

多人数探索型ゲームにおける，他者の戦略による勝率の変動

増野 貴大^{†1,a)} 築地 立家^{†1}

概要：多人数ゲームにおいては，他プレイヤーの戦略が自身の勝率に影響を与えることが多くある．本論文では，ゲームモデルとして最も単純な記号当てゲームを想定し，最も攻撃的な戦略（攻撃型）と最も防御的な戦略（防御型）の2種類を定義して，プレイヤー人数の変動によるそれぞれの戦略の勝率を調査した．その結果，防御型のプレイヤー人数が十分に多い場合，攻撃型が防御型よりも確率的に有利となるための，攻撃型の人数の最小値 f について，次の結果を得た．記号数 n が2冪を超えて大きくなる時は， $f(n)$ は単純な線形関数で近似される．一方， n が2冪に下から近づく時には， $f(n)$ はランベルトの W 関数の-1分岐に従って指数関数的に0まで減少していく．

キーワード：多人数ゲーム，不完全情報ゲーム，ゲームの戦略，確率モデル，ゲーム理論

The change of winning percentage by players' strategy in a multi-player searching game

TAKAHIRO MASUNO^{†1,a)} TATSUIE TSUKIJI^{†1}

Abstract: In multi-player games, a certain player's winning percentage is often influenced from the other players' strategies. In this paper, we defined two strategies: the most offensive strategy (offence type) and the most defensive strategy (defense type). For these two basic strategies, we have analyzed the winning percentage of each strategy that depends on the varying numbers of the players. When there are an enough number of the defensive players, we found the following phenomena on the minimum number f of the offensive players for beating the defensive ones in probability. When the search space size n is increasing near above the powers of 2, the function $f(n)$ can be approximated by a simple linear form, but when n approaches from below to the powers of 2, it is approximated by the -1 branch of Lambert W function and diminishes exponentially to 0.

Keywords: multi-player game, imperfect information game, game strategy, probability model, game theory

1. はじめに

多人数ゲームにおいて，各々のプレイヤーがどのような戦略を選択するかは非常に重要である．しかし，それぞれのプレイヤーのゲーム結果が，その戦略の内容によってのみ決まる場合はほとんどない．大抵の場合，あるプレイヤーのとった戦略が他プレイヤーのゲーム結果に大きな影響を与えることとなる．それゆえ，ゲームの状況が様々に変化して

いく中で，それぞれの戦略が強いのかどうかゲームプレイヤーにとっての関心事である．よって，これを解析及び考察することは，ゲームを論じるうえで非常に重要な要素である．また，ゲーム AI が多様な戦略をとるように進化していくためにも，これらの内容が必要となりうる．

多人数ゲームモデルとして，本論文では記号当てゲームを用いた．このゲームは，当たりが1つ存在し，プレイヤーははいまたはいいえで回答可能な質問を繰り返して，ただ一つの当たりを言い当てる（的中させる）までの回数を競うというものである．想定した戦略は，毎回の質問で的中を狙う，最も野心的（攻撃的）なものと，最悪の場合の質

^{†1} 現在，東京電機大学理工学部
Presently with Tokyo Denki University School of Science and Engineering

^{a)} masutaka.1117.msntkhr@gmail.com

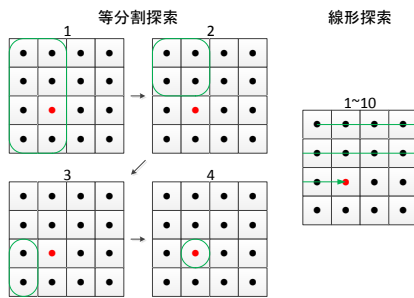


図 1 宝探しゲームの探索例(等分割:4手, 線形:10手)

Fig. 1 An example of search on treasure hunt game
(binary search: 4 turns, sequential search: 10 turns)

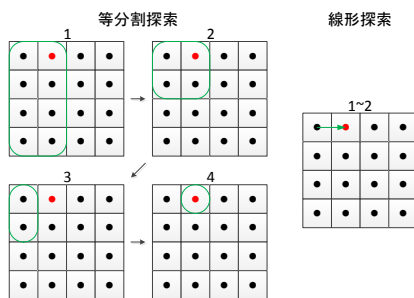


図 2 宝探しゲームの探索例(等分割:4手, 線形:2手)

Fig. 2 An example of search on treasure hunt game
(binary search: 4 turns, sequential search: 2 turns)

問回数をなるべく少なくする, 最も慎重(防衛的)なもの, 両極端な2つである。

このモデルのような, 1回の行動ごとに新たな情報を入力し, 探索を行っていくゲームは世の中に多数存在する。1対1のゲームでは, 色のついたピンの順列を質問によって当てる, マスターマインドというゲームが代表的である。多人数ゲームでは, 探知機を用いて宝が埋まっている場所を特定する宝探しゲームが挙げられる。探知機が, 感知したかそうでないかの2つの状態しかもたないとき, 一見探索対象範囲を半分ずつ探索する等分割探索の方が一か所ずつ線形探索するよりも平均探索回数が少なく, 良さそうに思える(図1)。しかし実際は, 前者は感知してもその場所を特定するために再び探索しなければならないのに対して, 後者は探知さえすればその場所が特定されたこととなるため, 場合によっては後者がより早く特定する可能性も存在する(図2)。

この例に挙げたような状況において, 他プレイヤーの情報が見えない(不完全情報ゲームである)場合に, どちらの戦略が有利となるのが本論文における主題である。本論文では, 前述した非常に単純なゲームモデルと戦略を用いて, 戦略の種類やプレイヤーの人数などが, それぞれの勝率にどのように影響していくのかを調査する。

2. 関連研究

他プレイヤーの戦略による影響に関する論文として, 大貧民を対象に, 他プレイヤーによる影響を扱った論文が存在する[1]。この論文は, アルゴリズムの異なる同程度の強さのプレイヤーを複数種と, それより強いもの, 弱いものをそれぞれ定義し, 組合せごとに対戦させその結果を比較している。また, 2人での神経衰弱ゲームにおける戦略を扱ったものとして, [2], [3]がある。前者では, 記憶のない場合の戦略1つと, 記憶のある場合の戦略2つを定義しており, 後者では実際にプレイヤーがそれらの戦略をそれぞれ選択したとき, どのようにゲームが推移していくのかについて論じている。またこれに続くものとして, [4]では, この神経衰弱ゲームにおける最適戦略を求め, またその有効性を示している。この論文のように, ゲームの戦略に関する論文としては, 最適戦略を扱ったものが多く存在する。例えば[5]では, 数当てゲームの一種である $3 \times N$ AB game における最適な戦略が示されている。その際, 質問する回数の期待値が最小となる戦略を最適なものとし, そのような戦略とその期待値を導いている。また, [6]は, じゃんけんの勝った手によって利得が異なるグリコ・チョコレート・パイナップル・ゲームの最適混合戦略を求めている。

しかし, いずれの論文も, 用いたゲームモデルが2人プレイヤーであったり, 複雑であったりしている。本論文のように, 単純かつ多人数でのゲームモデルにおいて, 戦略による影響を扱ったものはほとんどない。

3. 問題の設定

本章では, 本論文で用いる記号当てゲームのルールやその戦略の定義を行う。以降, 文字 n は対象となる記号の総数, 文字 i はプレイヤーの総人数を表すものとする ($n, i \geq 2$)。

3.1 ゲームのルール

今回モデルとして扱う記号当てゲームは, 以下のように進行する。

- (1) n 個の記号の中から, 当たりが1つ無作為に選ばれる。
- (2) 各プレイヤーはそれぞれ, どの記号が当たりなのかを推測し, 選択したそれらに当たりが含まれているかどうかを質問する(このとき, 複数個の記号について質問してもよい)。
- (3) 各プレイヤーは自身の質問に対してその回答を得る。このとき, 各プレイヤーは自身以外(他プレイヤー全員)の質問による回答は得られないものとする。
- (4) 質問した記号が1つのみで, かつその記号が当たりであった(的中した)プレイヤーがいた場合, そのプレイヤーたちの勝利となりゲームが終了する。いなかった場合, (2)に戻る。

3.2 戦略の定義

今回このゲームに対して想定した戦略は、最も攻撃的な戦略（以下、攻撃型）と、最も防御的な戦略（以下、防御型）の2つである。本節では、それら2つの戦略の説明を行う。以降、文字 A は攻撃型を、文字 B は防御型を表すこととする。

3.2.1 A の戦略

A の戦略では、とにかく最短での的中を考える。つまり、的中までにかかる回数のうち最小のもの（以下、最小回数）がなるべく小さくなるような戦略、ということになる。このゲームにおいては、記号2つ以上について質問してしまうと、その回での的中はできないため、必然的に1つずつ片っ端から質問していくことになる。この戦略は、初回から毎回の中の可能性があるという強みもあるが、同時に最後の方まで当たりが残ってしまう可能性もあり、最悪の場合の質問回数（以下、最大回数）はどうしても大きくなってしまふのが欠点である。

3.2.2 B の戦略

B の戦略では、最大回数を最小にするような方法を考える。ここでは、 n 個の記号から当たりを探す際に、二分探索することにする。つまり、一度に記号数の半分 $n/2$ 個について質問をすれば、当たっていても外れていても、約半分の記号を探索から除外することができる。これを繰り返して、最終的に当たりの記号を特定する。この戦略は、最大回数は確かに小さいが、序盤に複数の記号について質問する必要があるため序盤に的中することが不可能である。そのため、序盤で他プレイヤーに的中されてしまうと勝ち目がない、といった欠点がある。

4. 問題の定式化

本章では、的中までにかかる回数に大きくかわる数値である、最小回数などの式をそれぞれの戦略ごとに示し、さらにそれらを用いて、2つの戦略による勝率の計算式を導出する。以降、文字 a はそのゲームにおける A の人数、文字 b はそのゲームにおける B の人数を表すものとする ($a, b \geq 1$)。

4.1 最小回数

A は、常に次の回での的中する可能性があり、当然初回での的中もあり得る。よって、 A の最小回数は $S_A(n) = 1$ である。

B は、 n が2または3のときは A と等しく1である。 n が4以上のときは、記号数を半分ずつ減らしていく過程で4未満になったとき、その次の回以降に的中する可能性が出てくる。これは、 n を2で割り続け、4未満になったときの割った回数と表現できる。よって、 B の最小回数 $S_B(n)$ は(1)の不等式を満たす最小の自然数 k と等しい。

$$\frac{n}{2^{k-1}} < 4 \Leftrightarrow n < 2^{k+1} \Leftrightarrow \log_2 n < k + 1 \quad (1)$$

(1)の式より、 $S_B(n)$ は(2)の式となる。

$$S_B(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor \quad (2)$$

4.2 k 回での的中率

本節では、 A と B それぞれの、ある回数 k 回目での中する確率を示す ($1 \leq k \leq n$)。

4.2.1 A の k 回での的中率

A にとって、それぞれの回数での中する確率は全て $1/n$ である。よって、 A の k 回での的中率 $P_A(n, k)$ は(3)の式で表せる。

$$P_A(n, k) = \frac{1}{n} \quad (3)$$

4.2.2 B の k 回での的中率

B の k 回での的中率 $P_B(n, k)$ だが、全体の場合の数は n なので、それぞれの回数ごとの場合の数を求めれば確率が求まる。 n が2または3のときは、 A と同様に全ての回数において1通りである。 n が4以上のときには、一度探索したうえで、記号数が約半分になるため、その両者それぞれの $k-1$ 回での中する場合の数の和をとればよい。また、この再帰の過程で k が定義域外になった場合には0通りとする。これらを式で表すと、 B が k 回での中する場合の数 $C_B(n, k)$ は再帰的に(4)の式となる。

$$C_B(n, k) = \begin{cases} 0 & (n < k \text{ or } k < 1) \\ 1 & (n = 2, 3 \text{ and } 1 \leq k \leq n) \\ C_B(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor, k-1) + C_B(\lceil \frac{n}{2} \rceil, k-1) & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (4)$$

(4)の式より、 $P_B(n, k)$ は(5)の式で表せる。

$$P_B(n, k) = \frac{C_B(n, k)}{n} \quad (5)$$

4.3 プレイヤ全員が的中までに k 回以上かかる確率

ゲームプレイヤーは A が a 人と B が b 人であり、かつ全員が同条件を満たすため、式は各戦略ごとの累乗の積となる。 k 回以上かかる確率は、 k 以上 n 以下の回数それぞれの確率の和である。よって、プレイヤー全員が的中までに k 回以上かかる確率 $R(n, k, a, b)$ は(6)の式で求められる。

$$R(n, k, a, b) = \left(\sum_{l=k}^n P_A(n, l) \right)^a \left(\sum_{l=k}^n P_B(n, l) \right)^b \quad (6)$$

4.4 勝率式

本節では、まず勝率を算出するための基本的な考え方を説明し、その後それぞれの戦略における勝率式を実際に提示する。

4.4.1 基本となる考え方

このゲームはより早く的中させたプレイヤーの勝利であり、自分が的中させるよりも先に他プレイヤーが的中させた場合自分の負けとなる。言い換えると、自分が的中までに k 回かかった場合、他プレイヤー全員が的中までに k 回以上かかっていれば、自分の勝利となる。よって、勝率 $W(n, a, b)$ は、(7) という形になる。

$$W(n, a, b) = \sum_{k=1}^n (P(n, k) R(n, k, a, b)) \quad (7)$$

(7) の式は基本形であり、 A と B それぞれの戦略ごとにそれぞれの式をあてはめていくことになる。

4.4.2 A の勝率式

自分が A の場合に他プレイヤー全員が的中までに k 回以上かかる確率 $R_A(n, k, a, b)$ は、(6) の a を $a-1$ とし、自分を計算から除外すればよい。よって、(8) の式となる。

$$R_A(n, k, a, b) = R(n, k, a-1, b) \quad (8)$$

(3), (7), (8) の式を用いて表すと、 A の勝率 $W_A(n, a, b)$ は (9) の式となる。

$$\begin{aligned} W_A(n, a, b) &= \sum_{k=1}^n (P_A(n, k) R_A(n, k, a, b)) \\ &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{n} \left(\frac{n-k+1}{n} \right)^{a-1} \left(\sum_{l=k}^n \frac{C_B(n, l)}{n} \right)^b \right) \quad (9) \end{aligned}$$

4.4.3 B の勝率式

自分が B の場合に他プレイヤー全員が的中までに k 回以上かかる確率 $R_B(n, k, a, b)$ は、 A と同様に (6) の b を $b-1$ とすればよい。よって、(10) の式となる。

$$R_B(n, k, a, b) = R(n, k, a, b-1) \quad (10)$$

(5), (7), (10) の式を用いて表すと、 B の勝率 $W_B(n, a, b)$ は (11) の式となる。

$$\begin{aligned} W_B(n, a, b) &= \sum_{k=1}^n (P_B(n, k) R_B(n, k, a, b)) \\ &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{C_B(n, k)}{n} \left(\frac{n-k+1}{n} \right)^a \left(\sum_{l=k}^n \frac{C_B(n, l)}{n} \right)^{b-1} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

4.5 勝率拮抗点の探索

ゲームに対する普遍的な話題として、「 n, a, b の値によって、 A と B のどちらが有利であるのか」というものがある。本節では、主に A が有利となるためにどれだけの a が必要であるのか（以下、 A 有利最低人数）について論じる。

a が無限大に近づくとき、 A の勝率が $1/n$ に、 B の勝率が 0 に近づいて A が有利となることは自明である。 b が無限大に近づくとき、(2) の式より、 B の最小回数である $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 回目でゲームが終了する。そのため、それより多い回数かかったプレイヤーは必ず負けとなる。よって、勝率は $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 回以下の質問回数のみを考えればよく、シグマ記号の上限値も n から $\lfloor \log_2 n \rfloor$ に置き換わる。このとき、 B は必ず $\lfloor \log_2 n \rfloor$ 回以上かかることから、(12) の式が成り立つ。

$$\sum_{l=k}^n \frac{C_B(n, l)}{n} = 1 \quad (1 \leq k \leq \lfloor \log_2 n \rfloor) \quad (12)$$

よって、 A の場合、 b が無限大に近づく場合の A の勝率 $W'_A(n, a)$ は (13) の式となる。

$$\begin{aligned} W'_A(n, a) &= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} \left(\frac{1}{n} \left(\frac{n-k+1}{n} \right)^{a-1} (1)^b \right) \right) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} \left(\frac{n-k+1}{n} \right)^{a-1} \quad (13) \end{aligned}$$

B の場合は、自分の質問回数が最小回数である $\lfloor \log_2 n \rfloor$ でなくてはならず、その回数であれば B に対して負けることはない。よって A に対する負けを考えるが、自分の回数が固定されていることから、 B の勝率式を用いて導ける。よって、 b が無限大に近づく場合の B の勝率 $W'_B(n, a)$ は (14) の式となる。

$$\begin{aligned} W'_B(n, a) &= \lim_{b \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=\lfloor \log_2 n \rfloor}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} \left(\frac{C_B(n, k)}{n} \left(\frac{n-k+1}{n} \right)^a (1)^{b-1} \right) \right) \\ &= \frac{C_B(n, \lfloor \log_2 n \rfloor)}{n} \left(\frac{n - \lfloor \log_2 n \rfloor + 1}{n} \right)^a \quad (14) \end{aligned}$$

この場合の A 有利最低人数をグラフに表した (図 3)。2 の冪数から中間数まではほぼ直線で、中間数から次の 2 の冪数までにかけて曲線を描いて下がっていく興味深い結果となった。このグラフの特徴は、2 の冪数から次の 2 の冪数未満までの区間において周期的な変化をしていることにある。

5. 積分近似計算とその結果考察

前章でのグラフはプログラムで不等式を解析した結果であり、このグラフを示す数式が算出できたわけではない。本章では、 b が無限大に近づく場合について、 A と B の勝率が等しくなる ($W'_A(n, a) = W'_B(n, a)$ が成り立つ) a を求める。そのために主に積分を使用して近似計算を行う。

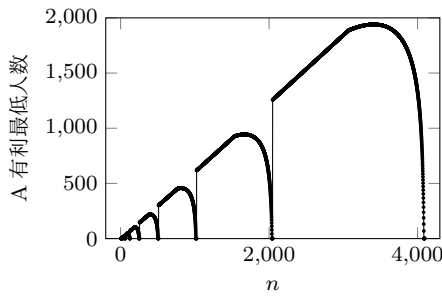


図 3 $b \rightarrow \infty$ のときの A 有利最低人数
Fig. 3 The least a so that A can be better in case of $b \rightarrow \infty$.

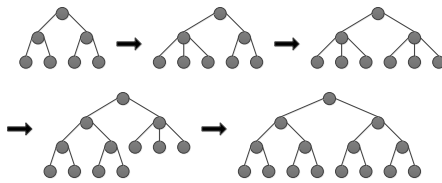


図 4 n の増加による B の探索木の変化
Fig. 4 The change of B 's search trees by n increasing.

5.1 積分計算の前準備

まず, $W'_B(n, a)$ に含まれている再帰関数 $C_B(n, \lfloor \log_2 n \rfloor)$ を変形可能な式に直す. 図 4 から, 1 周期において, その中間数までは, B の最小回数で的中する場合の数は, その周期の 2 の冪数の半分から変化しないことがわかる. 末端が 2 つから 3 つになっても, 最大回数は増加するが, 最小回数には影響がないからだ. また逆に, 中間数から次の周期までは, 末端が 1 つずつその深さが 1 増えることを繰り返すため, そのたびにその枝では最小回数で的中が不可能になっていくことになる. よって, 中間数から次の周期までは, B の最小回数の場合の数が 1 ずつ減っていくと考えられる. これを式で表すと (15) のようになる.

$$C_B(n, \lfloor \log_2 n \rfloor) = 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} - \left\lfloor \frac{n}{3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} \right\rfloor (n - 3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}) \quad (15)$$

$\left\lfloor \frac{n}{3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} \right\rfloor$ が中間数を超えているかどうかのフラグとして機能し, はみ出た分だけを引いている. (15) の式を適用した $W'_B(n, a)$ は, (16) の式である.

$$W'_B(n, a) = \frac{1}{n} \left(\frac{n - \lfloor \log_2 n \rfloor + 1}{n} \right)^a \left(2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} - \left\lfloor \frac{n}{3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} \right\rfloor (n - 3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}) \right) \quad (16)$$

5.2 積分による近似式の導出

$W'_A(n, a)$ を積分によって近似すると, (17) のようになっ

た (δ は積分近似したときの誤差を表し, また $a\delta = \Delta$).

$$W'_A(n, a) = \int_0^{\frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n}} (1-x)^{a-1} dx + \delta = \frac{1}{a} \left(1 + \Delta - \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \right) \quad (17)$$

$W'_B(n, a)$ については, (15) の式により, 場合分けが必要となる. ここからは, 2 の冪数から次の 2 の冪数までを 1 周期とし, 中間数を境目にして場合分けを行う. 以後, 計算の簡略化のため, 等式の両辺に n をかけたもの ($nW'_A(n, a) = nW'_B(n, a)$) を扱う.

5.2.1 2 の冪数から中間数までの場合

この場合では, $\left\lfloor \frac{n}{3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} \right\rfloor$ の値は 0 となるので, $nW'_B(n, a)$ は (18) の式となる.

$$nW'_B(n, a) = 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \quad (18)$$

(17) 式と (18) 式を用いて, 等式 $nW'_A(n, a) = nW'_B(n, a)$ を表すと, (19) 式となる.

$$\frac{n}{a} \left(1 + \Delta - \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \right) = 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \quad (19)$$

ここで, (19) 式を近似式 $(1 - \frac{1}{n})^n \approx \frac{1}{e}$ を用いて変形すると, (20) 式となる.

$$1 + \Delta = \left(1 + \frac{a}{n} 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} \right) e^{-\frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} a} \quad (20)$$

この (20) 式を解くと, (21) のような解となる. ここで, $W(z)$ は $W(z)e^{W(z)} = z$ を満たす関数として定義され, $W(x) \leq -1$ を満たす分枝を $W_{-1}(x)$ と表す [7].

$$a = -\frac{n}{2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} - \frac{n}{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} W_{-1} \left(-\frac{(1 + \Delta)(\lfloor \log_2 n \rfloor - 1)}{2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} e^{-\frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} a} \right) \quad (21)$$

5.2.2 中間数から次の 2 の冪数までの場合

この場合では, $\left\lfloor \frac{n}{3 \times 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}} \right\rfloor$ の値は 1 となるので, $nW'_B(n, a)$ は (22) の式となる.

$$nW'_B(n, a) = (2^{\lfloor \log_2 n \rfloor + 1} - n) \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \quad (22)$$

(17) 式と (22) 式を用いて, 等式 $nW'_A(n, a) = nW'_B(n, a)$ を表すと, (23) 式となる.

$$\frac{n}{a} \left(1 + \Delta - \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \right) = (2^{\lfloor \log_2 n \rfloor + 1} - n) \left(1 - \frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} \right)^a \quad (23)$$

さらに (23) 式を近似式 $(1 - \frac{1}{n})^n \approx \frac{1}{e}$ を用いて変形する

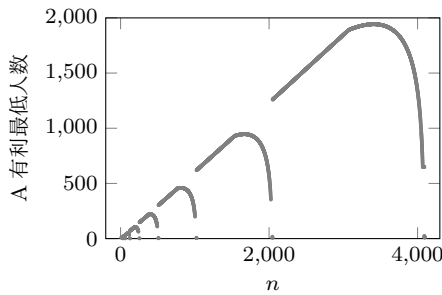


図 5 近似式による A 有利最低人数

Fig. 5 The least a so that A can be better by the approximation formula.

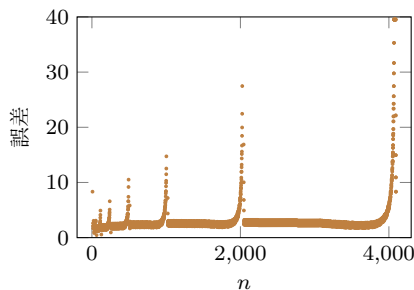


図 6 近似式と正確な解との誤差

Fig. 6 Approximation error against correct solutions.

と, (24) 式となる.

$$1 + \Delta = \left(1 + \frac{a}{n} \left(2^{\lfloor \log_2 n \rfloor + 1} - n\right)\right) e^{-\frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{n} a} \quad (24)$$

この (24) 式を解くと, (25) のような解となる.

$$a = -\frac{n}{2^{\lfloor \log_2 n \rfloor + 1} - n} - \frac{n}{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1} W_{-1} \left(-\frac{(1 + \Delta)(\lfloor \log_2 n \rfloor - 1)}{2^{\lfloor \log_2 n \rfloor + 1} - n} e^{-\frac{\lfloor \log_2 n \rfloor - 1}{2^{\lfloor \log_2 n \rfloor + 1} - n} a} \right) \quad (25)$$

5.3 近似式の計算結果とその誤差

(21) 式と (25) 式を使用した場合の A 有利最低人数をグラフに表したものが図 5 である. ただしこのとき, 誤差の数 Δ の内部に含まれる a には $\ln 2$ を適用した. グラフ中で欠けているデータは, 虚数解となった部分である. 概ね, 図 3 と同形のグラフが得られた.

しかし, この結果は近似式を用いたものであるため, 正しい人数との誤差が必ず発生する. 図 5 の値と, 正確な解である図 3 の値との差をとったものが図 6 である. 大部分で 2,3 人の誤差で済んでいるが, 2 の冪数の直前部分では急激に誤差が大きくなってしまっている.

6. まとめ

本論文では, 非常に単純な多人数記号当てゲームをモデルとして用い, 2 種類の相反する戦略を定義して勝率の推移を調査した.

また, どちらの戦略をとれば有利となるのか, その境目となるプレイヤー人数を記号数別に求めグラフとして表し

た. さらに, 近似式ではあるが, 積分計算を用いて勝率式を変形し, 等式を導いた.

今後, 近似式の精度を向上させていく以外にも, この研究には様々な発展形が考えられる. 例えば, 半分や 1 つだけといった明確な戦略だけでなく, 半分に満たない複数個を質問するといった戦略や, 今までに得られた情報から途中で戦略を変更するなどといった様々な新戦略を導入すること, また複数回のゲームにおいて, 他プレイヤーの動向などから学習し, 自らの戦略を変更していく AI などが挙げられる.

参考文献

- [1] 森田茂彦, 松崎公紀: 大貧民において他プレイヤーのプレイアルゴリズムより受けるプレイヤーの強さへの影響, 情報処理学会研究報告ゲーム情報学 (GI), Vol. 2013, No. 4, pp. 1-6 (2013).
- [2] 野田明男: カード・ゲームの数理ノート; 「神経衰弱」における戦略について, 浜松医科大学紀要一般教育, No. 15, pp. 1-18 (2001).
- [3] 野田明男: カード・ゲームの数理ノート 2; 「神経衰弱」における戦略について, 浜松医科大学紀要一般教育, No. 16, pp. 9-29 (2002).
- [4] 野田明男: カード・ゲームの数理ノート (3) 「神経衰弱」における最適戦略について, 浜松医科大学紀要一般教育, No. 17, pp. 1-23 (2003).
- [5] 篠田正人: $3 \times N$ AB game の最適戦略, 情報処理学会論文誌, Vol. 53, No. 6, pp. 1602-1607 (2012).
- [6] 尾崎雄一郎: グリコ・チョコレート・パイナップル・ゲームの最適混合戦略, 名城論叢, Vol. 10, No. 4, pp. 39-41 (2010).
- [7] Corless, R. M., Gonnet, G. H., Hare, D. E. G., Jeffrey, D. J. and Knuth, D. E.: On the Lambert W Function, *ADVANCES IN COMPUTATIONAL MATHEMATICS*, pp. 329-359 (1996).