

# A material point method for snow simulation 【CG技術の実装と数理2018】研究報告

中川 展男<sup>1,a)</sup>

概要：筆者は SIGGRAPH 2013 で A. Stomakhin らが発表した論文 “A Material Point Method for Snow Simulation” [1] を追実装し【CG 技術の実装と数理 2018】で論文概要の紹介を行う予定である。この論文は Material Point Method(MPM) と呼ばれる格子・粒子のハイブリッド手法を用い、ユーザーがコントロール可能な弾塑性構成モデルを構築し、これを雪のシミュレーションに用いたものである。この手法は連続体に基づいており、そのハイブリッドな特性から、均一なデカルト格子を用いることで自己衝突や破砕の扱いを自然に行うことができる。さらに、格子ベースの半陰解法を用いた積分手法により粒子の数に依存せず安定した時間積分結果が得られる。この手法は Walt Disney Animation Studios のプロダクションシミュレーターである Matterhorn [2] のコア機能として組み込まれており、アニメーション作品「アナと雪の女王」[3] の雪の特殊効果に用いられている。

## A material point method for snow simulation

“Mathematics and Implementation of Computer Graphics Techniques 2018” Technical Report

NOBUO NAKAGAWA<sup>1,a)</sup>

### 1. はじめに

#### 1.1 背景と目的

雪の表現を正しく行うためには、剛体、弾塑性体、流体を連続的に扱う必要がある。しかしながら既存手法は特定のソルバを用い雪の特定の状態を表現することしかできていなかった。Stomakhin ら [1] はコンピュータ・グラフィックス領域に初めて MPM を導入することでこの課題を解決した。MPM は、PIC/FLIP 手法 [4] と同様に格子と粒子を組み合わせた手法であるが、固体の計算が行えるように手法を一般化している。

#### 1.2 関連研究

既存研究では、雪に覆われた効果 [5] は表現可能であったが雪の力学は考慮されていなかった。FLIP 手法 [4] は、

最初に土と非圧縮流体の領域へ導入され近年はその手法の改善が続いている。MPM 手法 [1] は、この FLIP 手法を拡張し、固体力学の圧縮性の表現のためにデザインされている。

### 2. 手法

手法の概要は下記のステップで構成される。

1. 粒子データを格子へラスタライズ。質量と速度を重み関数  $w$  を用いて粒子から格子へと変換する。格子質量は  $m_i^n = \sum_p m_p w_{ip}^n$  で粒子質量の重み加算で求め、格子速度も同様に  $v_i^n = \sum_p v_p^n m_p w_{ip}^n / m_i^n$  で粒子速度の重み加算から求められる。
2. 粒子の体積と密度の計算。格子の密度は  $m_i^0 / h^3$  で推定可能で、これを用い粒子密度  $\rho_p^0 = \sum_i m_i^0 w_{ip}^0 / h^3$  を求め粒子密度から粒子体積は  $V_p^0 = m_p / \rho_p^0$  で推定する。
3. 格子の力を計算する ( $f_i(\hat{x}) = -\sum_p v_p^n \sigma_p \nabla w_{ip}^n$ )
4. 格子上の速度を計算する ( $v_i^* = v_i^n + \Delta t m_i^{-1} f_i^n$ )
5. 格子での衝突処理 ( $v_i^*$ )

<sup>1</sup> 株式会社ポリフォニー・デジタル  
Polyphony Digital Inc.  
<http://www.polyphony.co.jp>

<sup>a)</sup> [nakagawa@polyphony.co.jp](mailto:nakagawa@polyphony.co.jp)

6. 半陰解法を用いて線形システムを解く
7. 変形勾配の更新 ( $F_p^{n+1} = (I + \Delta t \nabla v_p^{n+1}) F_p^n$ )
8. 粒子速度の更新 ( $v_p^{n+1} = (1 - \alpha) v_{PIC_p}^{n+1} + \alpha v_{FLIP_p}^{n+1}$ )
9. 粒子での衝突処理 ( $v_p^{n+1}$ )
10. 粒子位置の更新 ( $x_p^{n+1} = x_p^n + \Delta t v_p^{n+1}$ )

粒子 (ステップ 2,7,8,9,10) と格子 (ステップ 1,3,4,5,6) での計算をハイブリッドに用いることで両手法の特徴を持ち合わせた手法と言える。

### 3. 実装

Isaac Nygaard の github [6] 公開コードをもとに手法を追実装した。実装には C++ と OpenGL を用い Windows と macOS の両方の環境で動作を確認できるようにした。ベクトル演算等には glm ライブラリ, 特異値分解に Eigen ライブラリを用いている。実装のソースコードは github [7] で公開予定である。また成果発表会で, 実装例の実機デモを行う予定である。

### 4. 実験

パラメータを変えて実験した例を図 1, 図 2 に示す。臨界圧縮値  $\theta_c$  や 臨界伸縮値  $\theta_s$  のパラメータ調整は, 直感的にパラメータを指定することができないため, 調整には試行錯誤が必要となった。オリジナル論文 [1] に記載の推奨値や既存の実装例で用いられている値を基準にパラメータ調整を開始することで意図したアニメーション生成に近づけることが容易となるであろう。



図 1 実験結果 ( $\theta_c$  値が大きい例)

## 5. おわりに

### 5.1 議論

筆者は Isaac Nygaard の github [6] 公開コードをもとに手法を追実装し, 様々なパラメータでアニメーションを生成した。パラメータは現実の測定値に基づいているわけではないため直感的に指定することはできず試行錯誤が必要であった。またシミュレーションで求められた情報から,

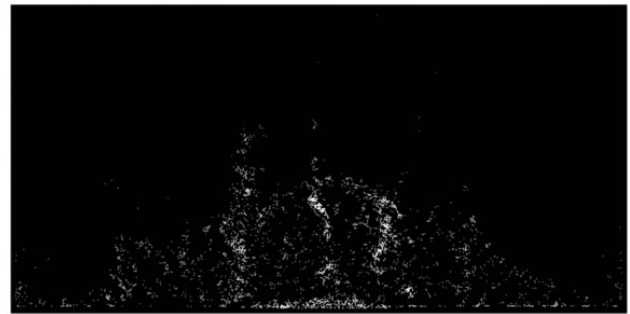


図 2 実験結果 ( $\theta_c$  と  $\theta_s$  が小さい例)

どのように美しい雪の様子をレンダリングするのも別途検討が必要になる。しかし雪の圧縮, 破碎のメカニズムは素晴らしく, SPH [8] など他の手法よりも豊かな表現が可能となると考えられる。追実装, 実験を通じて, パラメータ調整のみで様々なバリエーションの雪が生成可能であることを確認した。MPM に関する論文は近年も多く発表されており, 今後も発展が期待できる分野と言える。今後は煩雑なパラメータ調整をさけるために, 測定モデルを用いることで現実の自然現象を容易に再現できることが求められるだろう。

### 参考文献

- [1] Alexey Stomakhin, Craig Schroeder, Lawrence Chai, Joseph Teran, Andrew Selle.: *A Material Point Method for Snow Simulation*, ACM Transactions on Graphics (TOG), Volume 32 Issue 4, July 2013 Article No. 102, (2013)
- [2] MATTERHORN ウェブサイト  
入手先 <<https://www.disneyanimation.com/technology/innovations/matterhorn>> (2018.09.04).
- [3] アナと雪の女王, DVD, ウォルト・ディズニー・ジャパン株式会社, 2014
- [4] Yongning Zhu, Robert Bridson.: *Animating sand as a fluid*, ACM Transactions on Graphics (TOG), Volume 24 Issue 3, July 2005 Pages 965-972, (2005)
- [5] Tomoyuki Nishita, Hiroshi Iwasaki, Yoshinori Dobashi, Eihachiro Nakamae.: *A modeling and rendering method for snow by using metaballs*, EUROGRAPHICS, volume 16, number 3, (1997)
- [6] Isaac Nygaard  
OpenGL and Houdini snow simulation (material point method)  
入手先 <<https://github.com/Azmisov/snow>>  
(2018年9月4日確認)
- [7] 筆者の github ページ  
入手先 <<https://github.com/nobuo-nakagawa>>  
(2018年9月4日確認)
- [8] Matthias Müller, David Charypar, Markus Gross.: *Particle-Based Fluid Simulation for Interactive Applications*, SCA '03 Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation Pages 154-159, (2003)