

# 集合中心性ノードの媒介寄与度に基づく コミュニティ抽出

伏見 卓恭<sup>1,a)</sup> 齊藤 和巳<sup>2</sup> 池田 哲夫<sup>2</sup> 風間 一洋<sup>3</sup>

概要：本研究では、集合中心性により抽出した代表ノード集合の他ノードへの媒介寄与度に基づき、ノードを分割、すなわち、コミュニティを抽出する手法を提案する。集合近接中心性は、他ノードからの距離和が最小なノードを代表ノードとして抽出する。これらの代表ノード集合については、最近傍ノードへの距離に基づき他ノードをボロノイ分割するのが直感的であり、各ボロノイ領域のノード群は、領域の代表ノードの寄与を受ける。一方、集合媒介中心性は、ノードペア間の媒介度合が最大になるようなノードを代表ノードとして抽出する。これらの代表ノード集合については、最短距離に基づくボロノイ分割は適切ではない。そこで本研究では、媒介寄与度と呼ぶ新たな指標を提案し、寄与度に応じてノード群を分割する。

## Community Extraction Based on Betweenness Contribution of Group Centrality Nodes

FUSHIMI TAKAYASU<sup>1,a)</sup> SAITO KAZUMI<sup>2</sup> IKEDA TETSUO<sup>2</sup> KAZAMA KAZUHIRO<sup>3</sup>

### 1. はじめに

ネットワーク上のノードをいくつかのグループに分割する手法として、様々なコミュニティ抽出手法、あるいは、クラスタリング手法が提案されているネットワークのリンク密度が比較的高い部分を抽出する手法 [1], [2] やリンクを切断していくつかの部分グラフに分割する手法 [3], [4] が代表的である。さらに、一般的なデータに対するクラスタリング手法として、 $K$ -means 法や  $K$ -medoids 法などが古くから用いられており、ノードをいくつかの代表ノードのクラスターに割り振る手法である。これらの手法をネットワークデータに適用することも考えられる。

著者らは、社会ネットワーク分析の一手法である近接中心性の概念を拡張し、集合近接中心性を提案した。集合近

接中心性において  $K$  個の代表ノードを抽出することは、ノード間距離をメトリックとした  $K$ -medoids 法におけるメドイド集合を抽出することと等価である。したがって、全ノードを最近傍の代表ノードのクラスターに分割すれば、ネットワーク上の  $K$ -medoids クラスタリングを実現できる。特に、道路ネットワークに対して集合近接中心性の代表ノードを抽出することは、コンビニや病院などの施設配置問題を考えることになり、実問題への応用にもつながる [5], [6]。同様に、媒介中心性の概念を拡張し、集合媒介中心性という概念、および、その効率的な解法アルゴリズムを提案した [7]。道路ネットワークに対して集合媒介中心性の代表ノードを抽出することは、道路網上の看板配置問題を考えることになり、実問題に有用な結果をもたらすことを示した。

本研究では、上述した集合媒介中心性により抽出した  $K$  個の代表ノードに基づいて、媒介寄与率により分割する媒介度分割と呼ぶ手法を提案する。これは、各ノードが他のノードへ最短経路で向かう際に、より多く経由する代表ノードのクラスターに分割する手法である。従来手法である  $K$ -medoids クラスタリングでは、集合近接中心性により抽

<sup>1</sup> 東京工科大学 コンピュータサイエンス学部  
School of Computer Science, Tokyo University of Technology

<sup>2</sup> 静岡県立大学 経営情報学部  
School of Management and Information, University of Shizuoka

<sup>3</sup> 和歌山大学 システム工学部  
Faculty of Systems Engineering, Wakayama University

a) takayasu.fushimi@gmail.com

出した代表ノードとのグラフ距離により分割（距離分割）する点で類似するが、抽出されるクラスタの意味がことなるため、両手法を実験的に比較し、提案手法の性質を評価する。

## 2. 集合中心性

集合中心性とは、 $K$  個のノードを選定する際、それらが互いに協調して寄与することを考慮した中心性である。 $K$  個のノードを選んだ場合、各ノードは互いに協調し影響を及ぼしているため、一般的には集合としての中心性スコアは、構成するノードの中心性スコアの単純な和とはならない。集合中心性は、集合  $\mathcal{R}$  の中心性スコアが高くなるようにノードを選定する手法である。以下では、 $N$  個のノードの集合  $\mathcal{V}$  とリンク集合からなる対象ネットワーク  $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  に対して、 $K$  個の代表ノード  $\mathcal{R} \subset \mathcal{V}$  を抽出する、集合近接中心性と集合媒介中心性について説明する。

### 2.1 集合近接中心性

個々のノードの近接度に注目する近接中心性の概念をノード集合に対する概念に拡張すると、集合  $\mathcal{R}$  の近接度は  $\mathcal{R}$  内のノードの近接度の単純な和ではなく、集合  $\mathcal{R}$  内の最も近いノードいずれかとの距離  $\min_{v \in \mathcal{R}} d(u, v)$ （協調近接度）を用いて定義される。集合  $\mathcal{R}$  の集合近接中心性スコア  $\text{setCLC}(\mathcal{R})$  は以下のように定義される：

$$\text{setCLC}(\mathcal{R}) = \sum_{u \in \mathcal{V} \setminus \mathcal{R}} \min_{v \in \mathcal{R}} d(u, v). \quad (1)$$

個々のノードに対する近接中心性、すなわち“他のノードとの距離が小さいノードは重要である”という概念の自然な拡張となっている。式 1 を最小にするような集合  $\mathcal{R}$  を求める問題は、各ノードと  $K$  個の代表ノードのうち最小の距離となる代表ノードとの距離の和を最小にする問題  $K$ -medoids 問題とみなすことができ、ネットワーク上での施設配置問題の解法に有用と考えられる [5]。また、求める集合の要素数  $K = 1$  のとき、集合近接中心性により選定されるノードは、近接中心性トップノードと等しくなる。

### 2.2 集合媒介中心性

媒介中心性は、“任意のノードペア間のパスを媒介する割合の高いノードは重要である”という直観に基づく指標である。これを拡張した集合媒介中心性において、集合  $\mathcal{R}$  の媒介度は  $\mathcal{R}$  内のノードの媒介度の単純な和ではなく、集合  $\mathcal{R}$  を構成するノードのいずれかが媒介する割合（協調媒介度）の和により定義される。集合  $\mathcal{R}$  の集合媒介中心性  $\text{setBWC}(\mathcal{R})$  は以下のように定義される：

$$\text{setBWC}(\mathcal{R}) = \sum_{s \in \mathcal{V}} \sum_{t \in \mathcal{V}} \frac{\sigma_{s,t}(\mathcal{R})}{\sigma_{s,t}}. \quad (2)$$

ここで、 $\sigma_{s,t}(\mathcal{R})$  は、ノード  $s$  からノード  $t$  への最短経路

で、少なくとも 1 つの  $r \in \mathcal{R}$  を通る最短経路の数を意味する。集合  $\mathcal{R}$  内のノードいずれかを通過するパス数により計算され、式 2 を最大にするようなノード集合  $\mathcal{R}$  が、集合としての媒介度が高いノード群である。明らかに、求める集合の要素数  $|\mathcal{R}| = 1$  のとき、集合媒介中心性により選定されるノードは、媒介中心性トップノードと等しくなる。また、既存の媒介中心性上位のノードを選定しても、それらが  $s$  から  $t$  までの同一パス上に多く存在する場合、選定された個々のノードの貢献度は小さく、かならずしも協調媒介度を大きくするとは限らない。このような組み合わせ最適化問題は、一般に NP 完全クラスに属し、対象が大規模になれば妥当な計算時間で厳密解を求めることが困難となるが、式 2 で定義される目的関数がサブモジュラ性を有する。すなわち、比較的高速な貪欲法による近似解が最悪ケースの解品質が保証されているため、貪欲法により代表ノードを抽出する。

## 3. 媒介度分割

上述した集合媒介中心性により  $K$  個の代表ノード  $\mathcal{R} \subset \mathcal{V}$  を抽出し、以下で説明する媒介寄与率により全ノードを  $K$  個のクラスタに分割する。ノード  $u$  を起点とした DAG (Directed Acyclic Graph) において、ノード  $u$  から他のノードへ向かう際に代表ノード  $r_k \in \mathcal{R}$  を通過する回数を代表ノード  $r_k$  の媒介寄与率  $z_k(u)$  として定義する。すなわち、DAG における自身を含めた子孫ノード数の合計で計算できる。そして、最も寄与率が高い代表ノードのクラスタに、ノード  $u$  を割り当てる。代表ノード  $r_k$  に基づく媒介度分割によるクラスタを以下のように定義する：

$$C_{bw}(k) = \{u \in \mathcal{V} \mid \arg \max_{1 \leq h \leq K} z_h(u) = k\}.$$

図 1 は、ノード  $u$  を起点とした DAG と、DAG 上の 3 つの代表ノード  $r_1, r_2, r_3$  を表している。図 1 を見ると、 $z_1(u) = 8$ ,  $z_2(u) = 3.5$ ,  $z_3(u) = 3$  である。したがって、 $u \in C_{bw}(1)$  である。ここで、 $z_2(u) = 2.5$  なのは、DAG における  $r_2$  の子ノードのうち、一番右側の子ノードは親ノードが  $r_2$  を含め 2 つ存在し、 $r_2$  を経由する確率は  $1/2$  であるため、 $2.5$  となる。

## 4. 評価実験

評価実験では、デジタル道路地図データ静岡県版と神奈川県版より抽出した交差点と道路をノード、リンクとみなし構築したネットワークを用いる。Shizuoka ネットワークのノード数は 110,925、リンク数は 324,644 である。Kanagawa ネットワークのノード数は 259,151、リンク数は 805,152 である。

### 4.1 可視化による定性評価

この節では、クラスタリングの結果を可視化結果から定

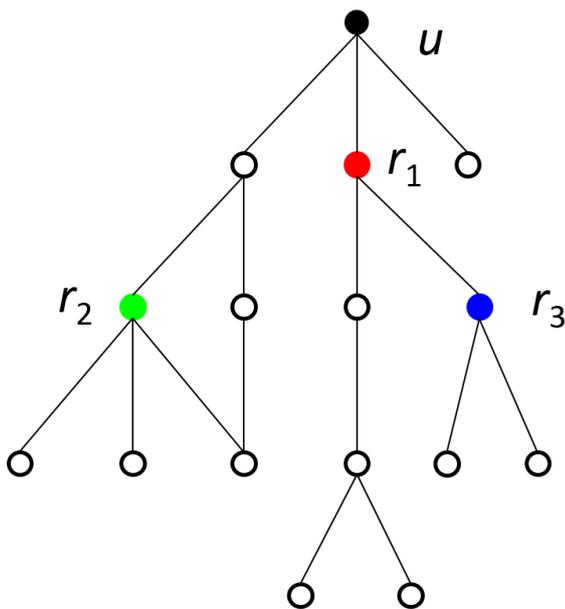
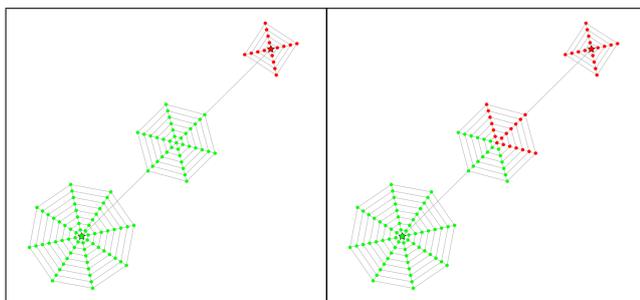


図 1 ノード  $u$  を起点とした DAG 構造



(a) 媒介度分割 (b) 距離分割  
 図 2 人工ネットワークに対する処理結果

性的に評価する。各可視化結果において、同色のノードは同一のクラスタに割り振られたことを意味する。図中星印のノードは、集合中心性による代表ノードである。まず、媒介度分割と距離分割の処理結果の違いを視覚的にとらえるために、図 2 に人工ネットワークの結果を示す。この人工ネットワークは、規模の異なる 3 つの都市がつながった道路ネットワークを模したものである。右上の小都市は中間の都市の一番右上にあるノードを介して中間の都市に行くことができる。同様に、左下の大都市は中間の都市の一番左下にあるノードを介して中間の都市に到達できる。ここでは、右上と左下の都市の中心を代表ノードとした。図 2(a) は媒介度分割の結果である。中間の都市のノードは全て緑クラスタに分割された。これは、中間都市のノードは、緑の代表ノードを介してより多くのノード（左下の大都市のノード群）へ到達できるからである。

図 2(b) は距離分割の結果である。中間の都市における右上半分ノード群は、赤の代表ノードの方が緑の代表ノードより距離的に近くに位置するため、赤クラスタに分割された。同様に、左下半分のノード群は、緑の代表ノードの方が近くに存在するため、緑クラスタに分割された。

このように媒介度分割では、より多くのノードへ辿り着くために経由する代表ノードのクラスタに分割されるため、代表ノードが不通になった場合に影響を受けるノード群が抽出されていると言える。

図 3 に、Shizuoka ネットワークに対する処理結果を示す。集合媒介中心性による代表ノードは、貪欲解法により選ばれた順に、

- (1) 赤：新東名の藤枝岡部 IC 入口
- (2) 緑：東名の焼津 IC 入口
- (3) 青：新東名の新静岡 IC 入口
- (4) 黄：東名の富士川スマート IC 入口
- (5) 桃：東名の袋井 IC 入口

である。図 3(b) は、上記の代表ノードへのグラフ距離に基づきノード群を分割しているため、代表ノードが各クラスタのおおよその重心に位置している。図 3(a) の媒介度分割の結果は、代表ノードを重心としたクラスタを形成する距離分割の結果といくらか異なる。赤クラスタに属する各ノードは、他のノードに最短経路で向かう際に、5 つの代表のうち赤の代表ノードを経由する確率が最も高いノードである。赤の代表ノードは Shizuoka ネットワークのほとんど中心に位置しており、かつ、高速道路の IC 入口付近のノードであるため、多くのノードが最短経路において赤の代表ノードを経由する確率が高い。県西部と中部においては、新東名を利用する地域（赤）と東名を利用する地域（緑）の 2 つのクラスタにおおよそ分割されている。県東部においては、新東名や東名を利用する地域（青）と国道 1 号バイパスを利用する地域（黄）におおよそ分割されている。

集合近接中心性による代表ノードは、貪欲解法により選ばれた順に、

- (1) 赤：新東名の静岡 IC 入口
- (2) 緑：東名の浜松 IC 入口
- (3) 青：伊豆スカイラインの冷川 IC 入口
- (4) 黄：浜松市国道 1 号線付近の交差点
- (5) 桃：静岡市国道 150 号線付近の交差点

である。図 3(d) は、集合近接中心性による代表ノードへの距離に基づくクラスタリング結果、すなわち、グラフ上での  $K$ -medoids クラスタリングの結果である。図 3(b) と同様に、代表ノードを重心としたクラスタが形成されており、かつ、全体としてバランスよく分割されている。一方、図 3(c) は、上記の集合近接中心性による代表ノードに基づき媒介度分割した結果であるが、代表ノード抽出と分割の方針が異なるため、クラスタに属するノード数のバランスが良くなく、また、解釈も困難である。

図 4 は、Kanagawa ネットワークに対する処理結果である。集合媒介中心性による代表ノードとして、

- (1) 赤：第三京浜、横浜新道、首都高速（神奈川 3 号三ツ沢線）、国道 1 号線が交わる JCT 付近の交差点

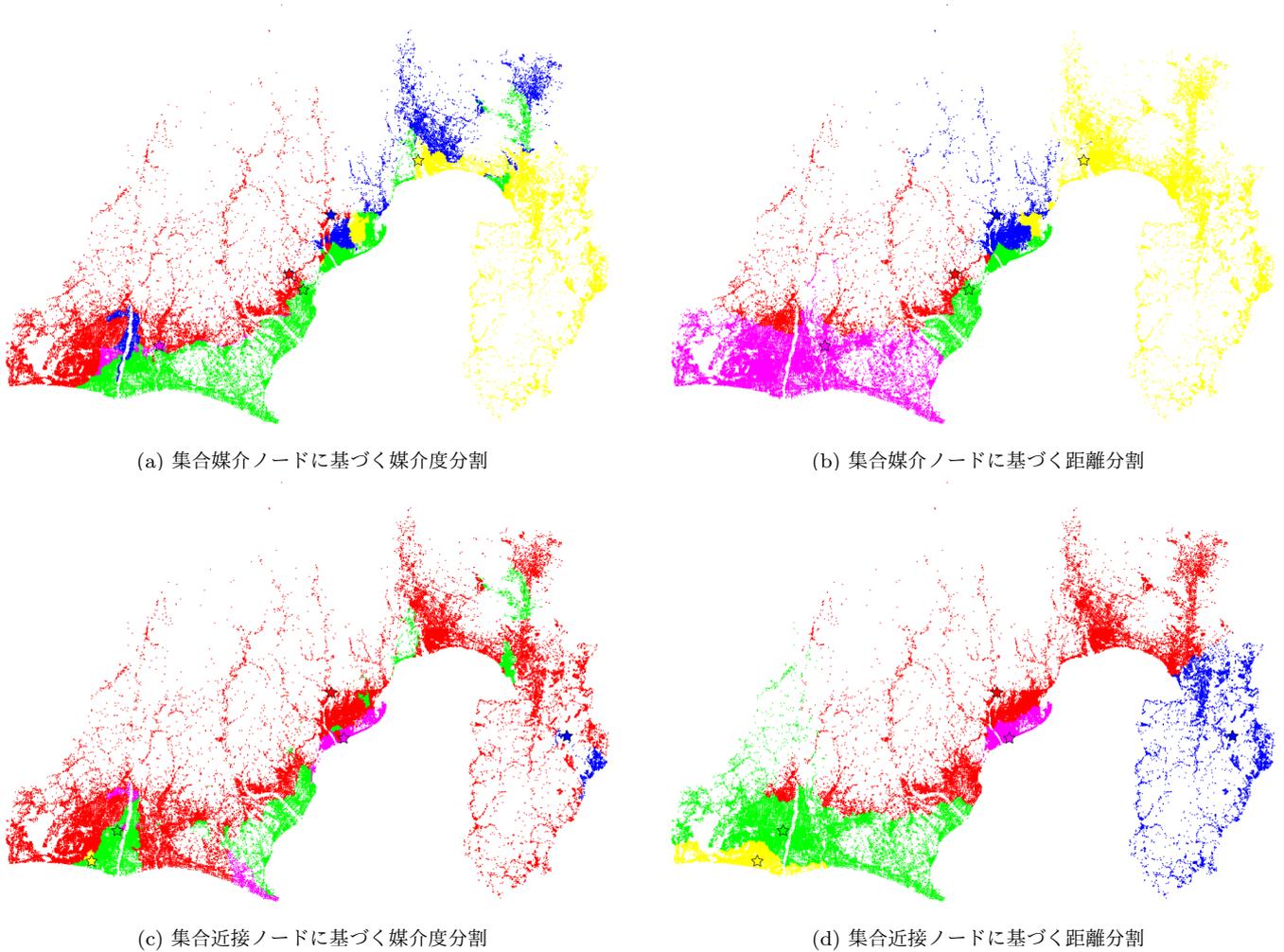


図 3 Shizuoka に対するコミュニティ抽出結果 ( $K = 5$ )

- (2) 緑：新湘南バイパスと横浜新道をつなぐ国道 1 号線上の交差点
- (3) 青：東名の横浜町田 IC 入口付近，および，東京環状，保土ヶ谷バイパスの接続点付近の交差点
- (4) 黄：狩場（横浜横須賀道路が首都高速と分岐）IC 入口付近の交差点
- (5) 桃：圏央道の海老名 IC 入口

が抽出されている．紙面の都合上，詳細は割愛するが，図 4(a) は，首都高を利用する地域（赤），国道 1 号や国道 246 号などの一般道を利用する地域（緑），東名を利用する地域（青），横浜横須賀道路を利用する地域（黄），圏央道を利用する地域（桃）におおむね分割されている．

#### 4.2 媒介度分割と距離分割の違い

この節では，同一の代表ノードに基づき媒介度分割と距離分割をした際のクラスタリング結果の差異について正規化相互情報量 (Normalized Mutual Information) を用いて定量的に評価する．媒介度分割により得られた  $K$  個のクラスタそれぞれに属するノード数の分布を  $Q_{bw} = [q_{bw}(1), \dots, q_{bw}(K)]$ ,  $q_{bw}(k) =$

$|C_{bw}(k)|/N$ ,  $\sum_{k=1}^K q_{bw}(k) = 1$  とする．同様に距離分割によるノード数分布を  $Q_{ds}$  とする．さらに，両分割手法によるクラスタリング結果におけるノード数分布を  $q(k, h) = |C_{bw}(k) \cap C_{ds}(h)|/N$  とする．この時，これらの分布のエントロピーを  $H_{bw} = -\sum_{k=1}^K q_{bw}(k) \log q_{bw}(k)$ ,  $H_{ds} = -\sum_{k=1}^K q_{ds}(k) \log q_{ds}(k)$ ,  $H = -\sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^K q(k, h) \log q(k, h)$  とする．そして，NMI を以下のように計算する：

$$NMI(bw, ds) = \frac{H_{bw} + H_{ds} - H}{\sqrt{H_{bw} * H_{ds}}}$$

この値が 1 に近いほど，クラスタリング結果が似ていることを意味する．図 5 は，横軸がクラスタ数  $K$ ，縦軸が媒介度分割 (bw) と距離分割 (ds) の NMI を表す．図中の赤線は集合媒介中心性による代表ノード，青線は集合近接中心性による代表ノードを与えた際の両分割結果の NMI を示す．図 5 を見ると，どちらのネットワークでも，集合媒介中心性による代表ノードに基づくクラスタリング結果の方が，両分割手法による結果が類似していることがわかる．さらに，クラスタ数を大きくするにつれ，結果が類似してくる傾向にあるが，いずれの結果も NMI は 0.5 前後であ

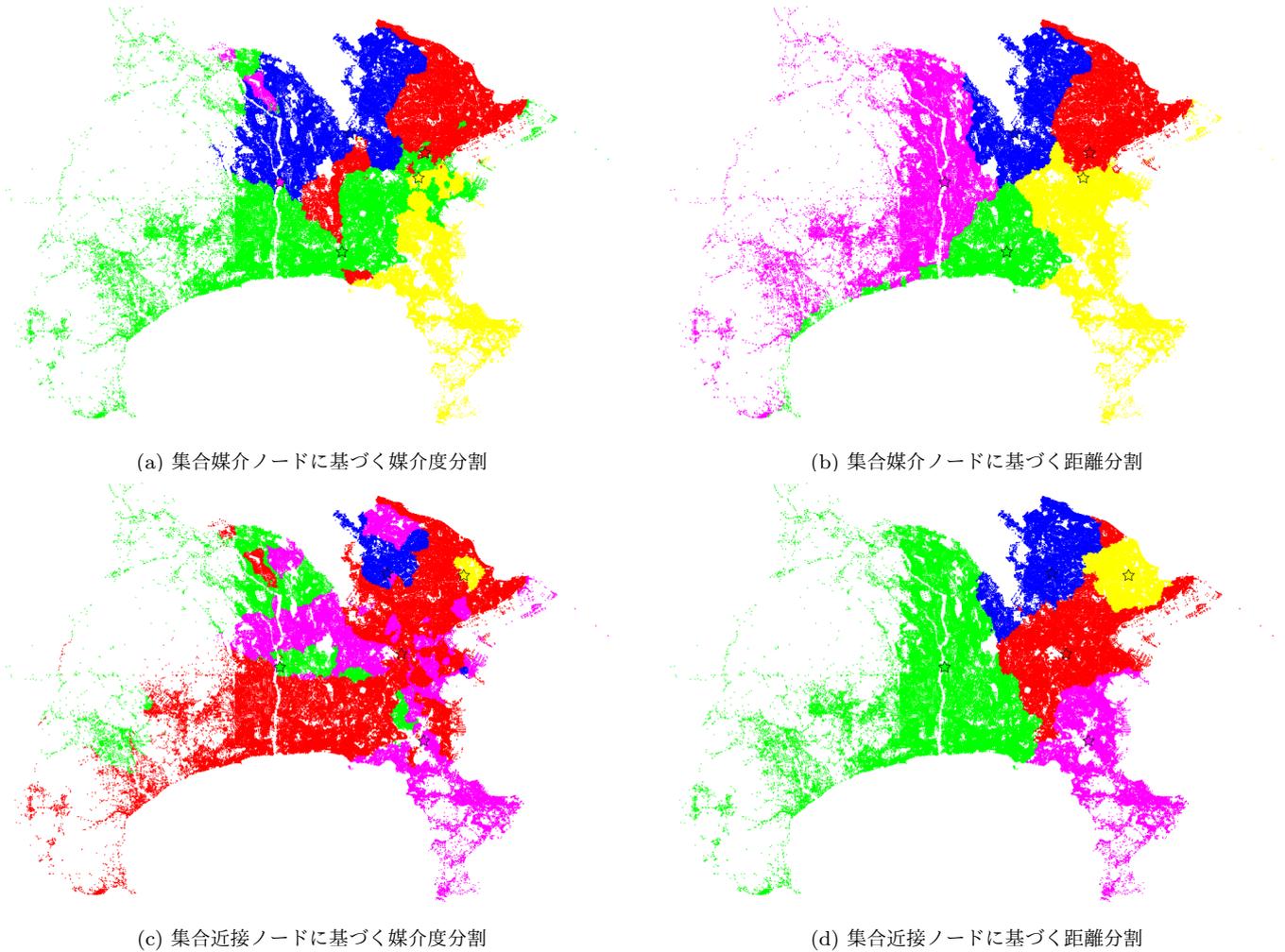


図 4 Kanagawa に対するコミュニティ抽出結果 ( $K = 10$ )

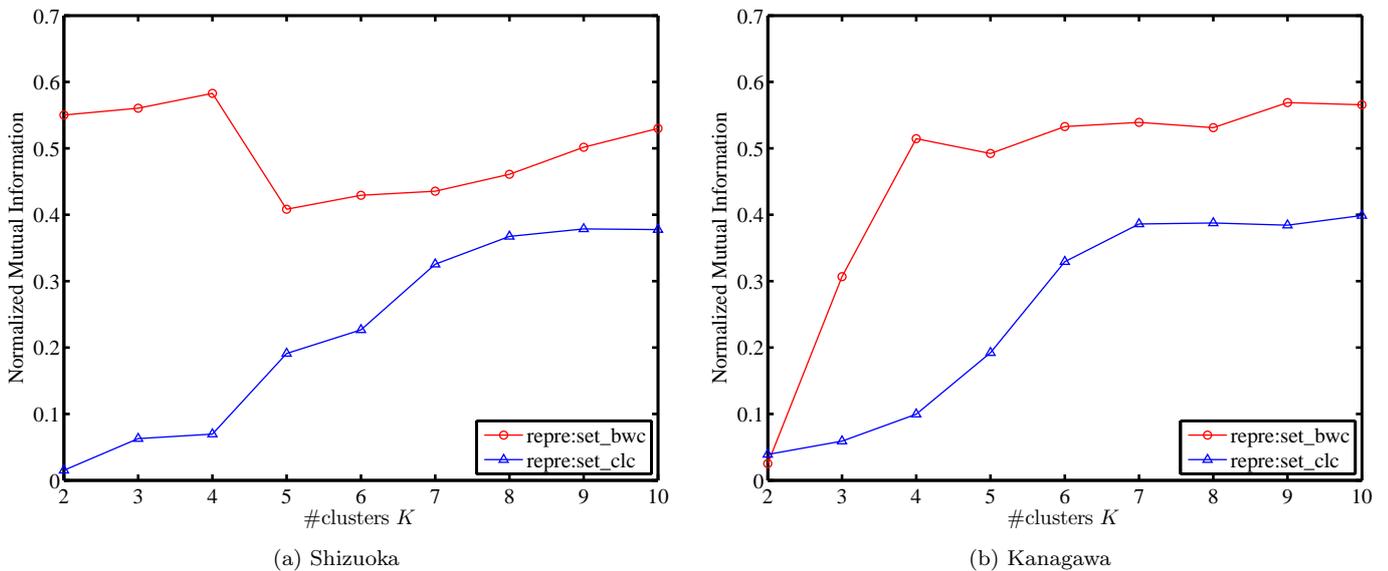


図 5 クラスティング結果の NMI

り、やや類似する程度である。これらの結果からも、代表ノードへの距離に関して分割するのと代表ノードを経由して辿り着けるノード数に関して分割するのは、同じではなく、それぞれ異なる意味を持つことがわかった。

#### 4.3 媒介寄与率のエントロピー

提案手法における媒介度分割は、各ノードが他のノードへ最短経路で向かう際に経由する代表ノードを数え上げ、その割合（媒介寄与率）が最も高い代表ノードのクラスタに分割

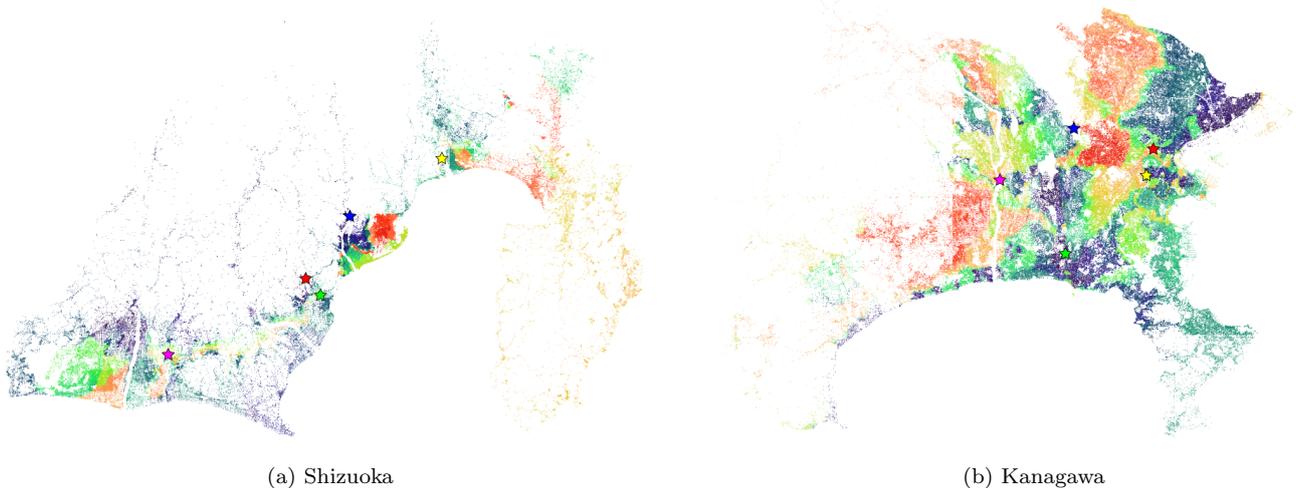


図 6 媒介寄与率のエントロピーヒートマップ

するものである。この節では、各ノードに対して、ある代表ノードの媒介寄与率だけ突出して大きいのか、あるいは、複数の代表ノードの媒介寄与率が拮抗しているのかについて、エントロピーにより評価する。ノード  $u$  に関する  $K$  個の代表ノードへの媒介寄与率分布を  $P_u = [p_u(1), \dots, p_u(K)]$  とし、そのエントロピー  $H_u = -\sum_{k=1}^K p_u(k) \log p_u(k)$  と計算する。

図 6 に、両ネットワークにおける各ノードのエントロピーヒートマップを示す。赤いノードほどエントロピーが高く、複数の代表ノードに対する媒介寄与率が拮抗していることを意味する。Shizuoka ネットワークでは、2 本の高速道路である東名と新東名の狭間に横長に位置する領域が赤くグラデーションされ、高いエントロピーを示している。この地域は、複数の代表ノードに対する媒介寄与率が拮抗しており、1 つの代表ノードが不通になったとしても、他の代表ノードを経由して最短経路で多くの他ノードへ辿り着けることを意味している。伊豆半島のエントロピーが高めの値を示しているが、5 つ代表ノードに対する媒介寄与率がいずれも低く拮抗している。逆に濃紺の地域は、ある特定の代表ノードの媒介寄与率が高いため、その依存する代表ノードが不通になった場合に影響を受ける可能性がある。Kanagawa ネットワークでは、全体として赤い地域が多く、ある特定の代表ノードが不通になっても大きな影響を受ける地域は少ないと言える。

## 5. 関連研究

この節では、提案手法と既存手法の関連や相違点について整理する。

社会的ネットワーク分析のために、幾つかの中心性指標が提案されている [8]。他ノードへの距離に着目し、平均ノード間距離が小さいノードは重要であるとする近接中心性や、非連結なネットワークに対応するために、他ノードへの距離の逆数を用いた調和中心性も提案されている [9]。

任意のノードペア間を仲介する度合いに着目した媒介中心性や、それから派生した中心性も多く提案されている [10]。

これらの中心性指標を道路ネットワークに適用することで有用な知見が得られている。Montis らは、自治体をノード、自治体間の通勤者トラフィックを重み付きリンクとした多重無向ネットワークを分析している [11]。次数とクラスタ係数の関係から自治体に階層性が存在すること、中心性指標と人口・富などに正の相関があることを示している。Park らは、道路ネットワークに対して中心性指標を適用し、そのエントロピーを計算することにより、住宅街と繁華街などのトポロジ構造の違いを評価している [12]。Crucitti らは、交差点間の距離重みを考慮した道路ネットワークを対象に 4 つの中心性指標の分布を分析している。中心性値分布のフィッティングパラメータやジニ係数により、類似道路構造をもつ地域を分類している [13]。このように、道路ネットワークの分析に関する研究では中心性が重要な役割を果たしているが、これらは、ネットワーク全体に対する各ノードの大域的な性質を定量化したものである。本研究ではノード同士の依存関係を考慮した中心性である集合中心性に着目し、抽出した代表ノードに基づいて全ノードをクラスタリングすることで、代表ノード交差点が影響を及ぼす領域に分割する。

代表ノードとの距離による分割、すなわち、 $K$ -medoids クラスタリングや提案手法である媒介度分割では、各ノードと  $K$  個の代表ノードとの関係性により全ノードをクラスタリングする。最も関係が強い代表ノードのクラスタに割り当てられるが、割り当てられなかった代表ノードとの関係が皆無というわけではない。したがって、関係の強さの比率を用いることで重複コミュニティを抽出することもできる。ネットワークから重複コミュニティ (Overlapping Community) を抽出する手法として、Palla らの CP (Clique Percolation) 法 [14]、Kumpula らの SCP (Sequential Clique Percolation) 法 [15]、風間らの SR (Spectral

Relaxation) 法 [16] がある。これらはいずれも、クリークなどの密な部分を繰り返し抽出する際に、各ノードが複数のコミュニティとして抽出されることを許容している。Xie らの SLPA (Speaker-listener Label Propagation Algorithm) 法 [17] では、半教師あり学習の手法である Label Propagation を拡張して、各ノードのラベルをベクトルとして学習することで、ベクトルの次元の値の比率によって重複コミュニティを抽出する。比率に着目する点で提案手法と類似しているが、媒介度分割や距離分割は代表ノードとの関係の強さの比率を用いているのに対し、SLPA では隣接ノード間で類似のラベルベクトルを有するように学習する点で大きく異なる。

## 6. おわりに

本研究では、集合中心性により抽出した代表ノード集合の他ノードへの媒介寄与度に基づき、ノードを分割、すなわち、クラスタリングする手法を提案した。実道路ネットワークを用いた評価実験により、従来のノード間距離に基づく  $K$ -medoids クラスタリングとは一線を画す手法であること、得られたクラスタは、各代表ノードが不通になった際に影響を受ける領域を意味していることを示した。今後は、全ノードへの到達ではなく、ある程度の範囲内のノードへの到達を考えた媒介度分割によるクラスタリングを検討する予定である。今回はノード間のグラフ距離を用いたが、ノード間の実距離を考慮した手法に拡張するつもりである。

謝辞 本研究は、JSPS 科研費 (No.17H01826) の助成を受けたものである。

## 参考文献

- [1] Seidman, S. B.: Network structure and minimum degree, *Social Networks*, Vol. 5, No. 3, pp. 269 – 287 (1983).
- [2] Saito, K., Yamada, T. and Kazama, K.: The k-Dense Method to Extract Communities from Complex Networks, *Mining Complex Data* (Zighed, Djamel, T. S. R. Z. and Hacid, H., eds.), Studies in Computational Intelligence, Vol. 165, Springer Berlin / Heidelberg, pp. 243–257 (2009).
- [3] Hagen, L. and Kahng, A. B.: New Spectral Methods for Ratio Cut Partitioning and Clustering, *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 11, No. 9, pp. 1074–1085 (online), DOI: 10.1109/43.159993 (1992).
- [4] Shi, J. and Malik, J.: Normalized Cuts and Image Segmentation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 22, No. 8, pp. 888–905 (2000).
- [5] 齊藤和巳, 武藤伸明, 池田哲夫, 入月卓也, 永田 大, 伊藤かの子: 遅延評価導入による局所改善クラスタリング法の高速化, 情報処理学会論文誌数理モデル化と応用, Vol. 3, No. 1, pp. 62–72 (2010).
- [6] 武藤伸明, 齊藤和巳, 池田哲夫, 永田 大, 伏見卓恭: 遅延評価導入による局所改善クラスタリング法の高速化, 情報処理学会論文誌数理モデル化と応用, Vol. 4, No. 1, pp. 1–10 (2011).
- [7] 伏見卓恭, 齊藤和巳, 池田哲夫, 武藤伸明: ノード群の協調的振舞いに着目した集合媒介中心性の提案と応用, 電子情報通信学会和文論文誌 D, Vol. J96-D, No. 5, pp. 1158–1165 (2013-05).
- [8] Freeman, L.: Centrality in social networks: Conceptual clarification, *Social Networks*, Vol. 1, No. 3, pp. 215–239 (online), DOI: 10.1016/0378-8733(78)90021-7 (1979).
- [9] Dekker, A.: Conceptual Distance in Social Network Analysis, *Journal of Social Structure*, Vol. 6 (2005).
- [10] Brandes, U.: On variants of shortest-path betweenness centrality and their generic computation, *Social Networks*, Vol. 30, No. 2, pp. 136 – 145 (2008).
- [11] Montis, D. A., Barthelemy, M., Chessa, A. and Vespignani, A.: The Structure of Interurban Traffic: A Weighted Network Analysis, *Environment and Planning B: Planning and Design*, Vol. 34, No. 5, pp. 905–924 (2007).
- [12] Park, K. and Yilmaz, A.: A Social Network Analysis Approach to Analyze Road Networks, *Proceedings of the ASPRS Annual Conference 2010* (2010).
- [13] Crucitti, P., Latora, V. and Porta, S.: Centrality Measures in Spatial Networks of Urban Streets, *Physical Review E*, Vol. 73, No. 3, pp. 036125+ (2006).
- [14] Palla, G., Derényi, I., Farkas, I. and Vicsek, T.: Uncovering the Overlapping Community Structure of Complex Networks in Nature and Society, *Nature*, Vol. 435, pp. 814–818 (2005).
- [15] Kumpula, J. M., Kivela, M., Kaski, K. and Saramaki, J.: A sequential algorithm for fast clique percolation, *Physical Review E*, Vol. 78, No. 2, pp. 026109+ (2008).
- [16] 風間一洋, 佐藤進也, 齊藤和巳, 山田武士: 人間関係の重なりを持つコミュニティ構造の抽出 (特集ネットワークが創発する知能), コンピュータソフトウェア, Vol. 24, No. 1, pp. 81–90 (2007-01-26).
- [17] Xie, J., Szymanski, B. K. and Liu, X.: SLPA: Uncovering Overlapping Communities in Social Networks via A Speaker-listener Interaction Dynamic Process, *CoRR*, Vol. abs/1109.5720 (2011).