

3ZB-07

状態遷移を考慮した拡張位置ベース運動力学による 粉体の挙動のリアルタイムビジュアルシミュレーション

滝口 啓介 藤代 一成
慶應義塾大学 理工学部情報工学科

1 背景と目的

粉体とは、流動しやすく、粒子間摩擦力が高い、平均粒径が $40\mu\text{m}$ 程度の物質をさす。剛体や流体、砂などのリアルタイムビジュアルシミュレーションは、ゲームや映画などで広く使われている。粉体のビジュアルシミュレーションも様々な場面で利用されているが、剛体や流体、砂などと違い、粉体は状態によって粒子の挙動が変化するため、座標計算により多くの時間を必要とする。そのため、粉体を対象とするビジュアルシミュレーションにおいて、リアルタイム性の確保を目的とした研究は知られていない。

Müller ら [1] による位置ベースの粒子シミュレーション手法では、既存の質点ベースによる粒子シミュレーションよりも安定性や処理速度が向上している。そこで本研究では、既存の位置ベースのシミュレーション手法を拡張し、粉体のリアルタイムビジュアルシミュレーションを可能にする手法を提案する。

2 手法の概要

本手法の概要を図1に示す。粉体を代表粒子に近似し、1フレームごとに各粒子の座標を更新することで、粉体の堆積する挙動や流動する挙動を再現するシミュレーションを行う。その際、各粒子に状態を定義し、状態ごとに異なる制約を最小化するように、各粒子の座標を修正する。

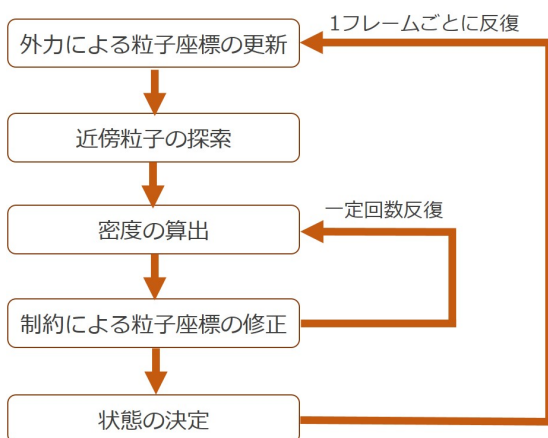


図1: 本手法の概略。各粒子にこの処理を適用する。

3 粒子の状態と遷移

本手法では、粒子の状態として流動状態と安静状態の二種類を定義する。はじめに、外力にもとづいて、各粒子の座標を更新し、暫定的な粒子座標を決定する。次に、粒子密度や粒子座標の修正に利用する近傍粒子を探索する。その後、状態ごとに異なる制約条件にもとづいて粒子座標を修正し、最後に粒子状態を遷移させる。以上の処理を繰り返すことで、粒子の挙動を制御する。

3.1 流動状態

流動状態にある粒子には、Macklin らによる位置ベースの流体シミュレーション手法 [2] と同様の制約を適用する。流動状態の粒子 i における制約 $F_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)$ は次式で定義する：

$$F_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) = \frac{\rho_i}{\rho_0} - 1, \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{p}_i は粒子 i の座標を、 ρ_0 は粉体の理想密度を、 n は近傍粒子の個数をそれぞれ表す。各粒子の密度が粉体の理想密度へ近づくように、この制約条件のもとで粒子座標を修正する。各粒子の密度 ρ_i は、SPH 法 [3] と同様に次式で定義する：

$$\rho_i = \sum_{j=1}^n W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h), \quad (2)$$

ここで W はカーネル関数であり、Macklin ら [2] と同様、粒子密度の計算では Poly6 カーネルを、粒子座標の修正量計算では Spiky カーネルを使用する。また、 h は有効半径を表す。

以上より、流動状態における粒子 i の座標修正量 $\Delta\mathbf{p}_i$ は次式となる：

$$\Delta\mathbf{p}_i = \frac{1}{\rho_0} \sum_{j=1}^n (\lambda_i + \lambda_j) \nabla W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h), \quad (3)$$

ここで、 λ_i は次式で与えられる：

$$\lambda_i = -\frac{F_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)}{\sum_{k=1}^n |\nabla_{\mathbf{p}_k} F_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)|^2}. \quad (4)$$

3.2 安静状態

安静状態である粒子 i には、流動状態の制約にもとづく粒子座標の修正に加え、さらに次式で定義する制約

$R_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)$ にもとづく粒子座標の修正を行う：

$$R_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j| - d). \quad (5)$$

式 (5) の制約は、Müller らによる位置ベースの剛体シミュレーション手法 [1] と同様である．この制約条件のもとで粒子座標を修正することで、粒子間の距離を一定の距離 d に保つ．以上より、安静状態における粒子 i の座標修正量 $\Delta \mathbf{p}_i$ は次式となる：

$$\Delta \mathbf{p}_i = \frac{1}{\rho_0} \sum_{j=1}^n (\lambda_i + \lambda_j) \nabla W(\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j, h) + s \sum_{k=1}^n \frac{\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k}{|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_k|}, \quad (6)$$

ここで、 s は次式で与えられる：

$$s = -\frac{R_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)}{\sum_{k=1}^n |\nabla \mathbf{p}_k R_i(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n)|^2}. \quad (7)$$

3.3 状態遷移

制約にもとづく粒子座標を修正した後、各粒子の状態を遷移させる．安静状態から流動状態への遷移は、粒子の密度変化量が閾値を超えた際に起こると定義する．この定義は、粒子にはたらく応力が閾値を超え、粒子が崩壊する際に、粒子密度も同様に变化するという仮定にもとづく．粒子 i の密度変化量 $\Delta \rho_i$ は次式で定義する：

$$\Delta \rho_i = \frac{\rho_{i,t} - \rho_{i,t-\Delta t}}{\Delta t}, \quad (8)$$

ここで、 t は現在時刻、 Δt は 1 フレーム分の微小時間を表す．

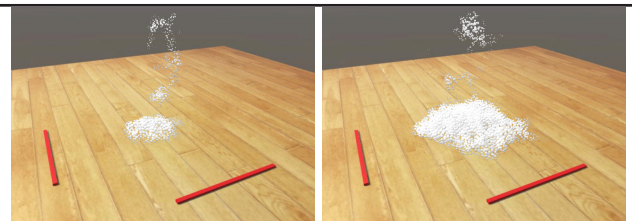
流動状態から安静状態の遷移は、周辺粒子全体と対象粒子 i との速度差の大きさが閾値を超えた際に起こると定義する．この定義は、粒子間の動摩擦力が粒子の流動する力よりも大きくなる際に遷移が発生するという仮定にもとづく．周辺粒子全体と対象粒子 i との速度差の大きさ $|\mathbf{v}_{\text{ave}} - \mathbf{v}_i|$ は次式で定義する：

$$|\mathbf{v}_{\text{ave}} - \mathbf{v}_i| = \left| \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{v}_j \right) - \mathbf{v}_i \right|. \quad (9)$$

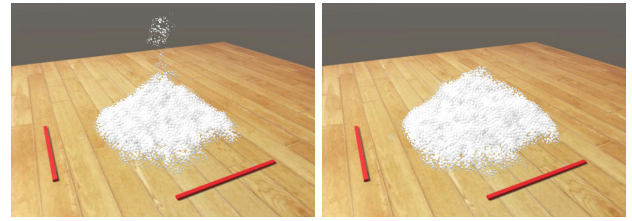
4 結果

提案手法を、Unity (2017.1.1) 上で実装し、CPU: Intel Core i7, GPU: NVIDIA GTX 980, RAM: 16GB の環境で実行した．

本手法を用いた粉体シミュレーションの結果を図 2 に示す．図 2 では、地面から一定の高さにある位置から最大 16,000 個の粒子を発生させることで、落下した粉体が堆積する様子を再現している．また、図 2 のシミュレーションにおいて、粒子の状態を可視化した結果を図 3 に示す．状態によって粒子の挙動が変化し、堆積している粒子が安静状態となる様子が確認できる．



(a) 180 フレーム目の描画結果 (b) 484 フレーム目の描画結果



(c) 1,010 フレーム目の描画結果 (d) 1,319 フレーム目の描画結果

図 2: 本手法を用いた粉体シミュレーションの結果．赤い棒は 10cm の物差しである．

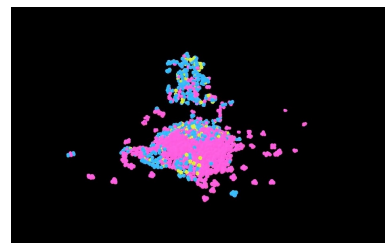


図 3: 本手法を用いた粉体シミュレーションにおいて、粒子の状態を可視化した結果．ピンク色が安静状態の粒子、水色が流動状態の粒子、黄色が遷移中の粒子を表す．

5 結論と今後の課題

本稿では、位置ベースシミュレーションモデルを拡張することで、粉体のリアルタイムビジュアルシミュレーションを行う手法を提案した．今後の課題としては、温度の変化により物質が凝固したり、融解したりするような状態遷移の考慮が挙げられる．

謝辞

本研究の一部は、平成 29 年度科研費基盤研究 (A) 17H00737 の支援により実施された．

参考文献

- [1] Matthias Müller, Bruno Heidelberger, Marcus Henning, and John Ratcliff: “Position based dynamics,” *Journal of Visual Communication and Image Representation*, Vol. 18, No. 2, pp. 109–118, 2007.
- [2] Miles Macklin and Matthias Müller: “Position based fluids,” *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 32, No. 4, Article No. 104, 2013.
- [3] Joseph John Monaghan: “Smoothed particle hydrodynamics,” *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Vol. 30, No. 1, pp. 543–574, 1992.