルでは、上記2段階の割当てを同時に実現できるように考える。できる限り計算時間を抑えることを意識しながら、通常科目と一緒にコース科目に必要な時間枠を時間割に割り当てて定式化を構築することにより、最適解を得ることを目指す。

次節で行う定式化のために、答案返却時間割作成における制約を以下に列挙する。

答案返却時間割作成における制約

- (a) 各ホームルームクラス(もしくは各コース)の各時限に科目をたかだか1つ割り当てる。
- (b) 1生徒に対し複数科目を同じ時限に割り当てない。
- (c) 各科目を期間内の1つの時限に割り当てる。
- (d) 教員の出講不可能時限に割り当てない。

- (e) 1 教員の複数科目を同じ時限に割り当てない。
- (f) 学年ごとに終了時限を統一する。
- (g) 最終日の最終時限を HR (ホームルーム) にする。
- (h) 生徒にとっての空き時間を作らない。
- (i) 同じ時限に割り当てるコース科目セットがある。
- (j) 同じ時限に割り当てないコース科目ペアがある。
- (k) 使用可能な教室数を超過しない。
- (l) 対象教員の来校数の上下限を考慮する。
- (m) 対象教員の禁止する返却時限パターン (禁止パターン) を避ける。
- (n) 好ましくない時限 (遅い時間帯など) の利用を避ける。
- (o) コース科目用の時間枠数を必要最小限にする。

ここであげた制約や考慮点をすべて満たすことが理想だが、現実には、一部のものをあきらめる必要がある。そこで、対象高校で必ず守っている制約をハード制約、場合によって諦める制約をソフト制約として扱うことにする。

具体的には、制約 (a) から (k) をハード制約、(l) から (o) をソフト制約として定式化することにする。

4. 提案モデルの定式化

本研究で提案するモデルでは、2 段階の割当てにおける 2 種類の割当てを同時に行う。

1 種類目の割当てに対し、通常科目 s もしくはコース用クラスグループ f の時間枠を時限 j に割り当てるなら 1、そうでないなら 0 となる 0-1 意思決定変数 x_{sj} と x_{fj} を考え、時間枠を科目として扱うための便宜上、コース用クラスグループ f を科目扱いする (ただし、科目 f は複数回の割当てがあるものとする)。そして、2 種類目の割当てに対し、コース科目 s を時限 j の時間枠に割り当てるなら 1、そうでないなら 0 となる 0-1 意思決定変数 z_{sj} を用意し、 x_{sj} との関係を表しながら定式化することを考える。そして、ソフト制約を満たせない度合いを表す変数を用意し、目的関数で重みを付けて最小化する。

提案モデルを 0-1 整数計画問題として定式化した結果を以下に示す。

記号説明

教員の集合を T 、日の集合を D 、ホームルームクラスの集合を C 、時限の集合を J とする (時限要素は、便宜上、通し番号を利用する。たとえば、1 日目が 6 時限、2 日目が 7 時限だった場合、時限集合は $J = \{1, 2, \dots, 13\}$ となる)。日 $d \in D$ の時限の集合を J^d 、 J から各日の最終時限を除いた時限の集合を J_1 、HR 対象外の時限の集合を J_2 、HR 対象時限 (最終日の比較的遅い時限) の中から最終時限を除いた時限の集合を J_3 とする (たとえば、上記 J の例に対し、 $J_2 = \{1, 2, \dots, 10\}$ 、 $J_3 = \{11, 12\}$)。

学年の集合を L 、学年 $l \in L$ のホームルームクラスの集合を C_l 、コース用クラスグループの集合を F 、クラスグループ $f \in F$ 用のコースの集合を A_f 、クラスグループ f

に含まれるホームルームクラスの集合を C^f とする。

通常科目の集合を S 、ホームルームクラス c の通常科目の集合を S^c とする (便宜上、HR も通常科目として扱い、 S や S^c の要素として学年 l の HR を h_l と表す。さらに、 S^c はコース用時間枠として $f \in F$ を含んでいる)。コース $a \in A_f$ の科目の集合を SS^a 、教員 i の担当する通常科目の集合を S_i 、教員 i の担当するコース a の科目の集合を SS_{ia} 、コース科目 $s \in SS^a$ と同じ時限に割り当てない科目の集合を \overline{S}_s とする。 f 用の同じ時限に割り当てるべきコース科目の集合を P_{fk} 、 $k \in \{1, \dots, n_f\}$ 、使用教室を考慮する科目の集合を SR 、ホームルームクラスとは別に使用可能な教室の数を n^{room} とする。

教員 i の出講不可能な時限の集合を Q_i 、教員 $i \in T$ の禁止パターン番号の集合を EE_i 、禁止パターン $e \in EE_i$ における時限の集合を E_e とする。教員 i の来校数の上限を u_i 、下限を l_i 、教員 i の来校数がこれらを違反する量をそれぞれ変数 α_i^+ 、 α_i^- で表す。教員 i に禁止パターン e で科目が割り当てられたときに値を持つ変数を β_{ie} 、学年 l の時限 j にホームルームクラス以外の教室を使用する数を表す変数を γ_{lj} 、学年 l の時限 j に科目を割り当てたときのペナルティを w_{lj} 、コース用の時間枠を割り当てたときのペナルティを W 、教員 i の来校数が上限、下限を違反したときのペナルティをそれぞれ w_i^+ 、 w_i^- 、教員 i に禁止パターン e で科目が割り当てられたときのペナルティを w_{ie} とする。

x_{sj} 、 z_{sj} 、 α_i^+ 、 α_i^- 、 β_{ie} 、 γ_{lj} 以外の変数としては、教員 i が日 d に来校するなら 1、そうでないなら 0 となる変数を v_{id} 、学年 l の時限 j に返却もしくは HR を割り当てるなら 1、そうでないなら 0 となる変数を y_{lj} 、 f 用の同じ時限に割り当てるべきコース科目の集合 P_{fk} のすべての科目を時限 j に割り当てるなら 1、そうでないなら 0 となる変数を δ_{fkj} とする。

以下に、提案するモデルの定式化を示す。制約式を個々に説明し、最後に目的関数について述べる。

各クラスの各時限にたかだか 1 つの科目を割り当てる

$$\sum_{s \in S^c} x_{sj} \leq 1 \quad c \in C, j \in J \quad (1)$$

ホームルームクラスごとに考えた場合の制約 (a)、(b) に対応する。次の制約式 (2) とあわせて、生徒にとって通常科目とコース科目の混在がないように制約している。

左辺は、クラス c の時限 j に割り当てる通常科目もしくはコース用の時間枠の数を表している。

確保したコース用時間枠にたかだか 1 つの科目を割り当てる

$$\sum_{s \in SS^a} z_{sj} \leq x_{fj} \quad a \in A_f, f \in F, j \in J \quad (2)$$

コースごとに考えた場合の制約 (a)、(b) に対応する。

右辺は時限 j にコース用クラスグループ f の時間枠が割

り当てられたなら1となっている。したがって、コース用クラスグループの時間枠が割り当てられている時限にのみコース科目をたかだか1つ割り当てることができる。

期間内に通常科目を必ず1回割り当てる

$$\sum_{j \in J} x_{sj} = 1 \quad s \in S \quad (3)$$

通常科目における制約(c)に対応する。

左辺は、通常科目 s を割り当て回数を表している。

期間内にコース科目を必ず1回割り当てる

$$\sum_{j \in J} z_{sj} = 1 \quad s \in SS^a, a \in A_f, f \in F \quad (4)$$

コース科目における制約(c)に対応する。

左辺は、期間内にコース科目 s をコース用クラスグループ f の時間枠に割り当て回数を表すので、右辺を1にすることでコース科目を必ず1回割り当てることができる。教員の出講可能な時限にたかだか1つの科目を割り当て

$$\sum_{s \in S_i} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \leq 1 - |\{j\} \cap Q_i| \quad i \in T, j \in J \quad (5)$$

制約(d), (e)に対応する。

教員 i の時限 j に対し、この式の左辺1項目は割り当てられる通常科目数、2項目は割り当てられるコース科目数である。 $|\{j\} \cap Q_i|$ の値は時限 j が Q_i の要素であるとき(この時間が不可能な場合に)1になり、右辺が0となる。つまり、制約(d)を表すことになる。そして、出講可能時限に対してのみ右辺が1となり、科目をたかだか1つ割り当てることができるので、制約(e)を表すことになる。

学年ごとに終了時限を統一する

$$\sum_{s \in \cup_{c \in C_l} S^c} x_{sj} = |C_l| y_{lj} \quad l \in L, j \in J \quad (6)$$

制約(f)に対応する。

学年 l の時限 j に対し、左辺は割り当てる科目数(科目を割り当てられたクラス数)を表している。割り当てる科目が1つでもあるなら y_{lj} は1になり、そうでないなら0になる。したがって、右辺はクラス数 $|C_l|$ もしくは0となり、割り当てる科目があるなら全クラスに割り当て、対象学年の終了時限を統一することができる。

HR (ホームルーム) は対象外の時限に割り当てない

$$x_{h_{lj}} = 0 \quad l \in L, j \in J_2 \quad (7)$$

次の制約式(8)とあわせて、制約(g)に対応する。

x の添え字 h_l は、学年 l のHRを表す。HR対象外の時限の集合 J_2 の要素に対し、 $x_{h_{lj}}$ の値を0にすることで、HRは対象外の時限に割り当てないことができる。

HRはすべての答案返却終了後の時限に割り当てる

$$y_{lj+1} \leq 1 - x_{h_{lj}} \quad l \in L, j \in J_3 \quad (8)$$

制約(g)に対応する。

右辺は時限 j にHRを割り当てた場合0になり、左辺の y_{lj+1} も0になるので、時限 $j+1$ に科目を割り当ててを禁止できる。

各学年において空き時限を作らない

$$y_{lj} \geq y_{lj+1} \quad l \in L, j \in J_1 \quad (9)$$

学年(ホームルームクラス)ごとに考えた場合の制約(h)に対応する。

学年 l の時限 j に対し、左辺は割り当てた場合1になり、右辺は時限 $j+1$ に割り当てた場合1になる。不等号によって「時限 j に科目が割り当てない ($y_{lj} = 0$) のまま時限 $j+1$ に科目が割り当てる」ことを禁止しているため、空き時限(時間割途中の空欄)を作らないことができる。各コースの生徒にとって空き時間を作らない

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in (\cup_{c \in C_f} S^c \setminus F)} x_{sj} + |C^f| \sum_{s \in SS^a} z_{sj} \\ & \geq \sum_{s \in (\cup_{c \in C_f} S^c \setminus F)} x_{s,j+1} + |C^f| \sum_{s \in SS^a} z_{s,j+1} \end{aligned} \quad a \in A_f, f \in F, j \in J_1 \quad (10)$$

コースごとに考えた場合の制約(h)に対応する。

コース a の生徒達(所属ホームルームクラス数は $|C^f|$)にとって、左辺の1項目は時限 j に割り当てられた通常科目数(0か関わるホームクラス数 $|C^f|$)を表し、2項目は時限 j に割り当てられたコース a のコース科目数(0か1)に $|C^f|$ をかけた値を表す。右辺も時限 $j+1$ における同様な数である。左辺も右辺も値は0か $|C^f|$ であるが、不等号により、生徒の空き時間は生じないようにできる。 S^c には、コース科目用の時間枠が含まれているため、科目数を数える際には S^c から F の要素を削除している。

同時限割当てコース科目集合の要素を同じ時限に割り当てる

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in P_{fk}} z_{sj} = |P_{fk}| \delta_{fkj} \\ & k \in \{1, \dots, n_f\}, f \in F, j \in J \end{aligned} \quad (11)$$

制約(i)に対応する。

左辺は、時限 j において集合 P_{fk} に含まれるコース科目を割り当てる数を表している。 δ_{fkj} は0か1しか値をとらないため、右辺の値は0か $|P_{fk}|$ になる。したがって、集合 P_{fk} に含まれるコース科目をすべて割り当てるか、まったく割り当てないか、の2通りしか許さないことになる。

同時限割当て禁止コース科目を同じ時限に割り当てない

$$z_{sj} + \frac{1}{|\overline{S}_s|} \sum_{s' \in \overline{S}_s} z_{s'j} \leq 1$$

$$s \in SS^a, a \in A_f, f \in F, j \in J \quad (12)$$

制約 (j) に対応する。

左辺の 1 項目は時限 j にコース科目 s を割り当てる場合 1 となり、2 項目はコース科目 s と一緒に割当てを禁止される科目の集合 \overline{S}_s の要素を 1 つでも割り当てる場合に 0 より大きい (1 以下の) 値を持つ。この和を 1 以下にすることで、コース科目 s と集合 \overline{S}_s に含まれる要素を同じ時限に割り当てることを避けられる。2 項目を 1 以下になるように集合サイズで割っているのは、集合内の要素どうしの同時限割当てを禁止しないようにするためである。

各学年各時限の使用教室数がホームルームクラス数を超える数 γ_{lj} を把握する

$$\sum_{c \in C_l} \sum_{s \in SR \cap S^c} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \leq |C_l| + \gamma_{lj}$$

$$l \in L, j \in J \quad (13)$$

次の制約式 (14) とあわせて、制約 (k) に対応する。

左辺の 1 項目は学年 l の時限 j に教室利用を考慮する通常科目が割り当てられた数を表し、2 項目は学年 l の時限 j に教室利用を考慮するコース科目が割り当てられた数を表す。右辺の $|C_l|$ は学年 l のホームルームクラス数を表す。時限 j に割り当てた教室を考慮する科目数がホームルームクラス数を超えた場合は γ_{lj} が超えた数を表す。つまり、ホームルーム教室以外に必要な教室数を γ_{lj} で表している。ホームルームクラス以外の教室利用数の上限を守る

$$\sum_{l \in L} \gamma_{lj} \leq n^{\text{room}} \quad j \in J \quad (14)$$

制約 (k) に対応する。

左辺は時限 j に使用するホームルームクラス以外の教室利用数を表し、利用上限の n^{room} を超えないようにする。

教員の来校したかどうかを判定する

$$v_{id} \leq \sum_{s \in S_i} \sum_{j \in J^d} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} \sum_{j \in J^d} z_{sj} \leq |J^d| v_{id}$$

$$i \in T, d \in D \quad (15)$$

次の制約式 (16) とあわせて、制約 (l) に対応する。

中央の式は、教員 i が日 d に担当する科目数の合計を表す。1 項目が割り当てられた通常科目数、2 項目が割り当てられたコース科目数を表す。中央の式の値が 0 なら、左辺の v_{id} は 0 になり、1 以上なら右辺の v_{id} は 1 になる。よって、変数 v_{id} は、教員 i が日 d に来校したら 1、そうでないなら 0 となることを表している。右辺において v_{id} に日 d における時限数 $|J^d|$ をかけている理由は、その日に割り当

てることができる数の上限だからである。

教員の来校数の上下限を守る

$$l_i - \alpha_i^- \leq \sum_{d \in D} v_{id} \leq u_i + \alpha_i^+ \quad i \in T \quad (16)$$

制約 (l) に対応する。

中央の式は、教員 i が来校数の合計を表す。左辺の l_i と右辺の u_i はその数の下限と上限を表し、下限、上限を違反した場合、 α_i^- 、 α_i^+ が値を持つことで式が成り立つ。この α_i^- 、 α_i^+ は目的関数で最小化しなければならない。

教員にとっての禁止返却時限パターンを避ける

$$\sum_{j \in E_e} \left(\sum_{s \in S_i} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \right)$$

$$+ \sum_{j \in J^d \setminus E_e} \left(1 - \left(\sum_{s \in S_i} x_{sj} + \sum_{f \in F} \sum_{a \in A_f} \sum_{s \in SS_{ia}} z_{sj} \right) \right)$$

$$\leq |J^d| - 1 + \beta_{ie} \quad i \in T, d \in D, e \in EE_i \quad (17)$$

制約 (m) に対応する。

集合 E_e は禁止する返却時限パターン e を構成する時限の集合である。教員 i の日 d に対し、左辺の 1 項目は禁止する返却時限を構成する時限 j において、担当する時限数を表す。2 項目は禁止する返却時限を構成しない時限 j において、担当しなかった時限数を表す。つまり、1 項目の値が禁止パターンを構成する時限数 $|E_e|$ 、2 項目の値がそれ以外の時限数 $|J^d| - |E_e|$ になると、禁止パターンが生成されていることになる。したがって、この式では左辺の値が $|J^d| - 1$ 以下になるように設定したいが、どうしても、禁止パターンになってしまったときには β_{ie} が 1 になる。目的関数では、 β_{ie} の値を最小化しなければならない。

目的関数

$$\sum_{l \in L} \sum_{j \in J} W_{lj} y_{lj} + W \sum_{f \in F} \sum_{j \in J} x_{fj}$$

$$+ \sum_{i \in T} (w_i^- \alpha_i^- + w_i^+ \alpha_i^+) + \sum_{i \in T} \sum_{e \in EE_i} w_{ie} \beta_{ie} \quad (18)$$

目的関数では、ソフト制約として扱う制約 (l) から (o) のそれぞれを満たさない度合いに重みを付けて最小化する。

1 項目では、割り当てる時限の好ましくなさに応じて重み (ペナルティ) W_{lj} を設定できる。2 項目は、割り当てるコース用クラスグループの時間枠を無駄に設定しないために必要となる。3 項目は、教員の来校数違反量に重みを付けたもの、4 項目は、禁止パターンで割り当ててしまった数に重みを付けたものである。そして、これらの総和を最小化する。ちなみに、1 項目は制約 (n)、2 項目は制約 (o)、3 項目は制約 (l)、4 項目は制約 (m) に対応する。

変数の値域は以下のとおりである。

$$v_{id} \in \{0, 1\} \quad i \in T, d \in D \quad (19)$$

$$x_{sj} \in \{0, 1\} \quad s \in S \cup F, j \in J \quad (20)$$

$$y_{lj} \in \{0, 1\} \quad l \in L, j \in J \quad (21)$$

$$z_{sj} \in \{0, 1\} \quad s \in SS^a, a \in A_f, f \in F, j \in J \quad (22)$$

$$\delta_{fjk} \in \{0, 1\} \quad f \in F, k \in \{1, \dots, n\}, j \in J \quad (23)$$

$$\alpha_i^-, \alpha_i^+ \in \{0, 1\} \quad i \in T \quad (24)$$

$$\beta_{ie} \in \{0, 1\} \quad i \in T, e \in EE_i \quad (25)$$

$$\eta_{lj} \geq 0 \quad l \in L, j \in J \quad (26)$$

$\alpha_i^-, \alpha_i^+, \beta_{ie}$ は 0-1 変数でなく非負変数としてもよい。ちなみに、コース科目が存在しない答案返却時間割作成では、各科目集合にコース科目やコース用時間枠が存在しないだけでなく、制約式 (2), (4), (10) から (14) が必要なくなる。さらに、制約式 (5) 左辺の 2 項目、制約式 (15) の中央の式の 2 項目、制約式 (17) 左辺の 2 項目もなくなる。

5. 計算実験

提案モデルを利用し、本研究で対象とした高校の答案返却時間割を作成する計算実験を行った。

2014 年 11 月のデータ、2015 年 12 月のデータ、2016 年 3 月のデータ、2016 年 7 月のデータ、2016 年 12 月のデータで対象問題例に対し最適解を得ることに成功した。ここでは、2015 年 12 月のデータに対する計算実験の結果を示す。

この問題例（データ）では、教員は 84 名、対象日数は 2 日、1 日目は時限 1 から 6、2 日目は時限 7 から 13 である。学年は 3 学年、1 年 8 クラス、2 年 8 クラス、3 年 8 クラスを通し番号でクラス 1 から 24 とする。コースは 2 年の前半 4 クラス（クラス 9 から 12）、後半 4 クラス（クラス 13 から 16）、3 年 8 クラス（クラス 17 から 24）に対し、それぞれ 5 コース、5 コース、15 コースが設定されている（表 1 参照）。科目数は、通常科目とコース科目用の時間枠（コース用クラスグループの数 $|F| = 3$ ）とコース科目を合わせて 256 であり、1 から 259 まで通し番号順で表されている（HR は 1 つの学年が同じ時限に行うため、学年ごとに 1 科目として扱った）。この問題例では、コース内で同じ時限に割り当てるコース科目の集合はなかった（ $P_{fk} = \emptyset$ ）。また、使用可能な教室数にも上限を設定する必要がなかった。

そのほか、各学年のクラスごとに答案返却がある通常科目とコース科目とその担当教員、各教員の担任クラスと各時限に対する出講不可能情報が与えられている。禁止パターンに関する制約は、非常勤教員などの一部の教員のみを対象としており、空き時間を含むパターンが禁止されている。

目的関数における重みについては、各日の答案返却が早く終わるよう、 $W_{16} = 1, W_{12} = 5, W_{13} = 10$ と設定し、コース用クラスグループの時間枠を割り当てられたことに対する重みを $W = 100$ とした。考慮対象教員に対し

表 2 結果の時間割と現場作成時間割との比較

Table 2 Comparison between the resultant timetable and an actual timetable.

	現場作成	提案モデル
各学年の各時限に割り当てたペナルティの総和	18	18
時間枠を割り当てた回数	12	12
教員の来校数の上下限違反数	1	1
禁止パターンの数	7	0
作成時間	—	約 22 秒

ては、来校数が下限、上限を違反することに対する重みを $w_i^- = w_i^+ = 1$ 、禁止する返却時限パターンで科目が割り当てられたことに対する重みを $w_{ie} = 1$ と設定した。

この問題例の定式化を lp フォーマットで記述し、整数計画ソルバー（IBM CPLEX, Ver.12.5.0.0）で求解した。

計算結果を現場作成の時間割の結果とともに、以下の表 2 に示す。また、得られた時間割と教員勤務表を図 3 と図 4 を示す。

各学年の各時限に割り当てた際のペナルティ（重み）の総和 18 は 1 日目に 1, 2, 3 年生の 6 時限（重み $w_{16} = 1$ ）、2 日目に 1, 2, 3 年生の 6 時限（重み $w_{12} = 5$ ）に科目が割り当てられた結果に対応する。

現場で作成された答案返却時間割と比較し、禁止パターンの数を 7 から 0 に減らすことに成功した。図 4 で、黄色に網掛けした時限は、現場作成答案返却時間割において禁止パターンを考慮する教員に答案返却が割り当てられた部分である。教員 14, 31, 46, 61, 78, 82, 83 の 7 名に禁止パターンが割り当てられていたことが分かる。これに対し、提案モデルではこれらをなくすことができている。

目的関数値は、 $1219 = 18 + 12 \times W + 1$ であった。

現場では、時間割作成に約 2 週間かけているのに対し、提案モデルでは約 22 秒で解を得た。得られた時間割は対象教員にとっての無駄な空き時間を削減することにより、教員の負担を減らすことができた。この時間割は、実用可能であると現場で評価され、2016 年 3 月と 2016 年 12 月に実施された答案返却では、得られた時間割をそのままの形で使用された。

6. 2 つのモデルの比較

提案モデルの求解効率を観察するために、意思決定変数を 1 種類に統一した比較モデルを用意した。比較モデルでは、提案モデルで考慮した時間枠を陽には考えずに、通常科目とコース科目を同等に扱い、科目 s を時限 j に割り当てられるなら 1、そうでないなら 0 となる 0-1 意思決定変数 x_{sj} のみを利用する。制約と目的関数は提案モデルと同じものを考慮する。ただし、通常科目とコース科目が 1 つのクラスの時限に混在しないように制約を加えた。

新たに加えた記号は、通常科目もコース科目も含んだすべての科目の集合 S^* 、教員 i の担当する科目（通常科目も

		1日目						2日目						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7
1	年	1	E 教員29	H 教員58	B2 教員45	F 教員6	C2 教員74	B1 教員36	A 教員4	C1 教員68	I 教員84	G 教員54	D 教員23	HR
	2	A 教員4	E 教員29	H 教員58	F 教員13	C2 教員75	B2 教員45	B1 教員36	I 教員84	G 教員54	C1 教員68	D 教員19	HR	
	3	F 教員6	A 教員7	H 教員55	D 教員19	C2 教員76	B2 教員46	E 教員18	C1 教員67	G 教員51	I 教員84	B1 教員36	HR	
	4	H 教員55	C1 教員68	G 教員51	C2 教員75	F 教員13	D 教員19	E 教員16	B1 教員47	A 教員7	B2 教員39	I 教員84	HR	
	5	C2 教員74	E 教員16	B2 教員46	A 教員14	C1 教員67	F 教員4	H 教員56	I 教員83	D 教員19	B1 教員35	G 教員52	HR	
	6	C1 教員67	D 教員22	E 教員29	C2 教員76	A 教員12	F 教員5	B1 教員47	H 教員56	G 教員53	I 教員83	B2 教員38	HR	
	7	B2 教員39	H 教員55	A 教員14	C2 教員74	E 教員18	G 教員52	D 教員22	B1 教員49	I 教員83	F 教員4	C1 教員67	HR	
	8	D 教員23	F 教員1	B2 教員39	A 教員12	E 教員29	C1 教員68	B1 教員49	C2 教員72	H 教員55	G 教員53	I 教員83	HR	
2	年	1	N 教員79	E 教員24	A 教員3	C1 教員65 C1	B1 教員33 B1	O 文1 教員7 L 文2 教員63 O 文3 教員3	L 文1 教員63 O 文2 教員11 K 文3 教員3	M 教員61	B2 教員36 B2	J 教員17	K 文1 教員9 K 文2 教員3 L 文3 教員63	HR
	2	J 教員30	N 教員79	M 教員59	C1 教員69 C1	B1 教員35 B1	O 文3 教員12 H 理1 教員56 F 理2 教員2	L 文2 教員63 O 文3 教員3 G 理1 教員53 G 理2 教員54	E 教員24 B2 教員48	教員38 B2 教員48	A 教員15	教員15	教員3 L 文3 教員63 F 理1 教員6 H 理2 教員56	HR
	3	C1 教員64 C1	B1 教員33 B1	A 教員13	N 教員81	J 教員17	H 理1 教員56 F 理2 教員2	G 理1 教員53 G 理2 教員54	B2 教員34 B2	E 教員24	M 教員61	F 理1 教員6 H 理2 教員56	HR	
	4	C1 教員66 C1	B1 教員35 B1	J 教員17	M 教員59	A 教員14			B2 教員38 B2	N 教員80	E 教員20		HR	
	5	L 文4 教員63 O 文5 教員1 K 文6 教員9 H 理3 教員56 F 理4 教員2	N 教員80	O 文4 教員12 K 文5 教員9 L 文6 教員63	J 教員25	B1 教員34 B1	E 教員24	B2 教員32 B2	K 文4 教員3 L 文5 教員63 O 文6 教員5	M 教員61	A 教員3	C1 教員65 C1	HR	
	6	教員1 K 文6 教員9 H 理3 教員56 F 理4 教員2	J 教員30	教員9 L 文6 教員63	E 教員20	B1 教員45 B1	N 教員81	B2 教員33 B2	教員63 O 文6 教員5	A 教員15	M 教員59	教員69 C1 教員71	HR	
	7	H 理3 教員56 F 理4 教員2	E 教員20	F 理3 教員6 H 理4 教員56	B1 教員37 B1	J 教員25	A 教員13	N 教員80	G 理3 教員53 G 理4 教員54	B2 教員32 B2	C1 教員64 C1	M 教員61	HR	
	8		M 教員59	教員56	B1 教員45 B1	N 教員81	A 教員14	E 教員20	教員54	B2 教員33 B2	C1 教員66 C1	J 教員17	HR	
3	年	1	K a178 教員3 K a2 教員5 E a3 教員16	C1 教員69 C1	P 教員26	J a17 教員18 O a2 教員8 K a3 教員3	Q1 a78 教員32 O a910 教員4	D a78 教員22	I 教員39	A 教員1	C2 教員64 C2	D a1 教員28 J a2 教員18 O a3 教員10	O a1 教員4 D a2 教員28 D a3 教員22	HR
	2	教員5 E a3 教員16	教員70 C1 教員74	A 教員2	教員8 K a3 教員3				P 教員31	I 教員39	教員73 C2 教員77	教員18 O a3 教員10	HR	
	3	D a4 教員22 J a59 教員17	教員75 C2 教員76	I 教員82	K a4 教員5 K a56 教員1				P 教員21	C1 教員65 C1	A 教員5	O a4 教員7 D a56 古 教員22	HR	
	4	E a610 教員20	C2 教員78	P 教員21	教員1 E a8 教員29				A 教員6	教員66 C1 教員71	I 教員82	教員22 Q2 a78 教員44	HR	
	5	B1 b① 教員38 B1 b② 教員41	I 教員82	C1 教員69 C1	Q a910 教員36 H b1 教員56				A 教員2	C2 教員64 C2	P 教員21	K a910 教員1 B2 b① 教員40	HR	
	6	B2 b③ 教員42	P 教員26	C1 教員70 C1	H b2 教員55				A 教員1	教員73 C2 教員77	I 教員39	B2 b② 教員33 教員33	HR	
	7	B2 b④ 教員35 B2 b⑤ 教員43	P 教員21	C2 教員75 C2	M b4 教員60				A 教員5	I 教員82	C1 教員65 C1	B1 b③ 教員34 B1 b④ 教員32	HR	
	8		A 教員6	C2 教員76 C2					I 教員82	P 教員31	C1 教員66 C1	B1 b⑤ 教員37 教員37	HR	

図 3 2015 年 12 月における提案モデルで得られた答案返却時間割

Fig. 3 Timetable for December 2015 obtained by our model.

コース科目も含む) の集合 S_k^* , コースの集合 A , クラス $c \in C$ に関わるコースの集合 A_c , コース $a \in A$ に関わるホームルームクラスの集合 C^a , 同じ時限に割り当てるべきコース科目の集合 P_k , $k \in \{1, \dots, n\}$, そして, P_k のす

べての科目を時限 j に割り当てるなら 1, そうでないなら 0 となる変数 δ_{kj} , クラス c の時限 j に科目を割り当てるなら 1, そうでないなら 0 となる変数 g_{cj} である.

以下に比較モデルの定式化を示す.

教員番号	教員名	2日目						2日目						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7
1	教員1	O 文5	F		K a56			A	A		K a910			HR
2	教員2	F 理4		A			F 理2	A				O a56古		HR
3	教員3	K a178		A	K a3			K 文3	K 文4		A	K 文2		HR
4	教員4	A				O a910	F	A			F	O a1		
5	教員5	K a2			K a4		F	A	O 文6	A				HR
6	教員6	F	A	F 理3	F			A				F 理1		
7	教員7		A				O 文1				A	O a4	O a78	HR
8	教員8				O a2									
9	教員9	K 文6		K 文5									K 文1	
10	教員10										O a3			
11	教員11	X	X	X	X	X	X	O 文2						
12	教員12	X	X	O 文4	A	A	O 文3	X	X					
13	教員13			A	F	F	A	X	X	X	X	X	X	X
14	教員14			A	A	A	A							
15	教員15	X	X	X	X	X	X	X	A	A				
16	教員16	E a3	E					E				E a4		
17	教員17	J a59		J		J					J	J		
18	教員18				J a17	E		E			J a2			HR
19	教員19				D		D				D	D		
20	教員20	E a610	E		E			E			E			HR
21	教員21		P	P				P			P			HR
22	教員22	D a4	D				D a78	D			D a56	D a3		
23	教員23	D										D		
24	教員24		E				E		E	E				
25	教員25				J	J								
26	教員26		P	P									X	X
27	教員27	X	X	X	X	X	X					D a910	X	X
28	教員28	X	X	X	X	X	X					D a1	D a2	
29	教員29	E	E	E	E a8	E								
30	教員30	J	J											
31	教員31	X	X	X	X	X	X	P	P					
32	教員32					Q1 a78		B2		B2	B1 b3			HR
33	教員33		B1			B1		B2		B2	B2 b2			HR
34	教員34					B1			B2	B2	B1 b3			
35	教員35	B2 b4	B1			B1					B1			
36	教員36				Q a910		B1	B1		B2		B1		HR
37	教員37				B1		B1	B2			B1 b5			HR
38	教員38	B1 b1							B2	B2		B2		
39	教員39	B2	B1	B2				I	I	I	B2	B2		HR
40	教員40											B2 b1		
41	教員41	B1 b2												
42	教員42	B2 b3												
43	教員43	B2 b5												
44	教員44										Q2 a78			
45	教員45	X		B2	B1	B1	B2	X	X	X	X	X	X	X
46	教員46			B2	B1	B1	B2							
47	教員47	X	X	X	X	X	X	B1	B1					
48	教員48								B2	B2				
49	教員49	X	X	X	X	X	X	B1	B1					
50	教員50											G b1		
51	教員51			G						G		G b2		
52	教員52						G				G			
53	教員53	X	X	X	X	X	X	G 理1	G 理3	G	G			
54	教員54	X	X	X	X	X	X	G 理2	G 理4	G	G			
55	教員55	H	H	H	H b2					H		H b4		HR
56	教員56	H 理3		H 理4	H b1		H 理1	H	H			H 理2		HR
57	教員57											H b5		
58	教員58	X	H	H				X						
59	教員59		M	M	M							M		
60	教員60				M b4									
61	教員61	X	X	X	X	X	X		M	M	M	M		
62	教員62	X	X	X	X	X	X					M b3		
63	教員63	L 文4		L 文6			L 文2	L 文1	L 文5			L 文3		HR
64	教員64	C1							C2	C2	C1			
65	教員65				C1				C1	C1		C1		
66	教員66	C1							C1	C1	C1			HR
67	教員67	C1							C1			C1		HR
68	教員68		C1					C1				C1		HR
69	教員69		C1	C1	C1							C1		HR
70	教員70	C1	C1	C1	C1							C1		HR
71	教員71				C1				C1	C1		C1		
72	教員72													
73	教員73	X	X	X	X	X	X		C2	C2				
74	教員74	C2	C1	C1	C2	C2								
75	教員75		C2	C2	C2	C2								
76	教員76		C2	C2	C2	C2		X	X	X	X	X	X	X
77	教員77								C2	C2				
78	教員78		C2	C2				X	X	X	X	X	X	X
79	教員79	N	N											
80	教員80		N					N		N				
81	教員81	X	X	X	N	N	N	X	X	X	X	X	X	X
82	教員82		I	I				I	I	I				
83	教員83	X	X	X	X	X	X		I	I	I	I	I	
84	教員84	X	X	X	X	X	X		I	I	I	I	I	

図 4 2015 年 12 月における提案モデルで得られた教員の勤務表 (×: 出講不可能時限 黄色網掛け: 「禁止パターン」を考慮する教員に対する現場作成答案返却における割当て時限)

Fig. 4 Timetable for December 2015 of teachers obtained by our model.

比較モデルの定式化

Minimize

$$\sum_{l \in L} \sum_{j \in J} W_{lj} y_{lj} + W \sum_{l \in L} \left(\sum_{j \in J} y_{lj} - \sum_{c \in C_l} \frac{|S^c|}{|C_l|} \right) + \sum_{i \in T} (w_i^- \alpha_i^- + w_i^+ \alpha_i^+) + \sum_{i \in T} \sum_{e \in EE_i} w_{ie} \beta_{ie} \quad (27)$$

subject to

$$\sum_{s \in S^c} x_{sj} + \frac{1}{|A^c|} \sum_{a \in A^c} \sum_{s \in SS^a} x_{sj} \leq g_{cj} \quad c \in C, j \in J \quad (28)$$

$$\sum_{s \in S^c} x_{sj} + \sum_{a \in A^c} \sum_{s \in SS^a} x_{sj} \geq g_{cj} \quad c \in C, j \in J \quad (29)$$

$$\sum_{s \in SS^a} x_{sj} \leq 1 \quad a \in A, j \in J \quad (30)$$

$$\sum_{j \in J} x_{sj} = 1 \quad s \in S^* \quad (31)$$

$$\sum_{s \in S_i^*} x_{sj} \leq 1 - \{|j\} \cap Q_i \quad i \in T, j \in J \quad (32)$$

$$\sum_{c \in C_l} g_{cj} = |C_l| y_{lj} \quad l \in L, j \in J \quad (33)$$

$$x_{h_{lj}} = 0 \quad l \in L, j \in J_2 \quad (34)$$

$$y_{lj+1} \leq 1 - x_{h_{lj}} \quad l \in L, j \in J_3 \quad (35)$$

$$y_{lj} \geq y_{lj+1} \quad l \in L, j \in J_1 \quad (36)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in (\cup_{c \in C^a} S^c)} x_{sj} + |C^a| \sum_{s \in SS^a} x_{sj} \\ & \geq \sum_{s \in (\cup_{c \in C^a} S^c)} x_{s_{j+1}} + |C^a| \sum_{s \in SS^a} x_{s_{j+1}} \end{aligned} \quad a \in A, j \in J_1 \quad (37)$$

$$\sum_{s \in P_k} x_{sj} = |P_k| \delta_{kj} \quad k \in \{1, \dots, n\}, j \in J \quad (38)$$

$$x_{sj} + \frac{1}{|S_s|} \sum_{s' \in S_s} x_{s'j} \leq 1 \quad s \in SS^a, a \in A, j \in J \quad (39)$$

$$\sum_{c \in C_l} \sum_{s \in SR \cap S^c} x_{sj} \leq |C_l| + \gamma_{lj} \quad l \in L, j \in J \quad (40)$$

$$\sum_{l \in L} \gamma_{lj} \leq n^{\text{room}} \quad j \in J \quad (41)$$

$$v_{id} \leq \sum_{s \in S_i} \sum_{j \in J^d} x_{sj} \leq |J^d| v_{id} \quad i \in T, d \in D \quad (42)$$

$$l_i - \alpha_i^- \leq \sum_{d \in D} v_{id} \leq u_i + \alpha_i^+ \quad i \in T \quad (43)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in E_e} \left(\sum_{s \in S_i} x_{sj} \right) + \sum_{j \in J^d \setminus E_e} \left(1 - \left(\sum_{s \in S_i} x_{sj} \right) \right) \\ & \leq |J^d| - 1 + \beta_{ie} \quad i \in T, d \in D, e \in EE_i \end{aligned} \quad (44)$$

$$v_{id} \in \{0, 1\} \quad i \in T, d \in D \quad (45)$$

$$x_{sj} \in \{0, 1\} \quad s \in S^*, j \in J \quad (46)$$

$$y_{lj} \in \{0, 1\} \quad l \in L, j \in J \quad (47)$$

$$g_{cj} \in \{0, 1\} \quad c \in C, j \in J \quad (48)$$

$$\delta_{kj} \in \{0, 1\} \quad k \in \{1, \dots, n\}, j \in J \quad (49)$$

$$\alpha_i^-, \alpha_i^+ \in \{0, 1\} \quad i \in T \quad (50)$$

$$\beta_{ie} \in \{0, 1\} \quad i \in T, e \in EE_i \quad (51)$$

$$\gamma_{lj} \geq 0 \quad l \in L, j \in J \quad (52)$$

比較モデルの目的関数も提案モデルと同じ構成（ソフト制約である制約 (1) から (o) の違反する度合いの最小化）になっている。2 項目の括弧の中は、利用時限数から通常科目のための時限数を引いた値、つまり、コース用の時間枠の数を表す。

表 3 提案モデルと比較モデルの制約式の数と変数の数

Table 3 The numbers of constraints and variables.

使用データ	提案モデル		比較モデル	
	制約式の数	変数の数	制約式の数	変数の数
2014 年 11 月	6,532	7,422	6,844	7,695
2015 年 12 月	7,253	8,135	7,565	8,408
2016 年 3 月	6,486	9,216	6,710	9,412
2016 年 7 月	8,731	9,872	9,067	10,166
2016 年 12 月	12,865	13,713	13,201	14,007

表 4 提案モデルと比較モデルの 2 つのソルバーによる求解時間 (秒)

Table 4 Computing time (sec.).

使用ソルバー	最適値	提案モデル		比較モデル	
		CPLEX	Gurobi	CPLEX	Gurobi
2014 年 11 月	1,024	33.08	16.82	162.89	57.83
2015 年 12 月	1,219	21.39	9.49	171.18	174.06
2016 年 3 月	602	4.48	2.26	6.80	6.78
2016 年 7 月	1,213	228.06	140.53	559.88	522.09
2016 年 12 月	1,212	230.44	107.56	628.13	335.85

制約式 (28) は、生徒にとって同じ時限に通常科目とコース科目が混在しないための制約、制約式 (29) は、制約式 (28) とあわせて、変数 g_{cj} の値を確定させるものである。制約式 (28) は、コース内科目が複数同じ時間に割り当てられないようにする制約式 (30) とあわせて、制約 (a), (b) に対応する。そして、制約式 (31) は制約 (c)、制約式 (32) は制約 (d), (e)、制約式 (33) は制約 (f)、制約式 (34) と (35) は制約 (g)、制約式 (36) と (37) は制約 (h)、制約式 (38) は制約 (i)、制約式 (39) は制約 (j)、制約式 (40) と (41) は制約 (k)、制約式 (42) と (43) は制約 (l)、制約式 (44) は制約 (m) に対応する。

表 3 は各データにおける 2 つのモデルの制約式の数と変数の数である。問題サイズは、大きくは変わらない。

提案モデルと比較モデルの求解効率を比較するために、2 つの数理最適化ソルバーを用いて計算実験を行った。計算環境は、2.80 GHz Hexa-Core Intel Xeon CPU X5660、ソルバーは CPLEX12.5 [2] に加え、Gurobi6.5 [1] を利用した。

表 4 は各答案返却時間制作成データに対する 2 つのソルバーを用いた求解時間を示す。どのデータ、どのソルバーにおいても、提案モデルの求解効率と比較モデルより優れていることが確認できる。

さらに、提案モデルと比較モデルの求解過程を比較するために、提案モデルと比較モデルの下界が最適値まで上昇するのにかかる時間を表 5 に示し、それぞれの求解までの上界と下界の推移グラフ（上界と下界の近づき方）を、それぞれ、図 5 と図 6、図 7 と図 8、図 9 と図 10、図 11 と図 12、図 13 と図 14 に示す。これらのグラフは横軸が時間を表し、縦軸が目的関数値を表す。青の実線のグラ

表 5 提案モデルと比較モデルの下界が最適値まで上昇するのにかかる時間 (秒)

Table 5 Time taken for the lower bound to rise to the optimum value.

使用データ	最適値	提案モデル	比較モデル
2014年11月	1,024	11.53	60.31
2015年12月	1,219	11.41	171.18
2016年3月	602	2.16	6.80
2016年7月	1,213	228.06	559.88
2016年12月	1,212	11.74	50.79

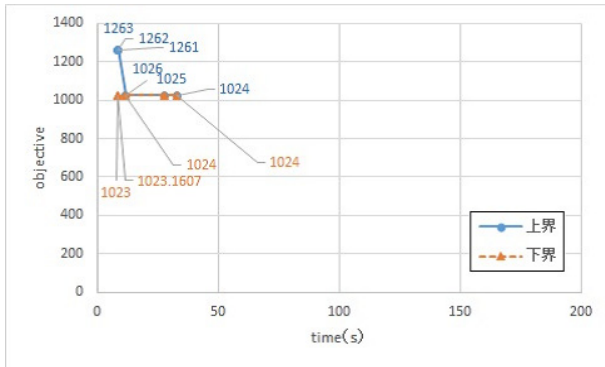


図 5 提案モデルの上界と下界の推移 (2014年11月のデータ)

Fig. 5 Transition of the lower and upper bounds obtained by our model (Nov. 2014).

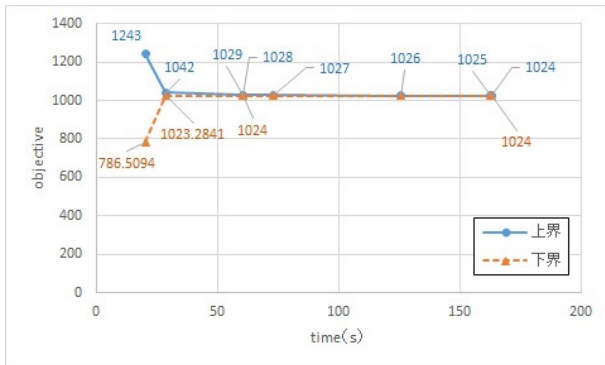


図 6 比較モデルの上界と下界の推移 (2014年11月のデータ)

Fig. 6 Transition of the lower and upper bounds obtained by a model for comparison (Nov. 2014).

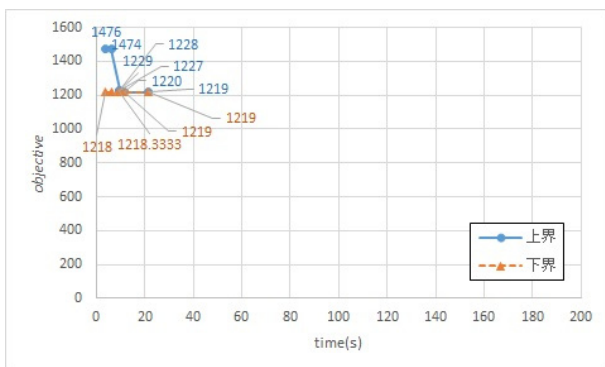


図 7 提案モデルの上界と下界の推移 (2015年12月のデータ)

Fig. 7 Transition of the lower and upper bounds obtained by our model (Dec. 2015).

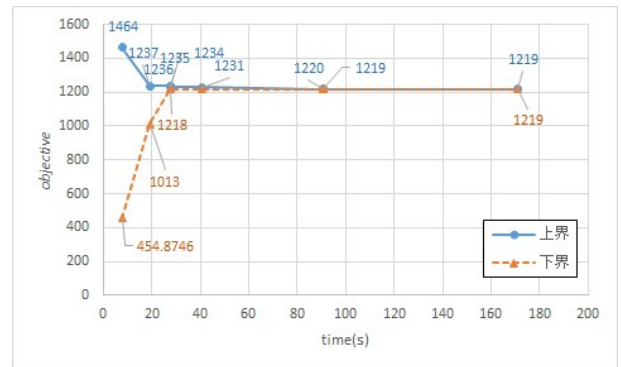


図 8 比較モデルの上界と下界の推移 (2015年12月のデータ)

Fig. 8 Transition of the lower and upper bounds obtained by a model for comparison (Dec. 2015).

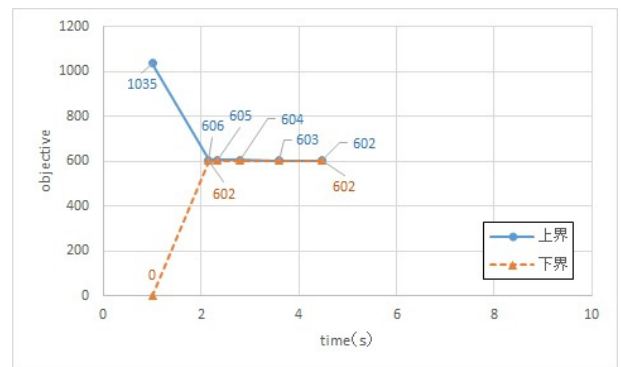


図 9 提案モデルの上界と下界の推移 (2016年3月のデータ)

Fig. 9 Transition of the lower and upper bounds obtained by our model (Mar. 2016).

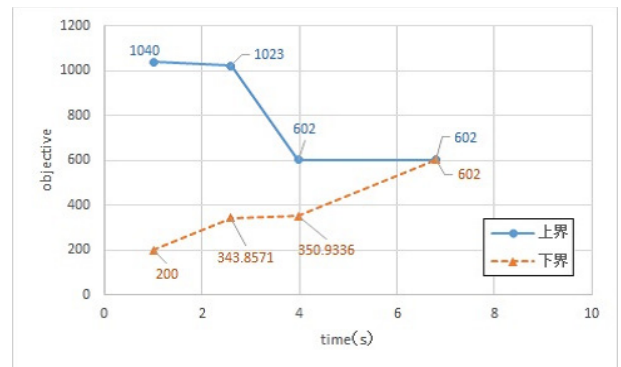


図 10 比較モデルの上界と下界の推移 (2016年3月のデータ)

Fig. 10 Transition of the lower and upper bounds obtained by a model for comparison (Mar. 2016).

フが上界, オレンジの点線のグラフが下界を示す (この観察実験は, CPLEX を利用して行った).

たとえば, 前節で説明した 2015 年 12 月のデータの計算実験結果では, 提案モデルは下界が最適値の 1,219 に上昇するまで約 11 秒であったのに対し, 比較モデルは下界が最適値の 1,219 に上昇するまで約 171 秒かかっている.

すべてのデータにおいて, 提案モデルの方が下界の上昇が速い. また, 提案モデルは比較的良好な実行可能解を早期

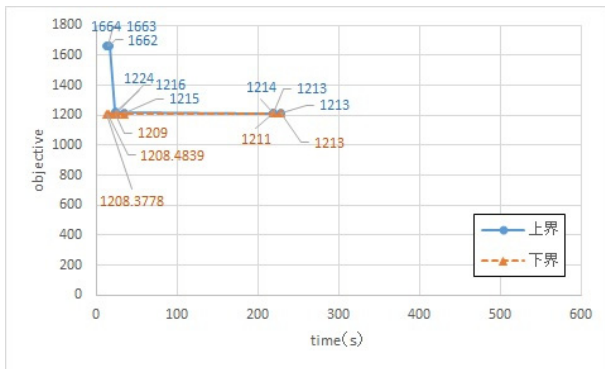


図 11 提案モデルの上界と下界の推移 (2016 年 7 月のデータ)
 Fig. 11 Transition of the lower and upper bounds obtained by our model (July 2016).

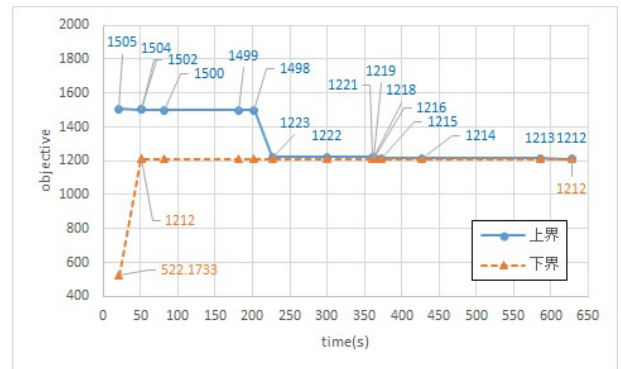


図 14 比較モデルの上界と下界の推移 (2016 年 12 月のデータ)
 Fig. 14 Transition of the lower and upper bounds obtained by a model for comparison (Dec. 2016).

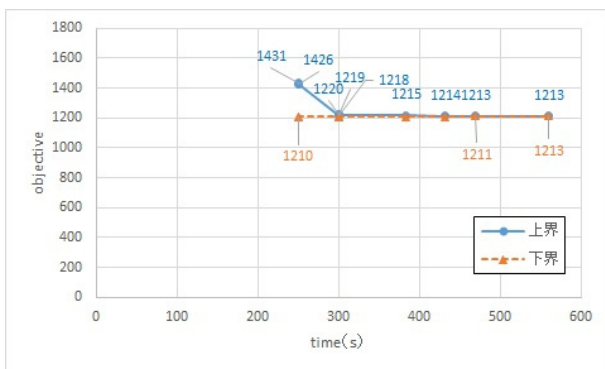


図 12 比較モデルの上界と下界の推移 (2016 年 7 月のデータ)
 Fig. 12 Transition of the lower and upper bounds obtained by a model for comparison (July 2016).

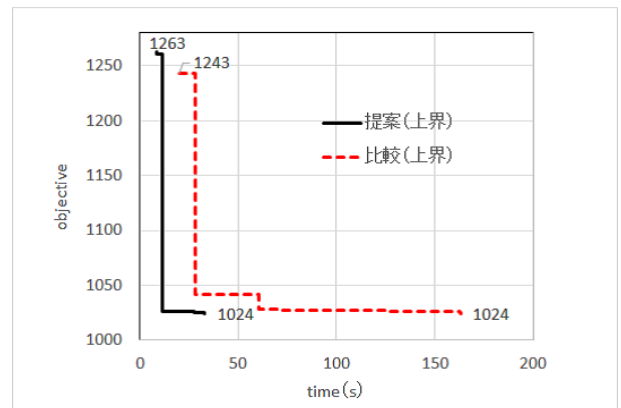


図 15 上界推移の比較 (2014 年 11 月のデータ)
 Fig. 15 Comparison between the upper bounds transitions of two models (Nov. 2014).

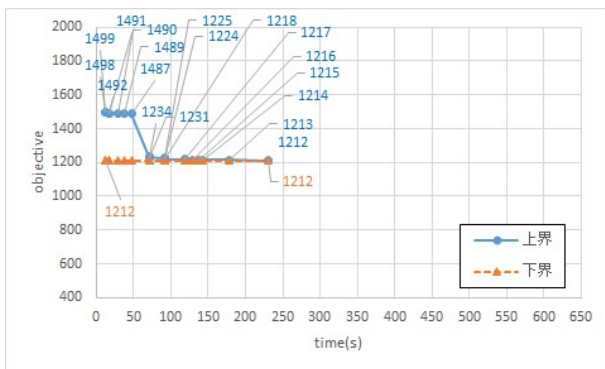


図 13 提案モデルの上界と下界の推移 (2016 年 12 月のデータ)
 Fig. 13 Transition of the lower and upper bounds obtained by our model (Dec. 2016).

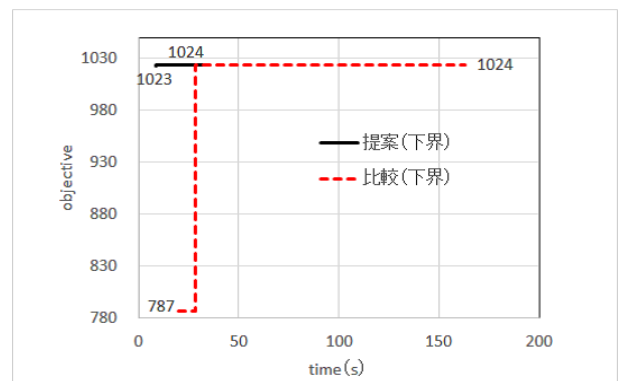


図 16 下界の推移の比較 (2014 年 11 月のデータ)
 Fig. 16 Comparison between the lower bound transitions of two models (Nov. 2014).

に得ることができている。

これらの結果から、コース科目をある時限に割り当てるか否かだけでなく、時間枠を割り当てるか否かを制約に加えることで、探索する解空間を絞ることができたと考えられる。

参考までに、2014 年 11 月のデータ、2015 年 12 月のデータについては (図 5 から図 8 と冗長になるが)、それぞれ、上界の推移と下界の推移を直接比較するグラフを図 15 と

図 16、図 17 と図 18 に示しておく。図 5 から図 14 では、値が変化した点をプロットして直線でつないだものを示しているのに対し、図 15 から図 18 では、値が変化する部分を階段状に示しているため、詳細なところで異なって見える場合があること (表現の違いであること) を述べておく。

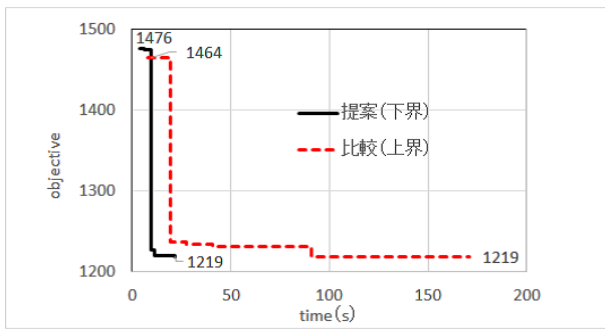


図 17 上界推移の比較 (2015 年 12 月のデータ)

Fig. 17 Comparison between the upper bound transitions of two models (Dec. 2015).

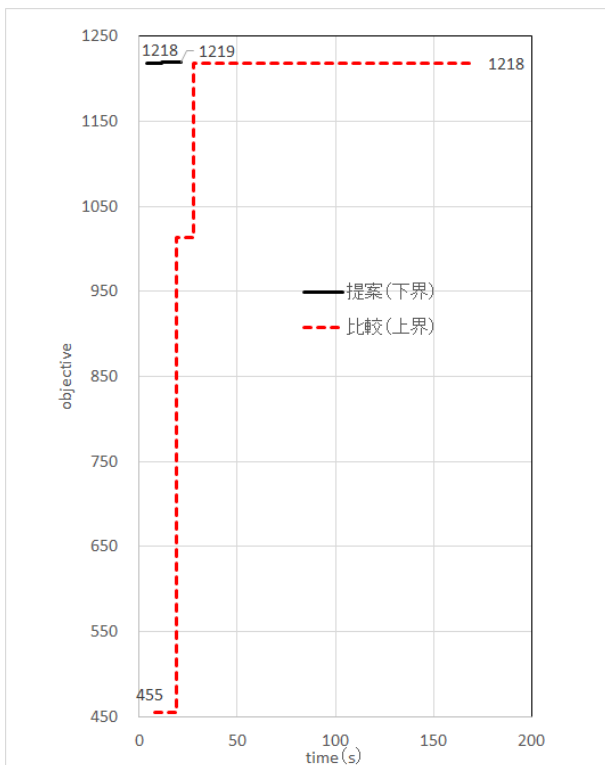


図 18 下界の推移の比較 (2015 年 12 月のデータ)

Fig. 18 Comparison between the lower bound transitions of two models (Dec. 2015).

7. おわりに

本研究では、高校の答案返却時間割作成について扱った。通常科目の時限を決定しながらコース用クラスグループの時間枠を必要な数だけ確保し、その後に確保した時間枠にコース科目を割り当てるという 2 段階の意思決定方法に対し、提案モデルでは、これらをを同時に行うことで、コース用の時間枠を意識しながらも最適性を確保できるようになった。さらに、モデル構築では、現場で起こりうる様々な要望をパラメータ入力に対応することを目指したため、好ましくない割当てパターンや可能時限など教員個々の都合を簡単に扱えるようになった。

また、本研究では、提案モデルの構造が探索空間を縮小できることも確認できた。具体的には、提案モデルの求解効率を調べるために、標準的な発想と思われる「コース科目を陽には区別しないモデル」を用意し、2つのモデルの求解時間やその過程を比較した。5つの現実データすべてに対して、提案モデルは、比較モデルより下界が上昇しやすく、計算速度が速いことが分かった。対象となるコースが増えると、この傾向が強くなることも分かっている。

このモデルを利用して行った計算実験で得られた時間割は、教員にとっての無駄な空き時間を削減することにより、対象教員の負担を減らすことにも成功した。

これまでの文献には、コース科目が存在する時間割作成について整数計画モデルとして定式化されたものがなかった。本研究の提案モデルの構造は、コース科目を扱う難しさを解決できたことから、答案返却時間割作成問題だけでなく、対象時限数や各科目の授業数が複数になる授業時間割作成問題においても、有効になると考えられる。

したがって、提案モデルとその定式化は、コース科目が存在する時間割作成における様々な現実的な問題を対象としたモデルの基盤になると考える。

参考文献

- [1] Gurobi Optimization - The Best Mathematical Programming Solver, available from <http://www.gurobi.com/> (accessed 2016-10-02).
- [2] IBM ILOG CPLEX, available from <http://www-03.ibm.com/software/products/ja/ibmilogcplex> (accessed 2016-01-14).
- [3] International timetabling competition, available from <http://www.cs.qub.ac.uk/itc2007> (accessed 2016-10-26).
- [4] International timetabling competition 201, available from <https://www.utwente.nl/ctit/hstt/itc2011/welcome/> (accessed 2016-10-27).
- [5] Al-Yakoob, S.M. and Sherali, H.D.: Mathematical models and algorithms for a high school timetabling problem, *Computers & Operations Research*, Vol.61, pp.56-68 (2015).
- [6] Carter, M.W. and Laporte, G.: Recent developments in practical course timetabling, *2nd International Conference on Practice and Theory of Automated Timetabling II, PATAT'97*, pp.3-19 (1998).
- [7] Dorneles, Á.P., de Araújo, O.C.B. and Buriol, L.S.: A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem, *Computers & Operations Research*, Vol.52, pp.29-38 (2014).
- [8] Pillay, N.: A survey of school timetabling research, *Annals of Operations Research*, Vol.218, No.1, pp.261-293 (2014).
- [9] Post, G., Kingston, J.H., Ahmadi, S., Daskalaki, S., Gogos, C., Kyngas, J., Nurmi, C., Musliu, N., Pillay, N., Santos, H. and Schaerf, A.: Xhstt: An xml archive for high school timetabling problems in different countries, *Annals of Operations Research*, Vol.218, No.1, pp.295-301 (2014).
- [10] Sørensen, M. and Dahms, F.H.W.: A two-stage decomposition of high school timetabling applied to cases in

denmark, *Computers & Operations Research*, Vol.43, pp.36-49 (2014).

- [11] 高橋 香, ブルノ・フィゲラ・ロウレンソ, 赤池洋一, 山口梨恵, 山本剛大, 林 真治, 池上敦子: 小学校における授業時間割作成, 情報処理学会論文誌数理モデル化と応用, Vol.10, No.2, pp.80-91 (2017).
- [12] Ribic, S. and Konjicija, S.: A two phase integer linear programming approach to solving the school timetable problem, *Proc. ITI 2010, 32nd International Conference on Information Technology Interfaces*, pp.651-656 (2010).
- [13] 宮代隆平, 松井知己: ここまで解ける整数計画 (特集号) 堅く柔らかく... 数理計画アプローチ再訪), システム/制御/情報: システム制御情報学会誌, Vol.50, No.9, pp.363-368 (2006).



池上 敦子 (正会員)

立教大学理学部数学科卒業。成蹊大学大学助手, 講師, 准教授を経て, 2009年同大学教授。現実問題のモデル化とアルゴリズム構築に興味を持ち, 組合せ最適化研究に従事。博士 (工学)。1997年日本 OR 学会事例研究奨励賞,

2003年日本人間工学会研究奨励賞, 2004年日本 OR 学会事例研究賞, 2008年スケジューリング学会技術賞各受賞。2010~2014年ならびに2018年よりスケジューリング学会理事, 2011~2013年横幹連合理事, 2013~2015年日本 OR 学会理事。



橘高 源汰

2015年成蹊大学工学部情報科学科卒業。2017年同大学大学院理工学研究科博士前期課程修了。現実問題のモデル化に興味を持ち, 本研究を進めた。修了後は, 製造現場の業務改善 (負荷平準化等) に取り組み, 本研究を通して

学んだことを生かしている。



伊藤 靖彦

早稲田大学工学部数学科卒業, 同大学大学院理工学研究科修士課程修了 (数学基礎論特に証明論を専攻) 後, 1996年より成蹊中学・高等学校に勤務。論理を重視した数学教育に従事するとともに, 現在, 高校教務部主任として

時間割作成を担当する。



梅谷 俊治 (正会員)

1998年大阪大学大学院基礎工学研究科博士前期課程修了。2002年京都大学大学院情報学研究科博士後期課程指導認定退学。豊田工業大学助手, 電気通信大学助教を経て, 2008年より大阪大学大学院情報科学研究科准教授,

現在に至る。博士 (情報学)。専門は組合せ最適化, アルゴリズム。日本オペレーションズ・リサーチ学会, 人工知能学会, INFORMS, MOS, AAAI 各会員。