Vol.2018-MPS-121 No.7
2018/12/17

類似度を用いた Artificial Bee Colony によるグラフ色塗り問題の解法

冨樫勇哉[†1]　アランニャ・クラウス[†2]　狩野均[†2]

概要：本稿では，Artificial Bee Colony(ABC)を用いた，グラフ色塗り問題の解法を提案する．ABC は本来，連続値を扱う問題に対する手法であるため，組合せ最適化問題や制約充足問題に適用するためには離散変数の扱いが問題となる．従来，Sigmoid 関数を用いた離散化方法が提案されているが性能は十分といえない．本稿では，ABC の離散化に加え，解候補間の類似度を導入した手法を提案する．類似度を導入することにより，局所探索をしつつ，仮想的に島モデルをつくり探索空間全体を効率よく探索することを狙いとしたものである．比較実験として，グラフ色塗り問題を用いて，本手法と Sigmoid 関数を用いた ABC および遺伝的アルゴリズムとの比較を行った．その結果，本手法が成功数と探索速度において，従来手法より優れていることを確認した．

キーワード：Artificial Bee Colony，群知能，グラフ色塗り問題，制約充足問題

1. はじめに

Artificial Bee Colony(ABC)は，2007 年に D. Karaboga らによって提案された，ハチの群れの採餌行動をモデルとした探索手法である[1]．　ABC は連続値を扱う最適化問題の解法として提案されており，この問題に対して優れた性能を示している[1]．近年では，組合せ最適化問題や制約充足問題など，離散値を扱う問題への適用が注目されている．

離散変数を扱う最適化問題に ABC を適用する場合，他手法とハイブリッドする方法と ABC を単独で用いる方法がある[2]．前者は特定の問題を対象としているのに対して，後者は汎用的な解法の開発を目指している．本稿では，後者の立場として，ABC の改良を行う．従来，Sigmoid 関数を用いた群知能の離散化方法が提案されているが性能は十分といえない[3]．そこで，ABC の解の変更式を離散変数に適用する方法，ならびに部分解を用いる手法を提案した[4]．この手法は，3 色グラフ色塗り問題において，Sigmoid 関数を用いた ABC(SigmoidABC)と遺伝的アルゴリズム(GA)より良い精度を示した．しかし，この手法で部分解を用いることにより探索精度は向上したが，解を変更する際に違反数が減少する頻度が下がってしまい，効率的に探索できていないという課題もある．

本稿では，[4]で提案した手法に加え，解候補間の類似度を新たに導入する手法を提案する．解候補間の類似度を用いることにより，より細かい局所探索を可能にしつつ，仮想的に島モデルを作ることで探索空間全体を効率よく探索することが狙いである．

以下では，まず研究分野の概要として，ABC のアルゴリズム，グラフ色塗り問題，関連研究について述べる．次に提案手法の説明をする．最後にグラフ色塗り問題を対象とした提案手法と従来手法の比較実験を行い，提案手法の有効性を評価する．

†1 筑波大学大学院システム情報工学研究科コンピュータサイエンス専攻
Department of Computer Science, Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba
†2 筑波大学システム情報系情報工学域
Division of Information Engineering, Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba

2. 研究分野の概要

2.1 グラフ色塗り問題

グラフ色塗り問題とは，与えられたグラフに対して，リンクでつながれたノードが同じ色にならないように，すべてのノードに色を塗り分ける問題である．この問題は NP 完全問題であり，制約充足アルゴリズムを評価するために用いられている．本研究では，Minton らによって提案された方法により 3 色グラフ色塗り問題を生成する[5]．また，ノードの数 n とリンクの数 m で定義される制約密度 $d=(m / n)$を用いて問題の難易度を分類する．制約密度を用いることにより，各手法がどのような問題に対して有効であるか明らかにすることができる．Hogg らの研究によると，グラフ色塗り問題において d=2.5 付近で難しい問題になるとされている[6]．また，d=2.5 付近のグラフ色塗り問題は，グラフの構造に強く依存し，局所最適解が生じやすくなるため，大域最適解を発見することが困難であるという特徴がある[7]．

2.2 解のコード化

本研究では解候補を一次元配列として表現する．使用する色は 3 色で，（赤，緑，青）=（0，1，2）と対応させ，各ノードはいずれかの色で塗られている．n=4 のグラフと解コードの例を図 1 に示す．

また，解候補の違反している制約の数（違反数）を目的関数とする最小化問題である．解候補 i の違反数を$conf_i$と表す．

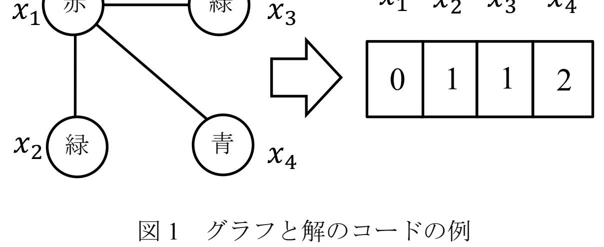


図 1　グラフと解のコードの例

2.3 Artificial Bee Colony

ABC はハチの群れの採餌行動をモデルにした探索手法である．ABC は関数最適化問題など，連続値を扱う問題に対して提案され，GA や Particle Swarm Optimization(PSO)より優れた性能を示すとされている[1].

ABC は異なる 3 種類のハチエージェントを用いて探索を行う. ABC で使用するハチの種類は, employed bee, onlooker bee，scout bee である．employed bee と onlooker bee が局所探索を行い，scout bee が大域探索を行う．ABC のアルゴリズムを図 2 に示す.

```
解候補の初期化
while (終了条件)
  /*employed bee*/
  for (すべての解候補)
    変更する要素 j をランダムに 1 つ選択
    変更に利用する解候補 k をランダムに選択
    解の変更式(式(1))を適用
    if (解候補の違反数が減少)
      解候補を更新
      limit_i = 0
    else
      解候補の更新を取り消し
      解候補のlimit_iを 1 増やす
    end if
  end for
  /*onlooker bee*/
  解の選択確率(式(2))を計算
  for (onlooker bee の数)
    解の選択確率を用いて変更する解候補 i を選択
    変更する要素 j をランダムに 1 つ選択
    変更に利用する解候補 k をランダムに選択
    解の変更式(式(1))を適用
    if (解候補の違反数が減少)
      解候補を更新
      limit_i = 0
    else
      解候補の更新を取り消し
      解候補のlimit_iを 1 増やす
    end if
  end for
  /*scout bee*/
  limit_iが最大の解候補を選択
  if (limit_i > limit)
    i 番目の解候補 i を初期化
    limit_i = 0
  end if
end while
```

図 2　ABC の擬似コード

ABC において，ユーザーがあらかじめ決定するパラメータは，探索回数，employed bee の数，$limit$の 3 つである．onlooker bee の数は employed bee の数と同じとし，scout bee の数は 1 とすることが一般的である．

employed bee と onlooker bee で使用する解の変更式(式(1))を示す.

$$x'_{ij} = x_{ij} + \varphi\left(x_{ij} - x_{kj}\right) \quad (1)$$

i : 変更する解候補の番号
j : 解候補における要素の番号
k : 変更に利用する解候補の番号
φ : [-1, 1]の一様乱数

onlooker bee で使用する，解の選択確率(式(2))を示す.

$$p_i = \frac{fitness_i}{\sum_{k=1}^{集団サイズ} fitness_k} \quad (2)$$

$$fitness_i = 1 - (conf_i \div m)$$

p_i : 解候補iが選択される確率
$fitness_i$: 解候補iの適応度

2.4 関連研究

群知能を離散化する方法として Sigmoid 関数や random-Key などが利用されている．特に Sigmoid 関数は最も広く利用される離散化方法である[3]．鳥の習性を基にした群知能の一種である PSO に対して Sigmoid 関数を用いて離散化し, 4 色グラフ色塗り問題に適用したものもある[8]. しかし，ABC に直接 Sigmoid 関数を適用した手法は見当たらない．よって，本稿では ABC の解の変更式(式(1))に Sigmoid 関数を適用した SigmoidABC を比較手法として用いる．ABC の解の変更式に Sigmoid 関数を適用した式(式(3))を示す.

$$v = x_{ij} + \varphi\left(x_{ij} - x_{kj}\right)$$
$$x'_{ij} = \left(x_{ij} + f(v)\right) \bmod 3$$
$$f(v) = \begin{cases} 0, & rand < \frac{1}{3} \\ 1, & rand \geq \frac{1}{3} \text{ and } rand < \frac{1}{1+e^{-v}} \\ 2, & rand \geq \frac{1}{3} \text{ and } rand \geq \frac{1}{1+e^{-v}} \end{cases} \quad (3)$$

i : 変更する解候補の番号
j : 解候補における要素の番号
k : 変更に利用する解候補の番号
φ : [-1, 1]の一様乱数

K.Chen らによって，ABC を 3 色グラフ色塗り問題に適用した手法が提案されている[9]．この手法は，対象問題の探索空間と解候補の適応度によって，ABC のパラメータを動的に調整することが特徴である．これによりパラメータの最適化が容易になっている．なお，この手法の解の変更方法は後述する部分解型 ABC と同じである．

3. 提案手法

ABCを3色グラフ色塗り問題へ適用させた手法を部分解型ABCと称す[4]．さらに部分解型ABCに加え，解候補間の類似度を導入する手法を類似度優先型ABCと称す．

3.1 部分解型 ABC

ABCの解の変更式(式(1))を離散変数に適用する方法，ならびに部分解を用いる方法を提案した．部分解型 ABC は実験より，3色グラフ色塗り問題において，SigmoidABCとGAと比較して高い精度を示すことがわかっている[4].

3.1.1 部分解型 ABC のアルゴリズム

部分解型ABCでは，employed bee と onlooker bee の局所探索において2つの変更を行った．1つ目は図2の5行目と20行目の処理を変更した．2つ目は図2の7行目と22行目の処理を変更した．詳細を下記に示す.

5, 20　変更する要素 j をランダムに c（定数）個選択

7, 22　x_{ij}をx_{kj}と同じ値にする

3.1.2 要素数 *c* の影響と考察

表1に *n*=150，*d*=2.5 において，部分解型 ABC の変更する要素数 *c* を変更したときの成功数と更新率を示す．成功数は50回の試行中で解を発見できた回数，更新率はABCの局所探索で解候補が更新される割合である．

表1より，*c*=3 のとき最も高い成功数を示すことがわかる．変更する要素数 *c* が複数のときに高い成功数を示すのは，広い範囲を探索することにより，局所最適化に陥りづらいためと考えられる．一方で，変更する要素数 *c* の値が少ないほうが，更新率が高くなることがわかる．変更する要素数 *c* が少ないほうが，解候補付近を細かく探索できるため，更新率が高くなっているものと考えられる．

3.2 類似度優先型 ABC

類似度優先型 ABC では部分解型 ABC に類似度を加え，解候補間の関係を用いるようにした．

3.2.1 類似度優先型 ABC のアルゴリズム

類似度優先型 ABC では部分解型 ABC を基に，onlooker bee のアルゴリズムを変更した． 図2の19行目と20行目の間に処理19.5を追加し，21行目と22行目の処理を変更した．詳細を下記に示す.

19.5　解候補 i に対する他の解候補の類似度を計算

21　類似度の高い上位 s 個の解候補k_1~k_sを選択

22　解候補 i に対して解候補k_1~k_sを順に用いて解候補を変更

表1　要素数 c と成功数・更新率の関係（部分解型 ABC）

要素数 c	成功数	更新率
1	25	40.4%
2	35	18.3%
3	40	9.6%
4	34	6.4%

$$類似度 = n - Hamming(i,k) \tag{4}$$

$Hamming(i,k)$: 解候補 i と k のハミング距離

3.2.2 類似度の影響と考察

図4は，*n*=150，*d*=2.5 において，各個体が類似度の高い個体から順番に他の個体を参照して解を変更した際の，違反数の減少値の平均（平均変化量(式(5))）を1500世代ごとに示した一例である．この例では，3351世代で最適解を発見している．

図4より，世代が進むにつれて平均変化量の値は小さくなるが，どの世代においても類似度の高い個体の平均変化量が大きい（改善量が大きい）ことがわかる．これは，解を変更する際に,類似度の高い個体を参照することにより，細かい探索が可能になるため，平均変化量が大きくなると考えられる．一方で，類似度の低い個体を選択したときに平均変化量が小さくなるのは，移動範囲が限られた局所探索にて，探索場所が遠い個体を参照することにより，探索のランダム性が強くなるためだと考えられる．

$$平均変化量k = \frac{\sum_i^{集団サイズ} \Delta conf_i^k}{集団サイズ} \tag{5}$$

$$\Delta conf_i^k = \sum^{50} conf_i - conf_i^k$$

$conf_i$：解候補iの違反数

$conf_i^k$：変更後の解候補iの違反数

$\Delta conf_i^k$：解候補iとkを用いて50回解を変更したときの違反数の減少値の合計(変更する要素はランダムに選択)

4. 実験

4.1 類似個体数の設定

4.1.1 実験方法

n=150，*d*=2.5 の3色グラフ色塗り問題に対して，類似個体数 s の値を変更して実験を行った．50回の試行中で解を発見できた回数（成功数）を基に評価を行う．

4.1.2 実験結果

図3は類似個体数 s の値を変更したときの実験結果を表している．図3より，類似個体数 s の最適値は *s*=25 であることがわかる． また，*s*=25 から値が離れるほど，成功数が下がることがわかる．

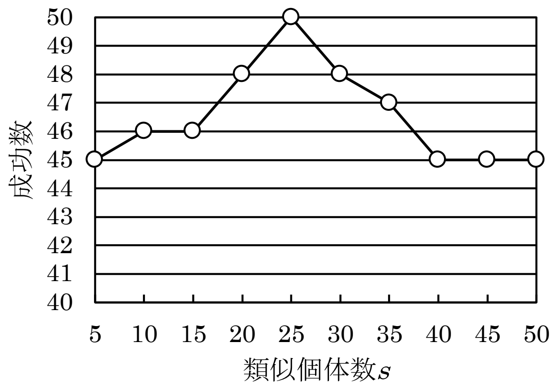


図3　類似個体数sによる成功数の変化(類似度優先型ABC)

4.1.3 考察

図 3 より，s=25 が最適値であることがわかった．また，s=25 から値が離れるほど，成功数が下がることがわかった．s=25 より小さい場合と，大きい場合で，成功数が下がる原因をそれぞれ考察する．

$s < 25$では，変更する解候補に最も類似している個体群のみを参照するため，探索範囲が狭まるため初期収束しやすく成功数が低下しているものと考えられる．$s > 25$は，1度に参照する個体数が多すぎるため類似度が低い個体も参照対象となり，ランダム性が強くなり成功数が低下しているものと考えられる．

4.2 比較実験

4.2.1 実験方法

n=150，180，210 の 3 色グラフ色塗り問題に対して，部分解型 ABC，類似度優先型 ABC，SigmoidABC，GA の比較実験を行った．GA はルーレット選択，一様交差，エリート保存なしとした．表 2 に実験条件を示す．パラメータの値は予備実験により最適化した．以下では，50 回の試行中で解を発見できた回数（成功数)，ならびに解を発見できた場合の違反数の評価回数の平均（平均評価回数）を用いて各手法の性能を評価する．また，各手法の評価回数が同じになるように配慮した．評価回数の最大値は n=150 のとき2×10^7，n=180 のとき3×10^7，n=210 のとき4×10^7とした．

なお，成功数と平均評価回数について得られた結果の有意検定を行った．成功数については Proportion test（95%信頼区間)を用いて，平均評価回数については Wilcoxon signed rank test（95%信頼区間）を用いた．

4.2.2 実験結果

図 5 に各手法の成功数，図 6 に各手法の平均評価回数を示す．各手法を成功数，平均評価回数で比較したときの実験結果の詳細と，最も難しい d=2.5 における成功数と平均評価回数の優位検定の詳細を下記に示す．

表 2　実験条件

	提案手法 1	提案手法 2	Sigmoid ABC	GA
集団サイズ	500	500	500	100
s	N/A	25	N/A	N/A
c	3	3	3	N/A
employed bee	500	500	500	N/A
onlooker bee	500	20	500	N/A
scout bee	1	1	1	N/A
$limit$	300	300	300	N/A
突然変異率	N/A	N/A	N/A	0.5%

(1)　成功数での比較

- n=150, 180, 210, d=2.5 において, 類似度優先型 ABC, 部分解型 ABC，SigmoidABC，GA の順で成功数が高い．
- n=150，180，210，d=2.5 以外において，類似度優先型 ABC，部分解型 ABC の成功数が同等で，続いて SigmoidABC，GA の順に高い．
- Proportion Test より, n=150, 180, 210, d=2.5 において, 類似度優先型 ABC が部分解型 ABC に対して, 部分解型 ABC が SigmoidABC に対して，SigmoidABC が GA に対して，それぞれ有意差が認められる．

(2)　平均評価回数での比較

- n=150，d=2.5 において，類似度優先型 ABC，部分解型 ABC，GA，SigmoidABC の順に平均評価回数が少ない．
- n=150，d=2.5 以外において，類似度優先型 ABC の平均評価回数が最も少なく, 部分解型 ABC, SigmoidABC, GA の平均評価回数は d の値ごとに順が異なる．
- n=180，210 において，類似度優先型 ABC，部分解型 ABC, SigmoidABC, GA の順に平均評価回数が少ない．
- Wilcoxon signed rank test より，n=150, 180, 210，d=2.5 において, 類似度優先型 ABC が部分解型 ABC に対して，部分解型 ABC が SigmoidABC に対して，SigmoidABC が GA に対して，それぞれ有意差が認められる．

4.2.3 考察

実験結果より d=2.5 の場合，どのノード数の問題においても，類似度優先型 ABC，部分解型 ABC，SigmoidABC，GA の順で高い成功数，探索速度をもつことがわかった．成功数，探索速度が向上した理由として，以下のことが考えられる．

- 部分解型 ABC，類似度優先型 ABC，SigmoidABC が GA より高い成功数を示す理由は，ABC の局所探索が有効に働いたためだと考えられる．

- 部分解型ABC，類似度優先型ABCがSigmoidABCより高い成功数を示す理由は，SigmoidABCが解の変更式にSigmoid関数を適用した際，色の種類によって距離が異なるため，各色の出現割合が等価でなくなってしまうことが原因と考えられる．
- 類似度優先型ABCが部分解型ABCより高い成功数を示す理由は，解候補間の類似度を導入したことにより，部分解を用いて局所最適解に陥らないようにしつつ，解候補付近の細かい探索を行うことが可能になり，探索精度が向上したと考えられる．さらに図4より，類似度の高い個体同士で探索を行うことが，局所探索をするうえで有効であると考えられる．

5. おわりに

本稿では，ABCの離散化方法と解候補間の類似度を用いて探索を行う方法を提案した．部分解型ABCにおいて，ABCの解の変更式の離散化と部分解を用いる改良を行った．従来手法との比較実験により，d=2.5のような難しい問題において，部分解型ABCが高い成功数を示した．類似度優先型ABCでは，部分解型ABCに加え，解候補間の類似度を用いたアルゴリズムの改良を行った．この改良により，類似度優先型ABCは，部分解型ABCに比べ，さらに高い成功数を示した．

今後は，提案手法のパラメータについてより詳しい考察を行う．また，提案手法のアルゴリズムを対象問題に合わせて改良し，スケジュールリング問題などの組合せ最適化問題へ応用することが重要である．

謝辞　本研究はJSPS科研費15K00296の助成を受けたものである．

参考文献

[1] D. Karaboga, B.Busturk, A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm, Journal of Global Optimization, Vol.39, No.3, pp.459-471 (2007).

[2] I. Fister Jr, et al., A hybrid artificial bee colony algorithm for graph 3-coloring, Swarm and Evolutionary Computation. Springer Berlin Heidelberg, pp.66-74 (2012).

[3] Jonas Krause, et al., A Survey of Swarm Algorithms Applied to Discrete Optimization Problems, Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation: Theory and Applications. Elsevier Science & Technology Books pp.169-191 (2013).

[4] 冨樫勇哉，アランニャクラウス，狩野均，Artificial Bee Colony法を用いたグラフ色塗り問題の解法，情報処理学会　第79回全国大会(2017).

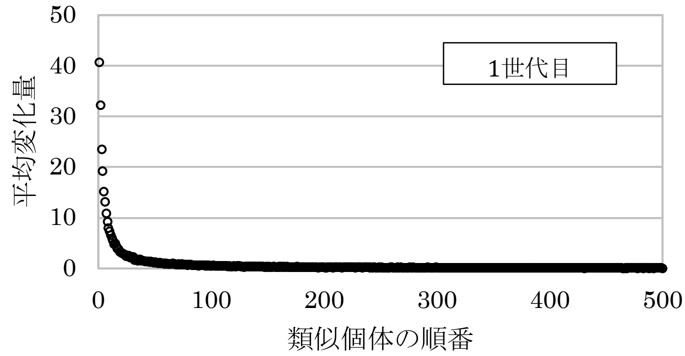
[5] Steven Minton, et al., Minimizing Conflicts: A Heuristic Repair Method for Constraint-Satisfaction and Scheduling Problems, Artificial Intelligence, Vol.58, pp.161-205(1992).

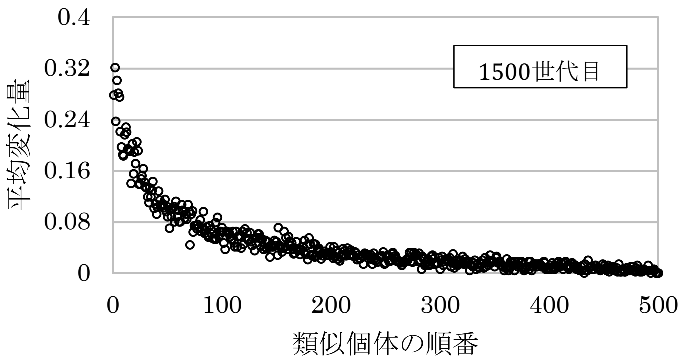
[6] Tad, Hogg, Colin Williams, The Hardest Constraint Problems: A Double Phase Transition, Artificial Intelligence, Vol.69, pp.359-377 (1994).

[7] 水野，西原，確率的制約充足アルゴリズムにおける局所最適構造，人工知能学会論文誌，Vol.16，No.1，pp.38-45 (2001).

[8] G. Cui, et al., Modified PSO algorithm for solving planar graph coloring problem, Progress in Natural Science, Vol.18, No.3, pp.353-357 (2008).

[9] Kui Chen, Hitoshi Kanoh, Solving the Graph Coloring Problems Using Adaptive Artificial Bee Colony, 進化計算学会論文誌，Vol.9，No.3，pp.103-114 (2018).





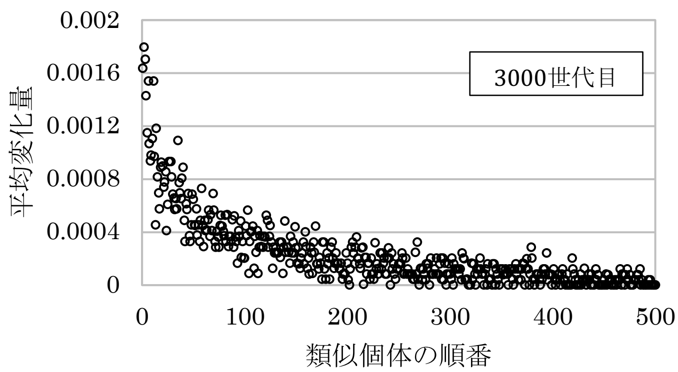


図4　違反数の更新と類似度の関係

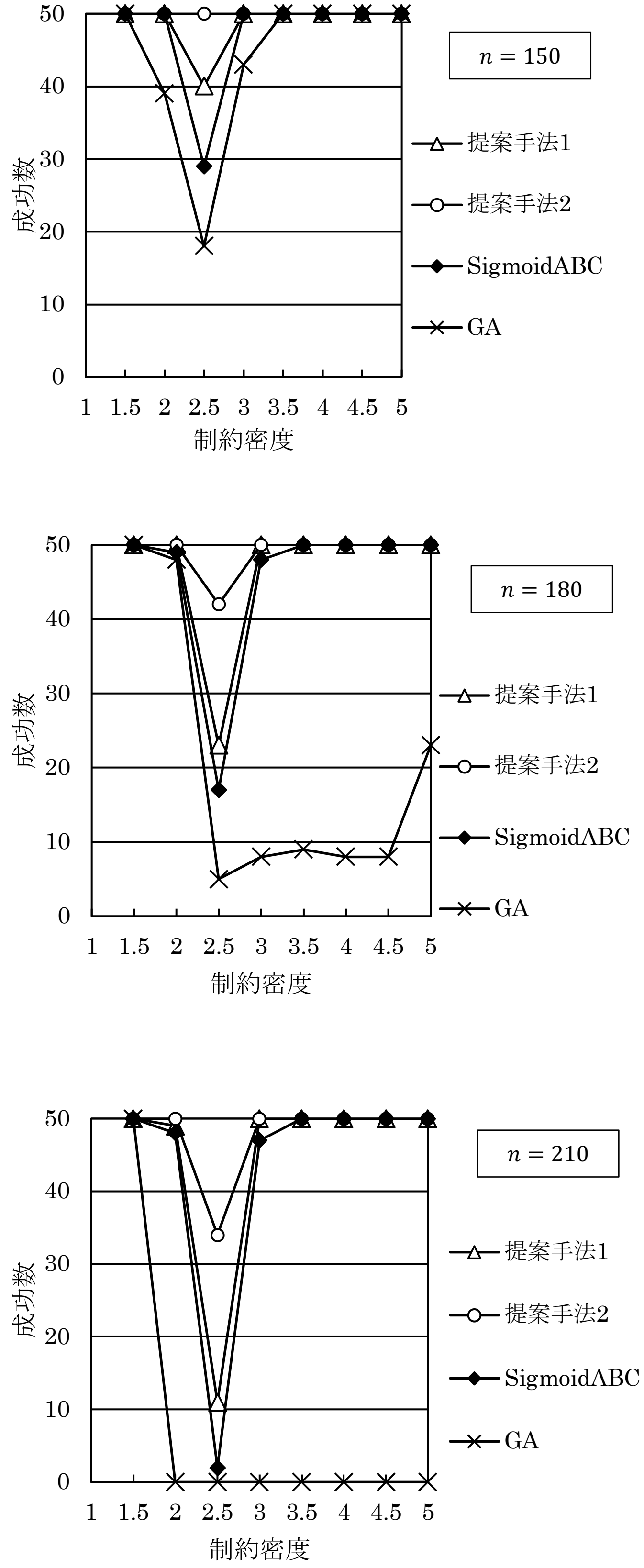


図 5　50 回中の成功数

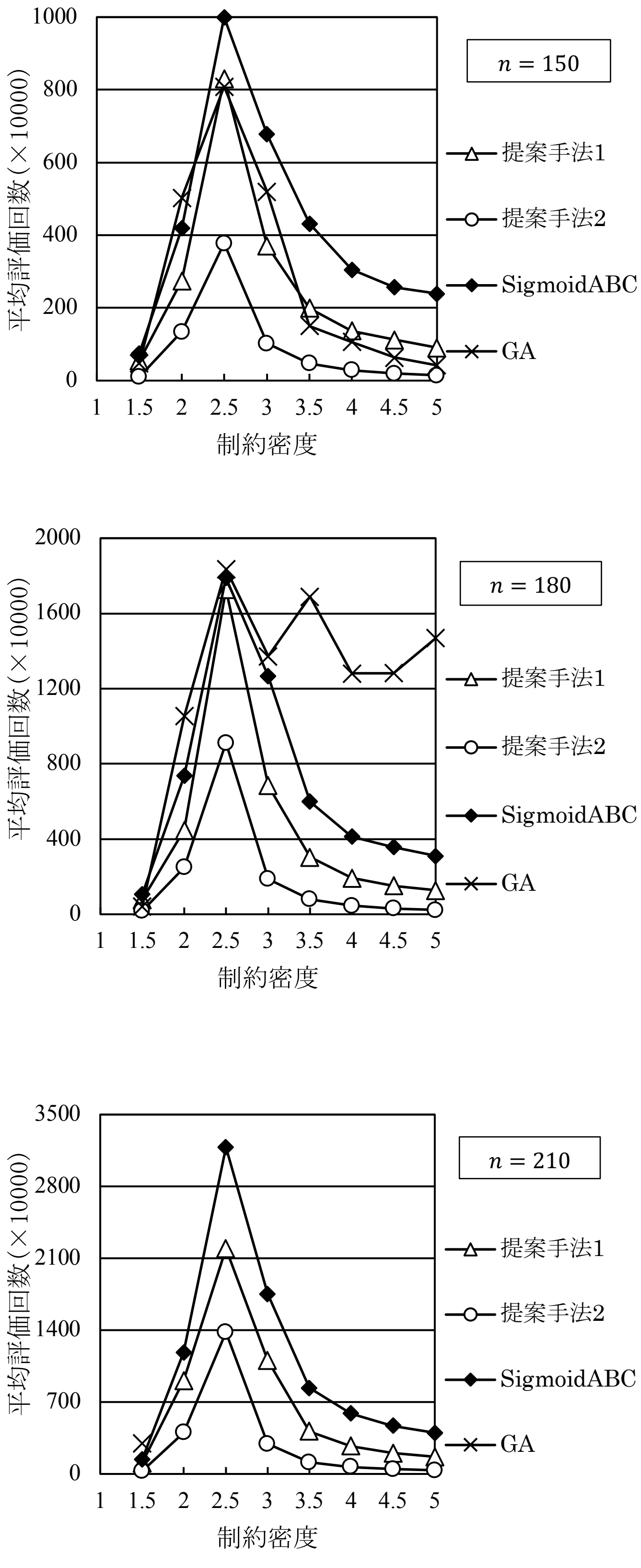


図 6　50 回中の平均評価回数