

# NS-FDTD 法を用いた毛髪の色発色の解析

神田 瞭平

**概要**：本稿では、N. Okada “Rendering Morpho butterflies based on high accuracy nano-optical simulation,” に基づいたシミュレータの実装を前提とした人間の毛髪モデルへの応用について論じる。NS-FDTD 法を用いた電磁場解析手法とキューティクルの多層構造に着目したモデルの作成までの一連の流れを解説し、シミュレーション結果に対する考察を行う。

**キーワード**：FDTD 法, 構造色

## 1 はじめに

毛髪に当たった光は、表面で反射すると白く輝いて見える。この反射光のことを表面反射光という。さらに毛髪内部のメラニン色素の量が少ない場合、光は毛髪内部まで入り、メラニン色素の色を反映して反射する。これを背面反射光という。この二つの反射光を合わせて髪の色や艶として見ている。さらに、毛髪最表面にあるキューティクルは平たく硬く透明な板状の細胞であり、約5~10枚重なった層状構造を成している [1]。この微細構造によって光が散乱や干渉を起こし色が加わる。この微細構造による発色をフォトニクスもしくは構造発色と呼ぶ。毛髪の色をCGで表現する上で、このような髪の色や正確な色を表現することはリアルな毛髪画像の再現に必要不可欠である。これを、クリエイターの感性にあわせて色を乗せていくこともできるが、その作業量は膨大である。そこで、光の散乱を解析的に表現することもCG映像の中では多く行われている。

本稿では、キューティクルの多層構造による構造発色が毛髪の色発色現象にどれだけ影響しているかを検討するため、表面構造をマイクロスケールで分析し、散乱光を電磁場解析する手法を扱う。ここでは FDTD(Finite-Difference Time-Domain)法と呼ばれる解析手法を用いる。これは、電磁場解析の一手法であり、近年では構造色などの微細構造における電磁場の解析にも用いられている [2] [3]。

## 2 毛髪の色発色表現

### 2.1 毛髪の色発色の科学的構造

毛髪は、外側から順にキューティクル(毛小皮)、コルテックス(毛皮質)、メデュラ(毛髓質)の3層からなり、一般

的なもので0.08~0.09mmほどの太さをもつ。キューティクルは無色透明なうろこ状で、内部のコルテックスを屋根瓦のように覆っている。キューティクル細胞1枚は、厚さ約500nm、幅50 $\mu$ mほどである [1] [4]。

### 2.2 毛髪の色発色のCG表現

毛髪の色発色をCGで表現するためには毛髪の色発色モデルを設定する必要がある。このモデリングに用いられる主な手法に、Kajiya-Kay モデル [5]と Marschner モデル [6]がある。Kajiya-Kay モデルは毛髪を円筒形に見立ててその表面の拡散反射成分と鏡面反射成分を反射光の成分として計算する。一方、Marschner らが提唱した Marschner モデルは、Kajiya-Kay モデルの円筒形に図1のようにキューティクルによる表面の微細な鱗片の傾きを加えたモデルである。反射光成分には、表面反射光に加えて背面反射光も考慮している。さらに、毛髪を縦断面と横断面にとらえ、それぞれの断面に対して照射角度を計算している。これにより図2に示すように実際の毛髪に近い照明反射を表現できていることがわかる。しかし、これらのモデルはキューティクルによる多層構造による構造色は考慮されていない。

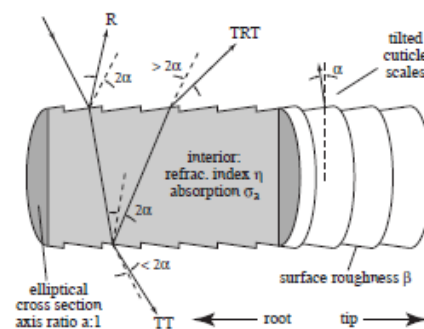


図1: Marschner モデル(画像出典: 文献 [6])



図2: 反射モデルによるレンダリング結果の違い (画像出典: 文献 [6])

左から順に Kajiya-Kay モデル, Marschner モデル, 実際の毛髪写真.

### 3 FDTD 法による電磁波解析

#### 3.1 S-FDTD 法

FDTD 法とは, 微分方程式を差分演算子で代用し, 領域を離散化して解く手法である. 実際のプログラムでは, 解析領域を微小セルに分割して, 離散化された時間ステップごとに計算結果を各格子点に割り当てることになる. Maxwell 方程式を離散化して時間差分項を展開し, 整理すると式(1), (2)のような磁場  $H$  と電場  $E$  を求める FDTD 式が得られる. ただし,  $x = (x, y)$ ,  $d_1 = d_x \hat{x} + d_y \hat{y} + d_z \hat{z}$ ,  $A_{\pm} = 1 \pm \frac{\sigma}{2\epsilon} \Delta t$  とし,  $\sigma$  は導電率,  $\epsilon$  は誘電率,  $\mu$  は透磁率である.

$$H\left(x, t + \frac{\Delta t}{2}\right) = H\left(x, t - \frac{\Delta t}{2}\right) - \frac{1}{\mu} \frac{\Delta t}{h} d_1 \times E(x, t) \quad (1)$$

$$E(x, t + \Delta t) = \left(\frac{A_-}{A_+}\right) E(x, t) + \frac{1}{\epsilon} \frac{\Delta t}{h} \left(\frac{1}{A_+}\right) d_1 \times H\left(x, t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (2)$$

後述する精度の高い NS-FDTD 法と区別するために, この式を Standard-FDTD(S-FDTD)法と呼ぶ.

#### 3.2 NS-FDTD 法

S-FDTD 法では差分演算子を用いるため, これによる誤差は避けられない. そこで, 高精度差分法を用いて解析する Non-Standard FDTD(NS-FDTD)法が提案されている [7] [8]. これは, Maxwell 方程式から得られる波動方程式の解から誤差のない係数  $u$  を導くことによって求められる.

$$u = \sin(\omega \Delta t / 2) / \sin(kh / 2) \quad (3)$$

この係数  $u$  は, 2次元の各波数ベクトル  $k = (k_x, k_y) = k(\cos \theta, \sin \theta)$  に対して  $\theta$  の依存が小さくなることから分かっている. これを利用した NS-FDTD 式は以下の式 (4), (5) である. ただし,  $d'_0 =$

$$\left(d_x + \left(\frac{1-\gamma_0}{4}\right) d_x d_y^2 \quad d_y + \left(\frac{1-\gamma_0}{4}\right) d_x^2 d_y\right)^T \text{ である.}$$

$$H\left(x, t + \frac{\Delta t}{2}\right) = H\left(x, t - \frac{\Delta t}{2}\right) - u \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} d'_0 \times E\left(x, t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (4)$$

$$E(x, t + \Delta t) = E(x, t) + u \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} d_1 \times H\left(x, t + \frac{\Delta t}{2}\right) \quad (5)$$

#### 3.3 遠方界変換

構造発色シミュレーションにおいて必要となる値は, 散乱体の微小空間ではなく遠方点における電場と磁場の値である. しかし, 計算領域を遠方点まで広げることが不可能であるため, 近傍界の値から遠方界変換を行う. 遠方界は散乱体を囲む平曲面  $S$  上の等価電磁流を積分することによって得られる [9].  $r'$  を任意の  $S$  上の点の位置ベクトル,  $\hat{n}$  を法線ベクトルとすると,  $S$  上の透過電磁流は以下の式で表される.

$$J_S(r') = \hat{n} \times H(r') \quad (6)$$

$$M_S(r') = E(r') \times \hat{n} \quad (7)$$

このときの2次元における遠方界は

$$E_{\phi} = -Z_0 N_{\phi} - L_z \quad (8)$$

$$E_z = -Z_0 N_z - L_{\phi} \quad (9)$$

ただし, 波動インピーダンス  $Z_0$  を用いて

$$N = \sqrt{i\omega/8\pi cr} e^{ikr} \int J_S(r') \exp(ik\hat{r} \cdot r') ds' \quad (10)$$

$$L = \sqrt{i\omega/8\pi cr} e^{ikr} \int M_S(r') \exp(ik\hat{r} \cdot r') ds' \quad (11)$$

$$N_{\phi} = -N_x \sin \phi + N_y \cos \phi \quad (12)$$

$$L_{\phi} = -L_x \sin \phi + L_y \cos \phi \quad (13)$$

である.

#### 3.4 色変換

各波長を照射したときの遠方界散乱強度  $R(\lambda)$  を色の数値に変換する. ここでは, 式(14)~(16)で得られる XYZ 表色系から式(18)で RGB 表色系に変換する手法をとる.

$$X = k \int S(\lambda) \bar{x}(\lambda) R(\lambda) d\lambda \quad (14)$$

$$Y = k \int S(\lambda) \bar{y}(\lambda) R(\lambda) d\lambda \quad (15)$$

$$Z = k \int S(\lambda) \bar{z}(\lambda) R(\lambda) d\lambda \quad (16)$$

$$k = 100 / \int S(\lambda) \bar{y} d\lambda \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3655 & -0.8971 & -0.4683 \\ -0.5151 & 1.4264 & 0.0887 \\ 0.0052 & -0.0144 & 1.0089 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (18)$$

ここで、 $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$ は図3で表されるXYZ等色関数の値、 $S(\lambda)$ は図4で表される分光分布で、JIS Z8720で規定された太陽光の分布D65を用いる。

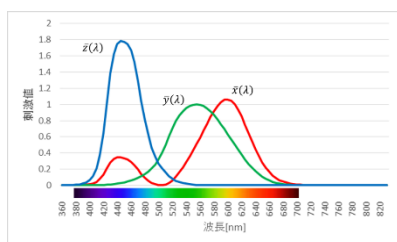


図3: XYZ等色関数

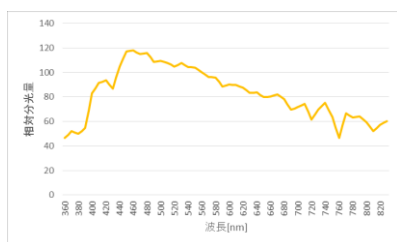


図4: 分光分布 (D65)

#### 4 キューティクル部分における多層構造シミュレーション

本稿では、毛髪のキューティクルの測定結果をもとに作成した多層構造モデルをNS-FDTD法で解析し、出力された色データを分析して毛髪CGにおける構造発色を表現する手法を示す。

キューティクルの構造について、文献 [1] [4]を参考にしたときの模式図を図5に示す。このとき、キューティクルは1か所に7枚ほどが重なっていることがわかる。これをもとに、図6のようなシミュレーションモデルを作成した。

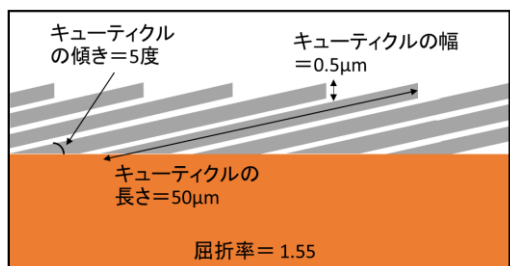


図5: キューティクル構造の模式図



図6: 多層構造モデルのシミュレーション画面

シミュレーションでは、380~700nmの波長の光を5nm間隔で、またそれぞれの波長に対して-90~90度方向から5度間隔で照射したときの散乱強度を算出する。ただし、シミュレーションモデルに対して垂直方向の角度を0度とする。

NS-FDTD法を用いて出力した反射率をもとに色変換したデータをBRDFとして図7に示す。これは、横軸を入射角度、縦軸を反射角度として色変換のデータをまとめたものである。

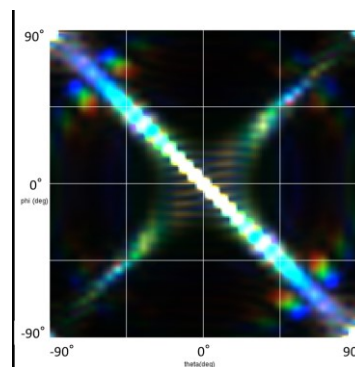


図7: 多層構造シミュレーションのBRDF

さらに、比較実験として計算サイズを変えずに多層構造の隙間を埋めたモデルも作成し、同様にシミュレーションを行う(図8)。これらを比較すると、基本的に正反射する点では同じ反射傾向だが、多層構造がある場合には光に色味が表れることがわかる。

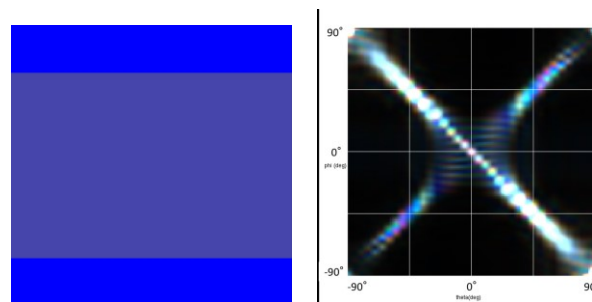


図8: 比較実験の出力画面(左)とBRDF(右)

最後に、NS-FDTD 法によって得られた反射率を数値データでも比較する。入射角度ごとにすべてのデータを足し合わせて平均を取り、多層構造の有無で比較したグラフ群を図9に示す。すべての波長領域を足し合わせた白色光を想定したグラフを見ると多層構造がある場合には0度付近から入射した光を強く反射し、入射角度が大きくなると相対的に弱まる傾向があることがわかる。さらに、RGBそれぞれの波長域でまとめたグラフでは、それぞれのグラフによって反射率の傾向が異なっている。このことから、多層構造による構造色が表れていると言える。

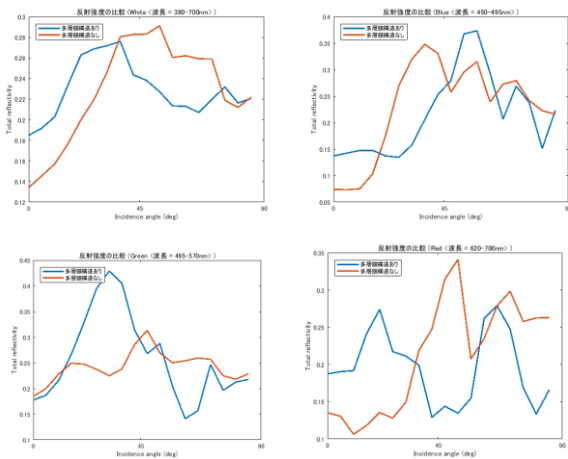


図9: 多層構造の有無での反射率比較

左上から順に全波長(380~700nm)、青色波長(450~495nm)、緑色波長(495~570nm)、赤色波長(620~700nm)ごとにまとめた時の平均値

## 5 まとめと今後の展望

本稿では、キューティクルの多層構造に着目し NS-FDTD 法を用いて光の反射傾向をとらえた。多層構造特有の色味のある反射光は、毛髪の艶に関係しているのではないかと考えている。今後はこのデータをもとにメラニン色素などの他要素を考慮した色データの配合を模索したり、図9で得られたRGB要素ごとの反射率データを Phong の反射モデルに組み込んだりすることで毛髪のCG表現を実現したい。また、本手法の有効な点として、計算方法を変えずにモデルだけを変更することで微細構造の様々な変化に対応できることが挙げられる。これを利用して、キューティクルの剥がれなど様々な髪の状態に対応した表現にも取り組みたい。

## 参考文献

- [1] 佐藤直紀, “美しい髪機構と毛髪の構造,” 表面科学 Vol.27, No.8, pp.480-484, 2006.
- [2] N. Okada, “Rendering Morpho butterflies based on high accuracy nano-optical simulation,” Journal of Optics. vol 42, issue 1, pp.25-36, 2013.
- [3] 水谷蓮, “モルフォ蝶鱗粉構造を用いた構造発色シミュレーション,” 2015.
- [4] 北野宏樹, “原子間力顕微鏡による毛髪の微細構造と物性の研究,” 表面科学 Vol.29, No.7, pp.427-431, 2008.
- [5] J. T. Kajiya, “Rendering fur with three dimensional textures,” SIGGRAPH 1989 Proceedings of the 16th annual conference on Computer graphics and interactive techniques Volume 23 Issue 3, July 1989, pp.271-280, 1989.
- [6] S. R. Marschner, “Light Scattering from Human Hair Fibers,” SIGGRAPH 2003 Volume 22 Issue 3, July 2003, pp.780-791, 2003.
- [7] J. Cole, “High Accuracy Nonstandard Finite-Difference Time-Domain Algorithms for Computational Electromagnetics,” 2005.
- [8] 岡田直樹, “GPUを用いた高精度 FDTD 法の研究,” 2009.
- [9] 宇野亨, FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析, 1998.