

線形変換された余弦分布を用いた効率的な相互反射計算

Efficient Calculation for Interreflection using Linearly Transformed Cosines

岡田 航輔† 岩崎 慶‡
 Kousuke Okada Kei Iwasaki

1. はじめに

CG の分野において、壁などで反射した光が別の物体を照らす相互反射光の計算は重要であり、相互反射光を考慮することで写実的なレンダリングが可能になる。Xu らは、様々な反射特性の BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function)を扱うことができる相互反射光の計算手法を提案した[1]。この手法は球面ガウス関数による BRDF 近似に基づいており、相互反射光の計算を、球面三角形領域における球面ガウス関数の積分に帰着させた。しかし、この積分は解析的に計算することができないため、不均一な区分線形近似を用いて近似解を求めている。

Heitz らは、球面多角形領域における球面上の分布の積分を解析的に計算する手法を提案した[2]。この手法では余弦分布を基本分布とし、余弦分布を線形変換することで表される分布である Linearly Transformed Cosines(LTC)を提案している。LTC の球面多角形領域における積分計算は、余弦分布の積分計算に変換することができる。余弦分布の球面多角形領域における積分は解析的に計算可能なため、LTC の積分も解析的に計算可能となる。しかしながら、この方法では多角形で表現された光源からの直接光の計算のみを考慮しており、相互反射光を考慮していない。

本論文では LTC を用いた効率的な相互反射光の計算手法を提案する。余弦分布と球面ガウス関数の間の適切な線形変換行列を求め、球面ガウス関数の積分計算を余弦分布の積分計算に変換することで、解析的な相互反射光の計算を可能にする。

2. 相互反射光の計算

図1に見られる経路を取る1回反射の相互反射光の計算について考える。受光面の点 \mathbf{x} から視点方向 \mathbf{o} へ向かう相互反射光のレンダリング方程式は以下ようになる。

$$L_x(\mathbf{o}) = \int_{\Omega_T} L(\mathbf{r})\rho_x(-\mathbf{r}, \mathbf{o}) \max(-\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_x, 0) d\mathbf{r}. \quad (1)$$

ここで \mathbf{r} は反射面 T の点 \mathbf{y} から \mathbf{x} へ向かう方向ベクトルであり、積分領域 Ω_T は反射面 T によって定められる球面三角形である。また、 ρ_x と \mathbf{n}_x は点 \mathbf{x} での BRDF と法線である。 $L(\mathbf{r})$ は \mathbf{y} から \mathbf{x} へ向かう反射輝度であり、球面ガウス関数で近似表現できる。Xu らは BRDF や光源を球面ガウス関数で表現することで式(1)を以下の式に帰着させた(詳細な導出は[1]を参照)。

$$L_x(\mathbf{o}) \approx H(\mathbf{r}'_h) \int_{\Omega_T} G(\mathbf{r}; \mathbf{r}_h, \lambda_h) d\mathbf{r}. \quad (2)$$

ここで $H(\mathbf{r}'_h)$ は滑らかな関数であり、 $G(\mathbf{r}; \mathbf{r}_h, \lambda_h)$ は球面ガウス関数であり、以下の式で表現される。

$$G(\mathbf{r}; \mathbf{r}_h, \lambda_h) = e^{\lambda_h(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_h - 1)}. \quad (3)$$

ここで \mathbf{r}_h は軸方向ベクトル、 λ_h は鋭さパラメータである。

式(2)の積分は解析的に計算することができない。そこで、Xu らは不均一な線形近似を用いることで解を求めているが、これは近似誤差を招く。

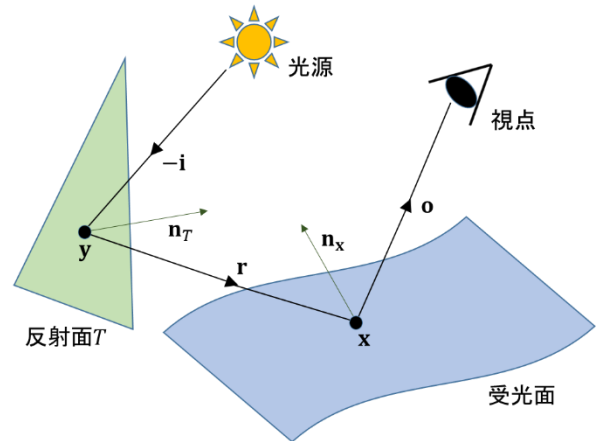


図1 相互反射光 (1回反射) の経路

3. 線形変換された余弦分布

LTC は余弦分布 $D_o(\omega_o) = \frac{1}{\pi} \max(z, 0)$ を基本分布とする。ここで、 z は方向ベクトル ω_o の z 成分を表す。LTC は基本となる余弦分布 $D_o(\omega_o)$ の方向ベクトル ω_o に線形変換行列 M を適用して求められる分布 $D(\omega)$ として表される。LTC $D(\omega)$ の方向ベクトル ω は、余弦分布 $D_o(\omega_o)$ の方向ベクトル ω_o と線形変換行列 M によって以下の式で計算される。

$$\begin{aligned} \omega &= M\omega_o / \|M\omega_o\|, \\ \omega_o &= M^{-1}\omega / \|M^{-1}\omega\|. \end{aligned} \quad (4)$$

この行列 M のパラメータによって、様々な分布の表現(図2)が可能になる。

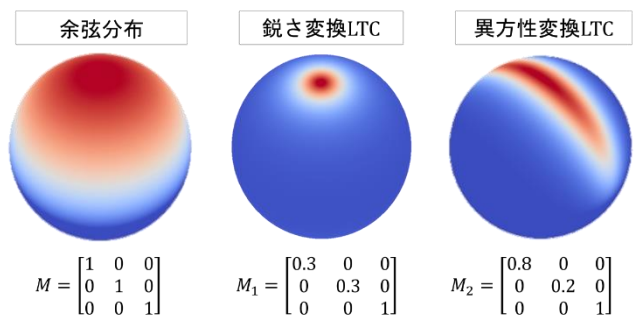


図2 様々な M とそれに対応する LTC

LTC では、球面三角形 Ω_S における積分を解析的に計算することができる。 Ω_S の各頂点に対して M の逆行列を乗算して得られる球面三角形を Ω'_S とすると、LTC $D(\omega)$ の Ω_S についての積分は、余弦分布 $D_o(\omega_o)$ の Ω'_S についての積分と等しい[2]。すなわち下記の式が成り立つ。

$$\int_{\Omega_S} D(\omega) d\omega = \int_{\Omega'_S} D_o(\omega_o) d\omega_o. \quad (5)$$

余弦分布 D_o の球面多角形上での積分は解析的に計算することができるので、式(5)は解析的に計算することができる。

† 和歌山大学, Wakayama University
 ‡ 和歌山大学, Wakayama University

4. 提案法

LTC を用いて効率的に相互反射光の計算を行う手法を提案する。相互反射光の輝度は、式(2)のように球面ガウス関数の球面多角形 Ω_T 上の積分で近似される。しかし、このままでは解析的に計算することができない。そこで、球面ガウス関数を LTC で表現することを考える。球面ガウス関数を LTC で十分に表現できるなら、球面ガウス関数の積分を余弦分布の積分に変換することができ、解析的な計算が可能になる。

本手法を実現するためには、任意の球面ガウス関数を表現する LTC のための線形変換行列 M を求める必要がある。 M は最適化問題アルゴリズムを用いたフィッティングによって求められる。ここで球面ガウス関数の特性に注目すると、球面ガウス関数は回転不変性を持ち、軸 \mathbf{r}_h の傾きによる分布形状の変化に関しては考慮する必要がない。よって、球面ガウス関数の鋭さパラメータ λ_h のみに対応した M をそれぞれ求める。求められる M は以下のような形になり、1つのパラメータ a のみを持つ。

$$M = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

λ_h を離散化し、離散化した λ_h について M を求めている。

フィッティングによって適切な M が求められたなら、式(2)は以下のように変換できる。

$$L_x(\mathbf{o}) \approx H(\mathbf{r}'_h) \int_{\Omega'_T} D_o(\mathbf{r}_o) d\mathbf{r}_o. \quad (7)$$

ここで $\Omega'_T = M^{-1}\Omega_T$ であり (図3), \mathbf{r}_o は式(4)と同様に求められる。余弦分布の球面多角形上での積分は解析的に計算できるので、式(7)は解析的に計算することができる。

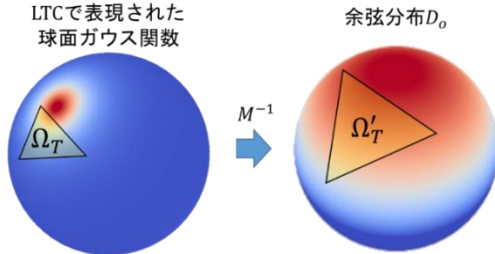


図3 積分領域の変換

5. 結果

LTC と球面ガウス関数のフィッティング結果を図4, 図5に示す。図4は $\lambda_h = 10$ の場合、図5は $\lambda_h = 50$ の場合の結果になる。図6は各フィッティングにおける球面ガウス関数と LTC の誤差画像であり、それぞれの平均二乗誤差を求めると 0.0024 ($\lambda_h = 10$), 0.0020 ($\lambda_h = 50$) と誤差は少なく、精度の高いフィッティング結果を得られている。

図7では参照画像と提案法によるレンダリング結果の比較を示す。(a)が参照画像、(b)が提案法、(c)は(a)と(b)の差分の絶対値を可視化した誤差画像である。図7より提案法の誤差は少なく、参照画像と遜色がない結果を得ている。

6. まとめ

本論文では線形変換された余弦分布を用いて効率的な相互反射計算を行う手法を提案した。今後の課題としては、異方性 BRDF への拡張、計算コストの削減、フィッティングの精度向上などが挙げられる。

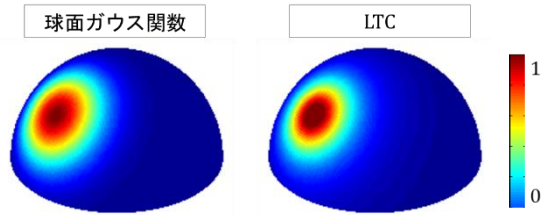


図4 フィッティング結果 ($\lambda = 10$)

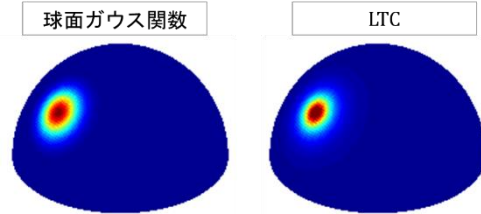
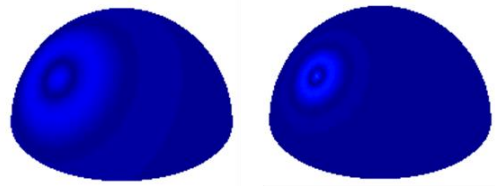
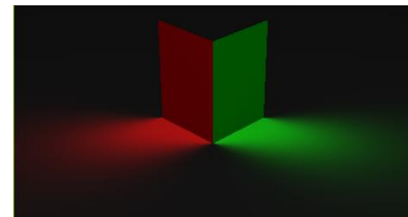


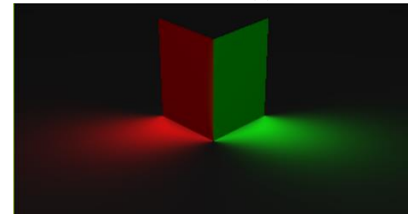
図5 フィッティング結果 ($\lambda = 50$)



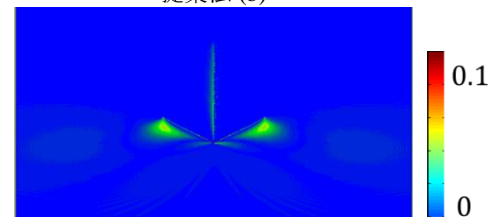
$\lambda_h = 10$ $\lambda_h = 50$
図6 各フィッティングの誤差画像



参照画像(a)



提案法(b)



誤差画像(c)

図7 参照画像(a)と提案法(b)の比較

参考文献

- [1] Xu et al., "A Practical Algorithm for Rendering Interreflections with All-frequency BRDFs", ACM Transactions on Graphics (TOG), Volume 33 Issue 1, January 2014, Article No. 10.
- [2] Heitz et al., "Real-Time Polygonal-Light Shading with Linearly Transformed Cosines", ACM Transactions on Graphics (TOG), Volume 35 Issue 4, July 2016, Article No. 41.