情報処理学会論文誌 Vol.59 No.2 795–799 (Feb. 2018)

テクニカルノート

情報理論の観点から最善の議席配分方式について

一森 哲男[1,a)]

受付日 2017年8月10日, 採録日 2017年10月3日

概要：このノートは各区の人口に比例して各区に議席を配分する議員定数配分問題を解くことである．人口比例そのものを考察し，1 人あたりの議席分布のエントロピーと 1 議席あたりの人口分布のエントロピーをそれぞれ最大にし，人口と配分議席数が比例する関係とは対称な 2 項関係であることから，人口に最も比例する配分方式を明らかにする．

キーワード：議員定数配分，アルファ・ダイバージェンス，1 人 1 票

On the Best Apportionment Method from the Perspective of Information Theory

Tetsuo Ichimori[1,a)]

Received: August 10, 2017, Accepted: October 3, 2017

Abstract: This note solves the apportionment problem where legislative seats are allocated in proportion to the population of electoral districts. We define the entropy of the numbers of seats per person (and also the entropy of the numbers of persons per seat) for all districts. By considering the maximization of these two entropies and the symmetry with respect to the number of seats given to each electoral district and the population of the district, we identify an apportionment method as best.

Keywords: apportionment, alpha-divergence, one-man one-vote

1. はじめに

最近，情報理論の観点から議員定数配分問題が議論されている [9], [11], [12], [13], [14]．これは人口に比例して議席を配分する問題で，たとえば，アメリカ合衆国憲法の第 1 条には，下院議員は州の人口に比例して配分すると明記されている．もちろん，この問題はアメリカだけの問題ではなく，代議制を採用するどの国にも共通する普遍的な問題である．

この議員定数配分問題は 200 年以上，激しく議論され続けているが，その論争の歴史の中で，ハンティントンは最も優れた人物の 1 人と認められている．特に，20 世紀前半のウィルコックスとの論争は有名である．ウィルコックスはウェブスター方式を支持し [17], [18]，ハンティントンはヒル方式を支持した [7], [8]．この論争の過程で，ハンティントンの主張は多くの人々により認められた．たとえば，国勢調査局長官に助言するために組織された，アメリカ統計学会とアメリカ経済学会の共同で作った委員会では，6 名の委員全員がハンティントンの主張に賛同した [6]．また，下院議長の正式な依頼により，全米科学アカデミーの指名した 4 名の著名な数学者は全員一致でハンティントンを支持した．また，後年，再度，全米科学アカデミーの指名した 3 名の数学者（フォン・ノイマンを含む）もハンティントンを支持した．しかしながら，今日では，ヒル方式は人口の少ない州に有利な議席配分結果を与えると強く非難され，議論が混迷している [1]．

この議員定数配分問題の解決に，情報理論（ダイバージェンス）が適用されたのはきわめて最近のことである．特に，アルファ・ダイバージェンスを用いた議席配分方式は好ましい性質を持つため，有望な配分方式と思われる．しかし，このダイバージェンスはパラメータを 1 つ含むため，唯一

[1] 大阪工業大学
Osaka Institute of Technology, Hirakata, Osaka 573–0196, Japan
[a)] tetsuo.ichimori@oit.ac.jp

最善の配分方式を得るためには，そのパラメータの最適値を求めることが必要となる．そのため，文献 [12], [14] では，「偏り」の観点から議論を展開して，最適なパラメータ値を求め，現在一般に使われている配分方式の中ではウェブスター方式が最も好ましいと結論付けている．

議席は整数値に限定されるため，完全に人口に比例して議席を配分することは不可能である．そのため．どのような配分方式を用いても，配分結果には必ず偏りが存在する．従来の研究では，あらゆる人口分布を考えて，平均的な偏りを調べてきた．しかしながら，議席の再配分はアメリカでは 10 年ごとにしか行われていない．わが国でも，2020 年度の国勢調査後は 10 年ごとの大規模調査結果に基づき，議席再配分が行われることになっている．つまり，我々は数回の議席再配分しか経験できず，しかも，数十年間の人口はあまり大きな変化はなさそうである．そのように考えると，無限に長い時間のかかる，あらゆる人口分布を考えることの意義に疑問を持たざるをえない．また，我々の探している議席配分方式は，偏りを最小にするものではなく，人口に最も比例するものである．このような反省に立ち，本稿では，人口比例そのものを再考し，最も人口に比例する議席配分方式を導く．

2. アルファ・ダイバージェンスを用いた議席配分方式

州の数を $s \geq 2$，議員定数（議席の総数）を $h \geq s$ とする．州 i の人口を $p_i > 0$，国の総人口を $\pi = \sum_{i=1}^{s} p_i$，州 i の取り分，すなわち，完全比例値（実数値）を $q_i = hp_i/\pi$，州 i に与えられる議席数を $a_i \geq 1$ とし，1 議席を保証する．

人口分布を $\mathcal{P} = (p_1/\pi, \ldots, p_s/\pi)$，議席分布を $\mathcal{A} = (a_1/h, \ldots, a_s/h)$ とする．このとき，$\mathcal{A}$ から $\mathcal{P}$ へのアルファ・ダイバージェンスは

$$D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P}) = \frac{1}{\theta(\theta-1)}\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{h}\right)^{\theta}\left(\frac{p_i}{\pi}\right)^{1-\theta} - 1\right) \quad (1)$$

と定義される [4], [5]．これは点 $\mathcal{A}$ から点 $\mathcal{P}$ までの有向距離（擬距離）と解釈されている．この式に含まれる θ は実数値をとるパラメータで，慣例では α の文字が使われるが，議席数 a_i との混同を避けるため，文字 θ で代用した．θ の値が 0 または 1 のときは，$D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P})$ はその極限で定義される．すなわち，$\theta = 1$ のときはカルバック・ライブラー・ダイバージェンス [15]

$$D_1(\mathcal{A}||\mathcal{P}) = \sum_{i=1}^{s}\frac{a_i}{h}\log\frac{a_i/h}{p_i/\pi}$$

となり，$\theta = 0$ のときは逆カルバック・ライブラー・ダイバージェンス

$$D_0(\mathcal{A}||\mathcal{P}) = \sum_{i=1}^{s}\frac{p_i}{\pi}\log\frac{p_i/\pi}{a_i/h}$$

表 1 パラメータ θ の値とそれに対応する議席配分方式

Table 1 Values of parameter θ and apportionment methods.

θ	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
配分方式	アダムズ	ヒル	ウェブスター	ジェファソン

に等しくなる．

人口は定数なので，アルファ・ダイバージェンスを最小にする（s 州間での h 議席の）配分 $(a_1, \ldots, a_s)$ が定まるので，これもある種の議席配分方式になっている．パラメータ θ を具体的に定めると，さまざまな議席配分方式が得られる（**表 1**）．$\theta \to -\infty$ ならばアダムズ方式が導かれる．わが国では 2020 年度の国勢調査結果に対し，衆議院議員の議席配分でアダムズ方式が使われる予定である．$\theta = -1$ ならば，現在，アメリカで，下院議員の配分で使われているヒル方式が得られる．$\theta = 2$ ならば，ヒル方式に変更になる前にアメリカで使われていたウェブスター方式が導かれる．これはサン・ラグ方式とも呼ばれる．$\theta \to +\infty$ ならばジェファソン方式が導かれる．これはドント方式とも呼ばれている．θ の値は無限にとれるので，それに応じて，アルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式も無限に存在する．

3. レニーのエントロピーとアルファ・ダイバージェンス

3.1 レニーのエントロピー

州 i の人口は p_i なので，ここに a_i 議席が配分されると 1 人あたり議席数 a_i/p_i が定まる．これは「1 票の価値」を表すのによく使われている．ただし，この 1 票の価値 a_i/p_i は p_i 人の人々に共有されているので，これの総和は $\sum_{i=1}^{s}(a_i/p_i) \times p_i = \sum_{i=1}^{s} a_i = h$ となる．そこで，1 人あたりの議席分布を

$$\mathcal{U} = \left(\overbrace{\frac{a_1}{hp_1}, \ldots, \frac{a_1}{hp_1}}^{p_1}, \ldots, \overbrace{\frac{a_s}{hp_s}, \ldots, \frac{a_s}{hp_s}}^{p_s}\right)$$

と定める．このとき，正のパラメータ υ を持つレニーのエントロピー [9], [16] は

$$H_\upsilon(\mathcal{U}) = \frac{1}{1-\upsilon}\log_2\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{hp_i}\right)^{\upsilon} p_i\right) \quad (2)$$

となる．$\upsilon \to 1$ を調べると，シャノンのエントロピー：

$$H_1(\mathcal{U}) = -\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{h}\log_2\frac{a_i}{hp_i}\right) \quad (3)$$

が得られる．エントロピーは乱雑さの度合いを表していることから，エントロピー $H_\upsilon(\mathcal{U})$ の最大化は，1 票の価値 a_i/p_i の可能な限りの均一化を意味する．

1 人あたり議席数 a_i/p_i は 1 票の価値として使われるが，これの逆数 p_i/a_i も 1 票の価値としてよく使われる．これ

は 1 議席あたり人口と呼ばれる．以前同様に，重複度を考慮すると，これの総和は $\sum_{i=1}^{s}(p_i/a_i)\times a_i=\pi$ なので，これの分布を

$$\mathcal{W}=\left(\overbrace{\frac{p_1}{\pi a_1},\ldots,\frac{p_1}{\pi a_1}}^{a_1},\ldots,\overbrace{\frac{p_s}{\pi a_s},\ldots,\frac{p_s}{\pi a_s}}^{a_s}\right)$$

と定める．このときの正のパラメータ ω を持つレニーのエントロピーは

$$H_\omega(\mathcal{W})=\frac{1}{1-\omega}\log_2\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{p_i}{\pi a_i}\right)^{\omega}a_i\right) \tag{4}$$

となり，シャノンのエントロピーは

$$H_1(\mathcal{W})=-\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{p_i}{\pi}\log_2\frac{p_i}{\pi a_i}\right) \tag{5}$$

となる．以前同様，エントロピー $H_\omega(\mathcal{W})$ の最大化は，1 票の価値 p_i/a_i の可能な限りの均一化を意味する．

3.2 エントロピーとダイバージェンスの関係

エントロピーの式を変形し，ダイバージェンスとの関係を調べる．

定理 1 $\theta=\upsilon>0$ とする．レニーのエントロピー $H_\upsilon(\mathcal{U})$（$\upsilon>0$）の最大化はアルファ・ダイバージェンス $D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P})$（$\theta>0$）の最小化に等価である．

証明 レニーのエントロピーの式 (2) を変形すると

$$\begin{aligned}H_\upsilon(\mathcal{U})&=\frac{1}{1-\upsilon}\log_2\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{hp_i}\right)^{\upsilon}p_i\right)\\&=\frac{1}{1-\upsilon}\log_2\left(\pi^{1-\upsilon}\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{h}\right)^{\upsilon}\left(\frac{p_i}{\pi}\right)^{1-\upsilon}\right)\\&=\frac{-1}{\upsilon-1}\log_2\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{h}\right)^{\upsilon}\left(\frac{p_i}{\pi}\right)^{1-\upsilon}\right)+\log_2\pi\end{aligned}$$

となる．関数 $y=\log_2 x$（$x>0$）は狭義増加関数で，定数項は最大化や最小化には無関係なので，エントロピー $H_\upsilon(\mathcal{U})$ の最大化は，正のパラメータ（$\theta=\upsilon>0$）を持つアルファ・ダイバージェンス (1) の最小化に等価となる．

同様に，式 (3) のシャノンのエントロピー $H_1(\mathcal{U})$ の最大化もカルバック・ライブラー・ダイバージェンス $D_1(\mathcal{A}||\mathcal{P})$ の最小化に等価となる． □

定理 2 $\omega=1-\theta>0$ とする．レニーのエントロピー $H_\omega(\mathcal{W})$（$\omega>0$）の最大化はアルファ・ダイバージェンス $D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P})$（$\theta<1$）の最小化に等価である．

証明 正のパラメータ ω を持つレニーのエントロピー (4) は

$$\begin{aligned}H_\omega(\mathcal{W})&=\frac{1}{1-\omega}\log_2\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{p_i}{\pi a_i}\right)^{\omega}a_i\right)\\&=\frac{1}{1-\omega}\log_2\left(h^{1-\omega}\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{h}\right)^{1-\omega}\left(\frac{p_i}{\pi}\right)^{\omega}\right)\\&=\frac{-1}{\omega-1}\log_2\left(\sum_{i=1}^{s}\left(\frac{a_i}{h}\right)^{1-\omega}\left(\frac{p_i}{\pi}\right)^{\omega}\right)+\log_2 h\end{aligned}$$

と変形できる．ここで，$\theta=1-\omega$ とおくと，エントロピー $H_\omega(\mathcal{W})$ の最大化は $\theta<1$ のパラメータを持つアルファ・ダイバージェンス $D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P})$ の最小化に等価となる．

同様に，式 (5) のシャノンのエントロピー $H_1(\mathcal{W})$ の最大化も逆カルバック・ライブラー・ダイバージェンス $D_0(\mathcal{A}||\mathcal{P})$ の最小化に等価となる． □

これら 2 つの定理より，パラメータの範囲が $0<\theta<1$ のアルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式は p_i/a_i を可能な限り均一にし，同時に，a_i/p_i を可能な限り均一にする．

4. 人口比例の議席配分方式とは

わが国では，これまで，議席配分方式として「最大剰余方式」が主に使われてきた．アメリカでも 1850 年度から 1900 年度の国勢調査結果に対して同方式が使用された．この最大剰余方式には奇妙な現象が発生する．1880 年度の人口に対し最大剰余方式を使って議席を配分すると，議席総数が 299 のときアラバマ州は 8 議席を受け取ったが，議席総数を 300 に増やすと，アラバマ州には 7 議席しか配分されなかった．配分のパイが大きくなったのに受け取り量が減少した．そのため，この現象をアラバマ・パラドックスと呼ぶようになった．

文献 [1] ではこのような奇妙な現象を起こさない配分方式は除数方式に限ることが証明されている．そのため，人口比例の議席配分方式は除数方式に限定すべきである．ただし，除数方式とは配分方式のクラスであり，無限の配分方式を含んでいる．たとえば，アダムズ方式，ヒル方式，ウェブスター方式，ジェファソン方式などを含んでいる．

文献 [10] では，ある州の人口が他の州の人口の k 倍であるとき，受け取る議席数も k 倍であれば，どちらの州の住民も同じだけの不平等（平等）を感じると仮定するならば，我々の探すべき配分方式は，アルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式だけであることが示されている．だから，人口比例の議席配分方式はアルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式のクラスに限定すべきである．

さらに，人口 p_i と議席数 a_i が比例する関係とは，明らかに，対称的な 2 項関係であるので，ダイバージェンスは p_i と a_i に関して対称でなければならない．定義式 (1) より，任意の θ に対して，$D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P})=D_{1-\theta}(\mathcal{P}||\mathcal{A})$ となることは明らかであるが，$\mathcal{P}$ と $\mathcal{A}$ が対称となる，つまり，$D_\theta(\mathcal{A}||\mathcal{P})=D_\theta(\mathcal{P}||\mathcal{A})$ となるものは，$\theta=0.5$ のとき，つまり，$D_{0.5}(\mathcal{A}||\mathcal{P})$ しか存在しない．以上のことから，人口比例の議席配分方式はパラメータ θ の値が 0.5 のアル

ファ・ダイバージェンスを最小にする議席配分方式となる．$\theta = 0.5$ をアルファ・ダイバージェンスの式 (1) に代入すると，この方式は

$$\sum_{i=1}^{s} \sqrt{p_i a_i}$$

を最大にする議席配分を与えることが分かる．この式の値は人口分布 $(p_1/\pi, \ldots, p_s/\pi)$ と議席分布 $(a_1/h, \ldots, a_s/h)$ のバタチャリア係数 [2] の $\sqrt{h\pi}$ 倍である．これは 2 つの分布間の類似度を調べるためによく使われている．以下，この配分方式を「B 方式」と呼ぶ．

変数 $x > 0$ と $y > 0$ が比例するとは，もちろん，比例定数 $a > 0$ を用いて，$y = ax$ となる関係である．しかしながら，(x_i, y_i) $(i = 1, \ldots, n)$ が正の値を持つ観測値とした場合，すべての i に対して，$y_i = ax_i$ となるとは限らない．そのような場合，観測値全体がどの程度比例しているかを知ることはできるのであろうか？

すぐに思いつきそうな尺度は，

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{y_i}{x_i} - a \right)^2$$

であるが，x と y が比例するとは $x = (1/a)y$ でもあり，もう 1 つ，対となる尺度

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i}{y_i} - \frac{1}{a} \right)^2$$

も考えられる．これを議席の配分問題にあてはめてみると，人口 p_i と議席数 a_i が比例している程度を測る 2 つの尺度は

$$\sum_{i=1}^{s} a_i \left(\frac{p_i}{a_i} - \frac{\pi}{h} \right)^2, \quad \sum_{i=1}^{s} p_i \left(\frac{a_i}{p_i} - \frac{h}{\pi} \right)^2$$

と書き直せる．

これらの式は p_i/a_i がどの程度理想値 π/h に一致しているか，あるいは，a_i/p_i がどの程度理想値 h/π に一致しているかを表している．だから，すべての人口 p_i と議席数 a_i をできるだけ比例させたいならば，すべての p_i/a_i ができるだけ同じ値になることが好ましく，さらに，すべての a_i/p_i ができるだけ同じ値になることが好ましい．つまり，人口比例の議席配分方式とは p_i/a_i が可能な限り均一になると同時に，a_i/p_i が可能な限り均一になる配分方式である．この比例に対する考え方はハンティントン [7], [8] やチェイフィー [3] の考え方にきわめて類似している．

そういう意味では，人口比例の議席配分方式はエントロピー $H_v(\mathcal{U})$ を最大にするだけでなくエントロピー $H_\omega(\mathcal{W})$ をも最大にすべきである．いい換えれば，$0 < \theta < 1$ のアルファ・ダイバージェンスを最小にすべきである．実際，$\theta = 0.5$ の B 方式はこの条件を満足しており，ここで考えた限りでは，最善の配分方式となる．

5. B 方式と配分例

ウェブスター方式は $\theta = 2$，ヒル方式は $\theta = -1$ のアルファ・ダイバージェンスをそれぞれ最小にし，この 2 つのパラメータの値の平均は $(2+(-1))/2 = 0.5$ となる．一方，B 方式は $\theta = 0.5$ のアルファ・ダイバージェンスを最小にするため，B 方式はウェブスター方式とヒル方式の中間的な配分方式と思われる．実際の数値例で，この方式が与える配分結果を観察してみる．

1790 年から今日までのアメリカの国勢調査結果に対し，ウェブスター方式とヒル方式の配分の結果が最も異なるのは 1920 年度の調査結果である．このときの人口に対し，ウェブスター方式とヒル方式および B 方式を用いたときの議席配分を考える．ウェブスター方式とヒル方式の配分結果が異なっているのはニューヨーク州，ノースカロライナ州，バージニア州，ロードアイランド州，ニューメキシコ州，バーモント州の 6 州である．そこで，これらの結果を**表 2** に抜き出した．この表の最初の 3 州の人口と最後の 3 州の人口を比べると，歴然とした差がある．この人口の多い 3 州の取り分の和は 62.91 議席である．これらの 3 州に対し，ヒル方式は 61 議席，ウェブスター方式は 64 議席を与えている．それに対し，B 方式は 63 議席を与えており，悪くない結果を示している．さらに，表の上から順番に，6 州に与えらた議席数から，それぞれ，42 議席，10 議席，9 議席，2 議席，1 議席，1 議席を取り除いてみる．すると，ヒル方式は人口の少ない 3 州すべてに 1 議席が残り，ウェブスター方式は人口の多い 3 州すべてに 1 議席が残る．このことからも，ヒル方式は人口の少ない州に有利な配分をし，ウェブスター方式は人口の多い州に有利な配分をしている可能性がうかがえる．B 方式は人口の多い 2 州にそれぞれ 1 議席が残り，人口の少ない 1 州に 1 議席が残る．B 方式は人口の多い州と人口の少ない州のバランスをうまくとっているようにも見える．

6. まとめ

アラバマ・パラドックスなどの奇妙な現象を避ける配分方式は除数方式のクラスに限定される．さらに，人口と議

表 2 1920 年度，ヒル方式とウェブスター方式の配分の異なる 6 州の人口，取り分，配分（ヒル方式，B 方式，ウェブスター方式）
Table 2 Three mehods for six selected states, 1920.

州 名	人 口	取り分	H	B	W
ニューヨーク	10,380,589	42.82	42	43	43
ノースカロライナ	2,559,123	10.56	10	11	11
バージニア	2,309,187	9.53	9	9	10
ロードアイランド	604,397	2.49	3	3	2
ニューメキシコ	353,428	1.46	2	1	1
バーモント	352,428	1.45	2	1	1
合計	16,559,152	68.00	68	68	68

席数の比率が同じ 2 州に対し，どちらの州の住民に対しても，不平等感・平等感が同じと仮定するならば，配分方式はさらに限定され，許されるのはアルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式のクラスとなる．その中で，人口と議席数の対称性を有するのは $\theta = 0.5$ のアルファ・ダイバージェンスだけである．さらに，人口比例の配分方式は，a_i/p_i と p_i/a_i の両方をできるだけ均一化すべきである．パラメータ値が $0 < \theta < 1$ のアルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式がこれを満足するので，$\theta = 0.5$ の B 方式も当然これを満足する．以上をまとめると，我々の探している配分方式は $\theta = 0.5$ のアルファ・ダイバージェンスを最小にする配分方式であり，表現を変えると，人口分布と議席分布のバタチャリア係数を最大にする配分方式となる．

参考文献

[1] Balinski, M.L. and Young, H.P.: *Fair Representation*, Yale University Press, New Haven (1982). 越山　康（監訳），一森哲男（訳）：公正な代表制，千倉書房，東京 (1987), 2nd ed., Brookings Institution Press, Washington D.C. (2001).

[2] Bhattacharyya, A.: On a Measure of Divergence between Two Statistical Populations Defined by Their Probability Distributions, *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*, Vol.35, pp.99–109 (1943).

[3] Chafee, Jr., Z.: Reapportionment of the House of Representatives under 1950 Census, *Cornell Law Review*, Vol.36, No.4, pp.643–665 (1951).

[4] Chernoff, H.: A Measure of Asymptotic Efficiency for Tests of a Hypothesis Based on a Sum of Observations, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.23, No.4, pp.493–507 (1952).

[5] Cichocki, A. and Amari, S.: Families of Alpha- Beta- and Gamma-Divergences: Flexible and Robust Measures of Similarities, *Entropy*, Vol.12, pp.1532–1568 (2010).

[6] Doten, C.W., Gay, E.F., Mitchell, W.C., Selinman, E.R.A., Young, A.A. and Rossiter, W.S.: Report upon the Apportionment of Representatives, *Quarterly Publications of the American Statistical Association*, Vol.17, No.136, pp.1004–1013 (1921).

[7] Huntington, E.V.: A New Method of Apportionment of Representatives, *Quarterly Publications of the American Statistical Association*, Vol.17, No.135, pp.859–870 (1921).

[8] Huntington, E.V.: The Apportionment of Representatives in Congress, *Trans. American Mathematical Society*, Vol.30, No.1, pp.85–110 (1928).

[9] 一森哲男：レニーのエントロピーを最大にする議席配分方式について，日本応用数理学会論文誌，Vol.22, No.3, pp.81–96 (2012).

[10] 一森哲男：議員定数配分問題の離散最適化による解法について，日本応用数理学会論文誌，Vol.23, No.1, pp.15–35 (2013).

[11] 一森哲男：分布間ダイバージェンスと議席配分方式の関係について，情報処理学会論文誌，Vol.54, No.8, pp.1988–1995 (2013).

[12] 一森哲男：ダイバージェンスを最小にする議席配分方式について，情報処理学会論文誌，Vol.56, No.6, pp.1442–1450 (2015).

[13] 一森哲男：ダイバージェンスによる議員定数配分方式の偏りについて，日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌，Vol.58, pp.42–55 (2015).

[14] 一森哲男：連邦制における議席配分について，情報処理学会論文誌，Vol.57, No.5, pp.1436–1440 (2016).

[15] Kullback, S. and Leibler, R.A.: On Information and Sufficiency, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.22, pp.79–86 (1951).

[16] Rényi, A.: On Measures of Entropy and Information, *Proc. 4th Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability*, pp.547–561 (1960).

[17] Willcox, W.F.: The Apportionment of Representatives, *The American Economic Review*, Vol.6, No.1, Supplement, pp.3–16 (1916).

[18] Willcox, W.F.: The Apportionment Problem and the Size of the House: A Return to Webster, *Cornell Law Quarterly*, Vol.35, pp.367–389 (1950).

一森 哲男　（正会員）

昭和 28 年生．昭和 57 年大阪大学大学院工学研究科応用物理学専攻博士後期課程修了．同年広島大学工学部助手．昭和 60 年より大阪工業大学工学部専任講師．昭和 63 年より大阪工業大学工学部助教授．平成 8 年より大阪工業大学情報科学部教授．システムの最適化に関する研究に従事．工学博士．昭和 62 年日本オペレーションズ・リサーチ学会事例研究奨励賞受賞．平成 25 年日本応用数理学会論文賞受賞．日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本応用数理学会各会員．