

## 誤りの可視化を目的とした数学の問題分類演習の実践と評価

高藤 祐汰<sup>†</sup> 高木 正則<sup>†</sup> 山田 敬三<sup>†</sup> 佐々木 淳<sup>†</sup><sup>†</sup>岩手県立大学ソフトウェア情報学部

## 1.はじめに

学習者は自身の誤りを把握できれば、学習方略の変更や学習過程で生じた誤解の解消に役立てることができる。そのため、学習者が学習過程で定期的に学習の振り返り活動を行い、自身の誤りを把握することは非常に重要である。

岩手県立大学の数学リメディアル科目「情報基礎数学」では、毎回の授業で確認テストを行っており、テスト後にはテストで分かったことや学習方法で良かった点、悪かった点を振り返りシートに記載させている。この振り返りシートを分析した先行研究[1]では、成績上位者は成績下位者より振り返りシートへの記述量が多く、記述内容には具体的な原因や対策に関する記述が書かれている傾向があった。一方、成績下位者は記述量が少なく、記載されている内容も具体的な改善点や対策に関する記述がなく、あいまいな記述が多いという傾向があり、自身の誤りを特定できていないことが示唆された。この原因として、テスト後の振り返りに活用される解答用紙には、答えを導く途中式や問題の解答が記載されているが、解答用紙には現れない部分に学習上の誤りが存在するため、具体的な改善点や対策に気付いていない可能性がある」と推察した。

そこで、本研究では数学の学習において、テストの解答用紙に現れない問題解答プロセスにおける誤りの可視化を目的とし、数学の問題分類演習を提案する。また、大学の授業で問題分類演習を実践した結果から、有効性を評価する。

## 2.問題分類演習概要

## 2.1 誤りを可視化する演習の要件

問題の答えを導く過程の中で解答用紙に現れない誤りを可視化するため、数学の問題解決における過程を調査した。数学的問題解決過程について、植阪ら[2]は問題文の逐語的理解を行う過程、状況の全体的理解を行う過程、解法を探

Practice and Evaluation on Mathematics Problem Classification Exercise for Visualization of Mistakes

<sup>†</sup>Yuta SUDOU, Masanori TAKAGI, Keizo YAMADA and Jun SASAKI, Faculty of Software and Information Science, Iwate Prefectural University

索する過程、計算を実行する過程の4つに分類し、問題文の逐語的理解と状況の全体的理解を理解過程、解法の探索と計算の実行を解決過程と分類している。

上記の数学的問題解決過程を踏まえると解法の探索は立式と対応し、計算の実行は途中計算と計算結果に対応するため学習者の解答用紙に誤りが出現する。しかし、問題文の逐語的理解と状況の全体的理解は解答用紙に記載する前の過程であり、解答用紙には思考過程が残らない。そのため、「解答用紙に現れない誤り」を抽出するためには、この理解過程を問うことが必要であると考えた。

## 2.2 問題分類演習の提案

本研究では、同じ解法で解くことのできる問題群を提示し、出題された問題と同じ解法で解くことのできる問題群を選択する演習を問題分類演習と定義した。数学における問題分類演習の例を表1、表2に示す。表1は学習者に提示される同じ解法で解ける問題グループの例であり、表2は出題される問題の例である。問題分類演習では、理解過程を問うための問題として、以下の基準で出題する問題グループと問題を作成する。

- ・ 問題文の逐語的理解を問うことができるか
- ・ 状況の全体的理解を問うことができるか

## 2.3 期待される効果

従来の問題を解答する演習では、例えば、「組合せの問題で2を割り忘れ誤答してしまった」という状況は、学習者にとって以下の3つの誤りの可能性が考えられる。

- (1) 組合せの概念や解法を理解しておらず、2で割るという認識がなかった
- (2) 立式の段階で2を書き忘れた
- (3) 計算の実行の段階で2を割り忘れた

学習者は採点后、解答用紙に書き残された情報から、上記3つのうちどれが誤答の要因だったかを判断することは難しい。しかし、問題分類演習では解決過程[2]を含んでいないため、問題に誤った場合、これまでのテストでは特定が困難であった理解過程の誤りである(1)のみを把握することが容易になる。

表1 同じ解法で解ける問題グループの例

グループ1	12冊の異なる本を5冊、4冊、3冊に分ける方法は何通りあるか(他, 2問)
グループ2	10人の学生を3人、3人、4人に分ける方法は何通りあるか(他, 2問)
グループ3	3文字 a, b, c から重複を許して4個取り出す組み合わせはいくつできるか(他, 2問)
その他	上記3グループで分類できないものをここに分類する(他, 1問)

表2 問題分類演習の問題例

番号	問題文
A	それぞれ4つずつある赤、黒、青の玉の中から無作為に4つ取り出す組み合わせは何通りあるか
B	12冊の異なる本を4冊ずつ3人の子供に分ける方法は何通りあるか
C	1, 2, 3の3つの数字で作ることのできる4桁の数字はいくつあるか
D	12冊の異なる本を4冊ずつ分ける方法は何通りあるか
E	$x + y + z = 7$ を満たす負でない整数の組はいくつあるか
F	男子5人、女子4人の中から男子2人、女子2人選ぶ方法は何通りあるか
G	12冊の異なる本を8冊、2冊、2冊に分ける方法は何通りあるか

表3 問題グループと判断基準の対応

グループ1	区別できる組のみで構成された重複しない組合せ
グループ2	区別できない組を含み構成された重複しない組合せ
グループ3	区別できる組のみで構成された重複組合せ
その他	順列

### 3. 実験

#### 3.1 実験概要

本学で開講されている情報基礎数学 B の受講者 71 名を対象とし、問題分類演習を実施した。解答は Google Forms 上で行い解答時間は 5 分とした。問題は 2.3 で決定した基準に従って作成し、表 1 のグループと表 2 の問題を出題した。表 3 に表 1 の各グループの解法の特徴を示す。学習者は表 3 に示したような各グループの解法の特徴を見つけ出し、表 2 の問題を分類した。

#### 3.2 実験結果

問題分類演習の結果を表 4、問題分類演習の得

表4 分類演習の結果

満点	平均点	標準偏差	最高点	最低点
20	3.5	3.5333	12	0

表5 分類演習の得点と学習ログとの相関

確認テスト平均点	0.0631
ヒント閲覧回数	-0.345
プレイスメントテストの得点	0.303

点と授業中に実施した確認テスト(10点満点, 9回分)の平均点, eラーニングシステムのヒント閲覧回数, プレイスメントテストの得点との相関を表5に示す。

#### 3.3 考察

確認テストの平均点と問題分類演習の得点の相関は見られなかった。確認テストは授業ごとに実施しているため、出題範囲がある特定の単元の範囲に限られており、2.1で述べた「解法の探索」過程で選択すべき解法が限定され、完全な理解に至っていないくとも偶然正しい解法を選択できていた可能性が考えられる。一方、本実験の問題分類演習では、複数の単元から問題を出題したため、本質的な数学的な意味を理解していないと正答できなかったと考えられ、確認テストの得点と相関が得られなかったと考察される。また、それと同じくヒント閲覧回数が少ない学習者は問題の本質的理解に至っている可能性が高く、負の相関が得られたと考えられる。

#### 4. おわりに

本研究では、問題分類演習により、解答用紙に現れない学習者の誤りを抽出できるかを実験により確認した。本稿執筆時点では期末試験が実施されていないため、期末試験の得点との比較はできなかったが、プレイスメントテストと弱い正の相関を確認できた。今後は問題分類演習の妥当性の検証と問題分類演習の解答結果から学習者の誤りを抽出する手法を検討する。

#### 参考文献

- [1] 澤里耕太郎, 高木正則, 山田敬三, 佐々木淳, 学習者ログの可視化と自己評価・相互評価による振り返り支援システムの提案, 情報処理学会第78回全国大会, 4ZA-06, 2016
- [2] 植阪友理, 鈴木雅之, 清河幸子, 瀬尾美紀子, 市川伸一, 構成要素型テスト COMPASS に見る数学的基礎学力の実態「基礎基本は良好, 活用に課題」は本当か, 日本教育工学会論文誌, V1. 37, No. 4, pp. 397-417, 2014