

関与媒質のレンダリングのための誤差推定法

岩崎 慶^{1,a)} 名畑 豪祐¹

概要: 関与媒質の高精細な画像生成は CG の分野において挑戦的な研究課題の一つである。関与媒質を伴うシーンを効率的にレンダリングする方法として、仮想的な線光源である Virtual Ray Light(VRL) を用いた多光源レンダリング法が提案されている。高精細な画像を生成するためには、膨大な数の VRL を用いる必要があるが、すべての VRL からの寄与を計算することは計算コストが高い。クラスタリングや適応的サンプリングを用いて高速化する手法が提案されているが、クラスタリングやサンプリングによる誤差を推定していないため、所望の正確さを伴う画像を生成するためにはパラメータ調整の試行錯誤が必要になるという問題がある。本研究では、VRL を用いた関与媒質の多光源レンダリングのための誤差推定法を提案する。VRL をクラスタリングし、クラスタリングによる誤差の上限値を推定する。実験結果により、提案法が散乱光の輝度成分について誤差を精度よく推定していることを示す。

キーワード: 多光源レンダリング, 関与媒質, 誤差推定

An Error Estimation Method for Rendering Participating Media

IWASAKI KEI^{1,a)} NABATA KOSUKE¹

Abstract: Predictive rendering of participating media is a challenging research topic in the field of Computer Graphics. Many-light rendering using virtual ray lights (VRLs) is an efficient solution to render scenes in the presence of participating media. For predictive rendering of participating media, a large number of VRLs are usually required, but summing up contributions from all VRLs is a time consuming process. Although previous methods achieved significant speedup by clustering VRLs or sampling few VRLs, none of these previous methods can estimate the total errors due to clustering or sampling. We propose an error estimation method for VRLs. Our method clusters VRLs and derives an error upper bound for VRL clusters. Experimental results show that our method can estimate the error of the scattered radiance.

Keywords: Many-light rendering, Participating media, Error estimation

1. はじめに

雲や煙といった関与媒質の高精細な画像生成は、CG の分野において挑戦的な研究課題の一つである。関与媒質が存在するシーンでは、関与媒質内で視線方向に散乱する光を、視線に沿って積分する必要がある。関与媒質を伴うシーンのレンダリング方法として、近年多光源レンダリング法 [1] が提案されている。関与媒質のための多光源レンダリング法は、仮想的な光源をシーン中に大量に生成し、

視線上の散乱光を、仮想的な光源から入射して散乱した光で近似する。仮想的な光源として Virtual Point Light(以降 VPL と略す) を用いる手法が提案されている [2]。高精細な画像を生成するためには、膨大な数の VPL が必要となるが、VPL をクラスタリングすることによって効率的に計算する手法も提案されている [3]。VPL を用いた手法では、散乱光の輝度を計算する点と VPL との距離の逆二乗を計算する必要があるが、この距離の逆二乗に起因する特異点がアーティファクトとして画像に現れるという問題がある。

この問題を解決するために、Novak らは仮想的な線光源

¹ 和歌山大学
930 Sakaedani, Wakayama 640-8510, Japan
^{a)} iwasaki@sys.wakayama-u.ac.jp

である Virtual Ray Light(以降 VRL と略す)を提案している [4]. VRL による視線上の散乱光の輝度の積分値を, モンテカルロ積分によって推定することで, VPL の特異点問題を大幅に緩和している. 関与媒質を高精細にレンダリングするためには, 膨大な数の VRL が必要となるため, すべての VRL からの散乱光の積分値の和を計算することで得られる真値画像の生成は計算コストが高いことが知られている. そのため, 適応的に VRL をサンプリングすることで効率化を達成している手法も提案されている [5][6]. しかしながら, これらの手法は真値画像との誤差を制御できていないという問題がある. 真値との誤差はノイズやアーティファクトとなって画像に現れる. ノイズやアーティファクトのない画像を生成するためにはパラメータ調整が必要となり, 何度もレンダリングする必要がある.

この問題を解決するために, 誤差の制御を目標にした Multidimensional Lightcuts 法 [3] が提案されている. しかしながら, Multidimensional Lightcuts では, ヒューリスティクスに基づく誤差の近似をしているため, 推定精度が高くないという問題がある. 多光源レンダリングのための誤差推定法 [7] は提案されているが, この方法では関与媒質が考慮されていない. またこの2つの手法のどちらも VPL を対象としたものであり, VRL を対象とした誤差推定法は提案されていない.

そこで本研究では, VRL を用いた関与媒質の多光源レンダリングのための誤差推定法を提案する. 膨大な数の VRL を効率的にレンダリングするために, 類似した VRL をクラスタリングする. 各クラスタの中で代表的な VRL を用いて, クラスタからの散乱光の輝度を推定する. 本研究の貢献は, クラスタリングによる誤差の上限値の導出にある. 本稿では, 一様な関与媒質を対象とし, 散乱光の輝度について誤差を推定する.

2. 関連研究

近年, 仮想的な光源を用いて大域照明計算を行う多光源レンダリング法 [1] が注目されている. Keller は, 仮想的な点光源 (VPL) を用いて大域照明を計算するインスタントラジオシティ法を提案した [8]. Hasan らは, 多光源レンダリングにおける輝度計算を大規模行列の列の和の計算として定式化し, 行と列をサンプリングすることで多光源レンダリングを高速化する手法を提案した [9]. この手法 [9] を拡張する方法 [10][11] も提案されているが, 基本的にこれらの方法はクラスタリングやサンプリングによる誤差を推定していないため, 所望の精度となる画像を生成するためにはパラメータ調整が必要であり, ユーザに多大な負担をかける.

Walter らは, VPL をクラスタリングし, Lightcuts と呼ばれる階層構造として表現することでスケラブルな多光源レンダリング法を提案した [12]. この方法では, クラス

タリングによる輝度の誤差を推定しているが, 推定精度が高くないという問題がある. 名畑らは, 多光源レンダリング法のための誤差推定法を提案し, Lightcuts よりも高精度に誤差を推定できることを示した [7]. しかしながらこの方法は物体表面での反射光の輝度の誤差推定にのみ対応しており, 関与媒質のような散乱光の輝度の誤差推定には対応していない.

多光源レンダリング法を用いて関与媒質をレンダリングする研究もいくつか提案されている. Engelhardt らは, VPL を用いて関与媒質をレンダリングする手法を提案した [2]. この方法では, 輝度を計算する点と VPL の距離の逆二乗に起因する特異点問題を近似的に緩和する手法を提案している. この問題を解決するために, Novak らは VPL ではなく仮想的な線光源である Virtual Ray Light(VRL)を用いて関与媒質をレンダリングする手法を提案した [4]. Frederickx らは, VRL と Ou らの手法 [10] を組み合わせることで Novak らの手法 [4] を高速化した [5]. Huo らは, Hasan らが定式化した大規模行列について, 行列補完を用いることで少ないサンプリングで関与媒質をレンダリングする手法を提案した [6]. これらの手法 [5][6] では, VRL を用いた関与媒質レンダリングの高速化を達成しているが, サンプリングによる誤差を制御していないため, 所望の精度となる画像を生成するためにはパラメータ調整の試行錯誤が必要となるという問題がある.

そこで本研究では, VRL を用いた関与媒質レンダリングのための誤差推定法を提案する.

3. VRL を用いた関与媒質のレンダリング

図 1 に示される関与媒質が含まれるシーンにおいて, 視点 \mathbf{x}_0 に視線方向 ω_0 から入射する光の輝度 $L(\mathbf{x}_0, \omega_0)$ は以下の式で計算される.

$$L(\mathbf{x}_0, \omega_0) = T_r(s)L_s(\mathbf{x}_0 + s\omega_0, -\omega_0) + L_m(\mathbf{x}_0, \omega_0),$$

ここで, T_r は関与媒質による光の減衰率, s は視点から ω_0 方向の視線上の最も近い物体表面上の点までの距離, L_s は $\mathbf{x}_0 + s\omega_0$ での反射光の輝度, L_m は視線に沿って視点に到達する散乱光の輝度である.

本研究では, 特に散乱光の輝度計算と誤差推定に着目する. 散乱光の輝度 L_m は VRL を用いて計算される. 本節では説明簡略化のため, 1つの VRL による散乱光の輝度 L_m の計算方法について述べる. 視線上の点および VRL 上の点を, それぞれの始点からの距離 u, v を用いて $\mathbf{x}(u), \mathbf{y}(v)$ とパラメータ表現すると, L_m は以下の式で計算される.

$$L_m \approx \Phi \int_0^s \int_0^t f_{su}(u, v) f_{sv}(u, v) G(u, v) \hat{V}(u, v) dv du$$

ここで, Φ は VRL の放射束, s, t はそれぞれ視線, VRL の長さ, f_{su}, f_{sv} は散乱関数で $f_{su}(u, v) =$

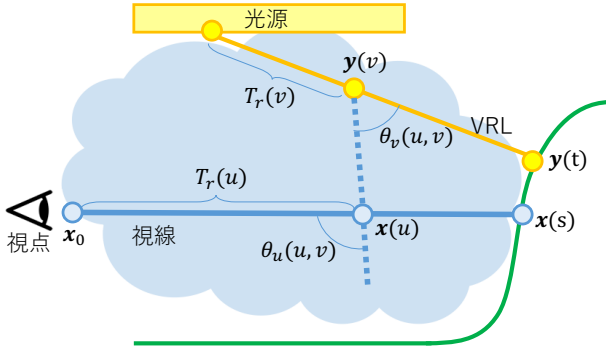


図 1 VRL を用いた散乱光の輝度計算

$\sigma_s f_s(\theta_u(u, v)), f_{sv}(u, v) = \sigma_s f_s(\theta_v(u, v))$ で計算される。ここで σ_s は散乱係数, f_s は位相関数, $\theta_u(u, v), \theta_v(u, v)$ はそれぞれ u, v における散乱角とする。 $G(u, v), \hat{V}(u, v)$ は以下の式で計算される。

$$G(u, v) = \frac{1}{\|\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)\|^2} \quad (1)$$

$$\hat{V}(u, v) = T_r(u)T_r(v)T_r(\|\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)\|)V(u, v) \quad (2)$$

ここで, $T_r(u), T_r(v)$ はそれぞれ $\mathbf{x}(u), \mathbf{y}(v)$ までの減衰率, $T_r(\|\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)\|)$ は $\mathbf{x}(u)$ と $\mathbf{y}(v)$ の間の減衰率, $V(u, v)$ は $\mathbf{x}(u)$ と $\mathbf{y}(v)$ の間の可視関数である。

本稿では, 一様な関与媒質を仮定しているため, 減衰率は減衰係数 σ_t を用いて $T_r(x) = e^{-\sigma_t x}$ と表される。また, \hat{V} は以下の式に簡略化される。

$$\hat{V}(u, v) = e^{-\sigma_t(u+v+\|\mathbf{x}(u)-\mathbf{y}(v)\|)}V(u, v) \quad (3)$$

4. 提案法

4.1 概要

提案法は, 名畑らの提案した層化サンプリングに基づく誤差推定法 [7] を拡張し, VRL を用いた関与媒質レンダリングに対応する。提案法の流れを図 2 に示す。提案法は, VRL をクラスタリングし, VRL のクラスタを VRL クラスタと呼ぶ。また視線を分割し各区間で散乱光の積分値を推定する。視線上の各区間を視線区間と呼ぶ。

VRL クラスタ \mathbb{L}_i と視線区間 \mathbb{E}_j の組を層化サンプリングにおける一つの層 ($\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j$) とみなす。各層 ($\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j$) における散乱光の積分値 $L_{(\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j)}$ および標準偏差 σ_{ij} を推定し, すべての層での推定値の総和 \hat{L} と真値 L との差 $\Delta L = \|\hat{L} - L\|$ を t 分布を用いて推定する。条件 $\Delta L < \epsilon \hat{L}$ および $\sigma_{ij} < \frac{\epsilon}{\sqrt{2}} \hat{L}$ を満たせば推定値 \hat{L} が許容相対誤差 ϵ 以下とみなす。この条件を満たさない場合には層を分割する。

層化サンプリングを使った推定値の分散は, 各層の推定値の分散の和なため, 分散が最大, つまり標準偏差 σ_{ij} が最大の層を分割する。層の分割は VRL クラスタ \mathbb{L} か視線区間 \mathbb{E} のどちらかを分割することによって行われる。どち

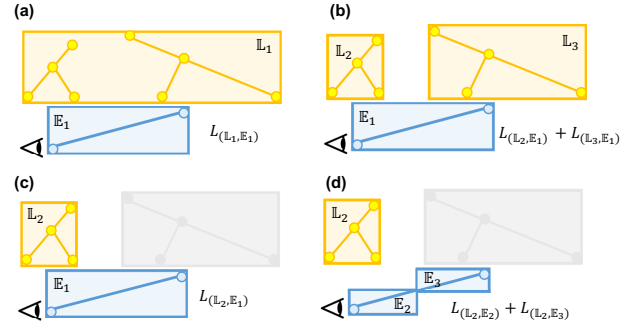


図 2 提案法の流れ。(a) はじめにすべての VRL を含む VRL クラスタ \mathbb{L}_1 と視線 \mathbb{E}_1 の組を層とし $L_{(\mathbb{L}_1, \mathbb{E}_1)}$ と σ_{11} を推定する。(b) 誤差が条件を満たさなければ層を分割する。この場合, \mathbb{L}_1 の AABB の対角線の方が大きいため VRL クラスタを分割する。 \mathbb{L}_1 の分割により, $L_{(\mathbb{L}_1, \mathbb{E}_1)}$ は $L_{(\mathbb{L}_2, \mathbb{E}_1)} + L_{(\mathbb{L}_3, \mathbb{E}_1)}$ で計算される。 $L_{(\mathbb{L}_2, \mathbb{E}_1)}, L_{(\mathbb{L}_3, \mathbb{E}_1)}, \sigma_{21}, \sigma_{31}$ を推定する。(c) ここでは $\sigma_{21} > \sigma_{31}$ として $L_{(\mathbb{L}_2, \mathbb{E}_1)}$ に着目する。誤差が条件を満たさなければ層 ($\mathbb{L}_2, \mathbb{E}_1$) を分割する。(d) この場合, \mathbb{E}_1 の AABB の対角線の方が大きいため, \mathbb{E}_1 を分割する。 $\mathbb{E}_2, \mathbb{E}_3$ それぞれについて \mathbb{L}_2 からの輝度と σ_{22}, σ_{23} を推定する。条件を満たすまで以上の処理を繰り返す。

らを分割するかは \mathbb{L} と \mathbb{E} それぞれの AABB(axis-aligned bounding box) の対角線の長さによって決める。VRL クラスタが 1 つの VRL で構成されている場合, その VRL を 2 つの VRL に分割することで VRL クラスタの分割を行う。

4.2 層の輝度計算

VRL クラスタ \mathbb{L}_i に属するすべての VRL から入射して, 視線区間 \mathbb{E}_j 上で散乱した光の積分値 $L_{(\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j)}$ は以下の式で計算される。

$$L_{(\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j)} = \sum_{k=1}^K \Phi_k \int_{s_0^j}^{s_1^j} \int_0^{t_k} f_{su}(u, v) f_{sv}(u, v) G(u, v) \hat{V}(u, v) dv du \quad (4)$$

ここで Φ_k, t_k は VRL クラスタ \mathbb{L}_i の k 番目の VRL の放射束および長さ, K は \mathbb{L}_i に属する VRL の数, s_0^j, s_1^j は \mathbb{E}_j の両端点の視点からの距離である。以降, 式 (4) の被積分関数を $g(u, v)$ と定義する。

式 (4) は解析的に計算できないため, モンテカルロ法を用いて推定する。まず K 個の VRL から 1 つの VRL を確率質量関数 $pmf(k) = \frac{\Phi_k}{\sum_{k=1}^K \Phi_k}$ によって選択される。 pmf により k 番目の VRL を選択して式 (4) を推定すると以下の式となる。

$$L_{(\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j)} = \left(\sum_{k=1}^K \Phi_k \right) \int_{s_0^j}^{s_1^j} \int_0^{t_k} g(u, v) du dv \quad (5)$$

式 (5) における $g(u, v)$ の積分をモンテカルロ法で推定する。

$$\hat{L}_{(\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j)} = \frac{\left(\sum_{k=1}^K \Phi_k \right)}{N} \sum_{n=1}^N \frac{g(u_n, v_n)}{p(u_n, v_n)} \quad (6)$$

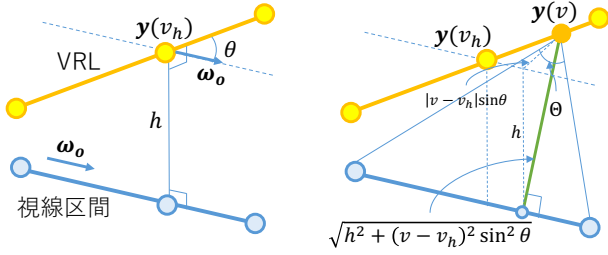


図 3 VRL と視線区間との幾何学的関係

ここで N はサンプル数, p は確率密度関数, u_n, v_n は n 番目のサンプルである. 本研究では, 従来法 [7] と同様に各層 $N = 2$ サンプルで推定を行う.

4.3 層の標準偏差推定

分割する層を決定するために各層で標準偏差を推定する. 式 (6) によって推定される $\hat{L}_{(\mathbb{L}_i, \mathbb{E}_j)}$ の標準偏差 σ_{ij} は $\sigma_{ij} = \frac{(\sum_{k=1}^K \Phi_k)}{\sqrt{N}} \sqrt{\text{Var}[g/p]}$ と表される. σ_{ij} は式 (6) をサンプルして計算される標本分散から推定することもできるが, 2 サンプルからでは精度よく標準偏差を推定できない. そこで, $\sqrt{\text{Var}[g/p]}$ を g/p の上限値で近似する.

4.3.1 上限値計算

提案法では, Novak らが提案した確率密度関数 $p(u, v)$ を使用する [4]. 確率密度関数 $p(u, v)$ は, v の周辺確率密度関数 $p(v)$ と条件付き確率密度関数 $p(u|v)$ の積で計算される. $p(v)$ および $p(u|v)$ は以下の式で計算される.

$$p(v) = \frac{c_v}{\sqrt{h^2 + (v - v_h)^2 \sin^2 \theta}} \quad (7)$$

$$c_v = \frac{\sin \theta}{\sinh^{-1} \left(\frac{tk - v_h}{h} \sin \theta \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{-v_h}{h} \sin \theta \right)} \quad (8)$$

$$pdf(u|v) = \frac{\sqrt{h^2 + (v - v_h)^2 \sin^2 \theta}}{\Theta} G(u, v) \quad (9)$$

ここで, h は VRL と視線との最短距離, c_v は正規化係数, v_h は視線との距離が最短距離 h となる VRL 上の点のパラメータ, θ は VRL と視線とのなす角, Θ は $\mathbf{y}(v)$ における視線区間がなす平面角である (図 3 参照). 最終的に確率密度関数 $p(u, v)$ は以下の式で計算される.

$$p(u, v) = \frac{c_v}{\Theta} G(u, v) \quad (10)$$

式 (10) で表される確率密度関数 $p(u, v)$ を用いると, g/p は以下の式で計算される.

$$\frac{g(u, v)}{p(u, v)} = \frac{1}{c_v} \Theta f_{su}(u, v) f_{sv}(u, v) \hat{V}(u, v) \quad (11)$$

提案法では, σ_{ij} を式 (11) の各項の上限値を用いて近似する.

$$\sigma_{ij} \approx \frac{(\sum_{k=1}^K \Phi_k)}{\sqrt{N}} \left(\frac{1}{c_v} \right) \bar{\Theta} \bar{f}_{su}(u, v) \bar{f}_{sv}(u, v) \sqrt{\text{Var}[\hat{V}]}$$

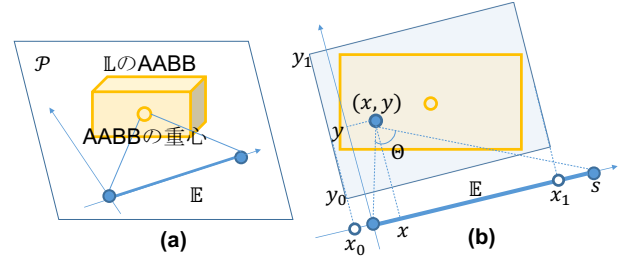


図 4 $\bar{\Theta}$ の計算

4.3.2 $1/c_v$ の上限値計算

VRL クラスタ \mathbb{L} と視線区間 \mathbb{E} に対して, $\frac{1}{c_v}$ の上限値を計算する. c_v は周辺確率密度関数 $p(v)$ の正規化係数であるため, $\int p(v) dv = c_v \int \frac{1}{\sqrt{h^2 + (v - v_h)^2 \sin^2 \theta}} dv = 1$ が成り立つ. これより

$$\frac{1}{c_v} = \int \frac{1}{\sqrt{h^2 + (v - v_h)^2 \sin^2 \theta}} dv \quad (12)$$

が成り立つ. この式の被積分関数の分母は, $p(v)$ に基づいてサンプルされた VRL 上の点 $\mathbf{y}(v)$ から視線へ下ろした垂線の長さに対応する (図 3 右参照). VRL クラスタ \mathbb{L} 内のすべての VRL から視線へ下ろした垂線の長さの最小値を求めることは, VRL 数が多い場合計算コストが高いため, VRL クラスタの AABB と視線との最短距離 $d_{\mathbb{L}}$ を用いる. 式 (12) の積分区間の最大値は, VRL クラスタ \mathbb{L} に属する VRL の長さの最大値 $tmax_{\mathbb{L}}$ であるため,

$$\frac{1}{c_v} = \int \frac{dv}{\sqrt{h^2 + (v - v_h)^2 \sin^2 \theta}} \quad (13)$$

$$\leq \int_0^{tmax_{\mathbb{L}}} \frac{dv}{d_{\mathbb{L}}} = \frac{tmax_{\mathbb{L}}}{d_{\mathbb{L}}} \quad (14)$$

となり, 上限値は $\left(\frac{1}{c_v} \right) = \frac{tmax_{\mathbb{L}}}{d_{\mathbb{L}}}$ で計算される.

4.3.3 Θ の上限値計算

VRL クラスタ \mathbb{L} 内のすべての VRL 上の点 $\mathbf{y}(v)$ における \mathbb{E} の平面角 Θ の上限値を計算するために, \mathbb{L} の AABB の重心と \mathbb{E} を含む平面 \mathcal{P} を考える (図 4(a)). 平面 \mathcal{P} において, \mathbb{E} の端点を原点とし, \mathbb{E} に平行な軸を x 軸, \mathbb{E} に垂直な軸を y 軸とする座標系を考える (図 4(b)). \mathbb{L} の AABB 内の点を \mathcal{P} に投影した点の x 座標と y 座標の最小値最大値をそれぞれ x_0, x_1, y_0, y_1 とする. VRL 上の点を \mathcal{P} に投影した際の座標を (x, y) とし, \mathbb{E} の長さを s とすると, $\tan \Theta$ は以下の式で計算される.

$$\tan \Theta = \frac{sy}{x^2 - sx + y^2} \quad (15)$$

$\Theta(x, y) = \frac{sy}{x^2 - sx + y^2}$ とし, $x_0 \leq x \leq x_1, y_0 \leq y \leq y_1$ の範囲における最大値から $\bar{\Theta}$ を計算する. 詳細については Appendix A で述べる.

4.3.4 f_{su} の上限値計算

本研究では, 位相関数 $f_s(\theta)$ として Henyey-Greensten 関

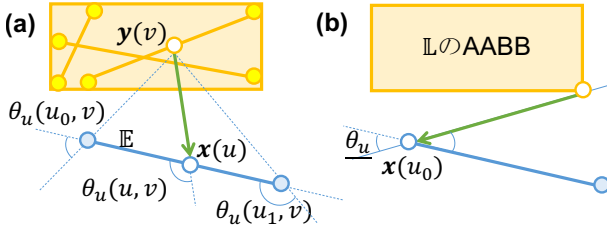


図 5 θ_u の計算

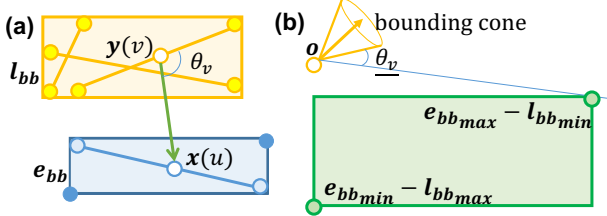


図 6 θ_v の計算

数を使用する.

$$f_s(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{1-g^2}{1-2g\cos\theta+g^2} \quad (16)$$

ここで g はパラメータで, $g = 0$ の場合等方散乱, $0 < g < 1$ の場合前方散乱, $-1 < g < 0$ の場合後方散乱となる. 等方散乱の場合, $f_s(\theta) = \frac{1}{4\pi}$ となるため上限値は容易に計算できる. 前方散乱の場合, $f_s(\theta)$ は θ に関して単調減少, 後方散乱の場合は θ に関して単調増加となる. 本研究では, 前方散乱と仮定して, $f_s(\theta)$ の上限値を求めるために θ の下限値を求める方法について述べるが, 後方散乱の場合も同様に計算できる.

図 5 に $\theta_u(u, v)$ の下限値 θ_u の計算方法を示す. 図 5(a) にある通り, VRL 上の点 $\mathbf{y}(v)$ から視線区間上の点 $\mathbf{x}(u)$ に入射して視点方向に散乱する散乱角 $\theta_u(u, v)$ は, u について単調増加する. そのため, 視線区間の中で視点に最も近い端点のパラメータを u_0 とすると, $\theta_u(u_0, v) < \theta_u(u, v)$ が成り立つ. そのため $\mathbf{x}(u_0)$ での散乱角の最小値が θ_u となる. $\mathbf{x}(u_0)$ から \mathbb{L} の AAB 内の点へ向かう方向と視線方向 ω_o とのなす角の最小値 θ_u は Walter の方法 [12] を用いて計算することができる (図 5(b)).

4.3.5 f_{sv} の上限値計算

図 6 に $\theta_v(u, v)$ の下限値 θ_v の計算方法を示す. \mathbb{L} の AAB を \mathbf{l}_{bb} , \mathbb{E} の AAB を \mathbf{e}_{bb} とする (図 6(a)). $\theta_v(u, v)$ は VRL の方向ベクトルと $\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)$ とのなす角なため, まず, $\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)$ が取りうる範囲を計算する. $\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)$ が取りうる範囲は, \mathbf{l}_{bb} と \mathbf{e}_{bb} のミンコフスキー和によって計算される AAB に相当する. 次に, \mathbb{L} 内のすべての VRL の方向ベクトルから bounding cone を計算する. bounding cone と AAB とのなす角の最小値が θ_v となる (図 6(b)).

4.3.6 $\sqrt{\text{Var}[\hat{V}]}$ の計算

\hat{V} における可視関数 $V(u, v)$ の分散の最大値 \bar{V} は 0.25 で

あることが知られている [7] が, 減衰率について分散を求めることは難しいため, 減衰率については上限値を用いる.

$$\sqrt{\text{Var}[\hat{V}]} \approx \bar{T}_r(u)\bar{T}_r(v)\bar{T}_r(\|\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)\|)\sqrt{\bar{V}}$$

減衰率 $T_r(x)$ は x について単調減少なため, $u, v, \|\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)\|$ の下限値を求める. このうち u の最小値は視線区間の視点に近い端点のパラメータ u の値, v の最小値は 0, $\|\mathbf{x}(u) - \mathbf{y}(v)\|$ の下限値は \mathbf{l}_{bb} と視線区間との最短距離で求められる.

4.4 VRL のクラスタリングと分割

VRL クラスタ \mathbb{L} に属するすべての VRL について, 各 VRL を包含する AAB を計算し, AAB の中心位置と VRL の方向ベクトルからなる 6 次元ベクトル \mathbf{p} を計算する. \mathbf{p} を包含する 6 次元の AAB を計算し, 最も長い軸について AAB を 2 つに分割する. 分割された 2 つの 6 次元 AAB のどちらかが \mathbf{p} を含むかに基づいて VRL クラスタ \mathbb{L} を 2 つの VRL クラスタに分割する. VRL クラスタが 1 つの VRL からなる場合および視線区間は, 各線分を半分に分ける.

5. 結果

本研究の結果を図 7 に示す. 実行環境は Intel Xeon E5-2670 2.60GHz, 64GB RAM を搭載した PC で, レンダリングするシーンは CornellBox シーンおよび Sponza シーンで行った. パラメータとして, 信頼度を 95%, 許容相対誤差 ϵ を 2% として行った. CornellBox シーンでは VRL 数は約 22 万個, $\sigma_s = 0.89, \sigma_t = 0.90, g = 0$, Sponza シーンでは VRL 数は約 13 万個, $\sigma_s = 0.0011, \sigma_t = 0.0012, g = 0.5$ としてレンダリングした. 真値画像は, 各 VRL からの寄与をモンテカルロ推定 (16 サンプル) し, すべての VRL からの寄与を累積して計算した. 本稿では, VRL による散乱光について着目しているため, 散乱光 L_m についてのみ誤差推定を行った. 比較内容は真値画像との相対誤差とし, 図 7 下に相対誤差を可視化した図を示す. 許容相対誤差が 2% 以下のピクセルの割合は, CornellBox シーンが 94.79%, Sponza シーンが 93.19% であり, 提案法は精度よく誤差を推定できている.

6. まとめと今後の課題

本稿では, VRL を用いた関与媒質レンダリングのための誤差推定法を提案した. VRL クラスタと視線区間の組を層とみなして層化サンプリングを行い, 真値との誤差を推定した. VRL クラスタと視線区間における散乱光の輝度の標準偏差を推定する手法を提案した. 今後の課題として, 非均質な関与媒質への応用および VRL によって照らされた物体表面での反射光の誤差推定が考えられる.

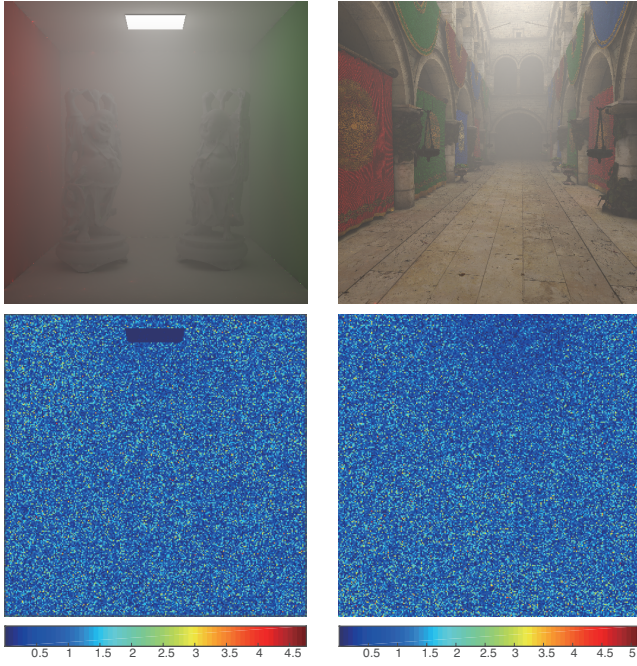


図 7 提案法による結果 (下図は相対誤差の可視化とカラーバー)

参考文献

- [1] Dachsbacher, C., Krivanek, J., Hasan, M., Arbre, A., Walter, B. and Novak, J.: Scalable Realistic Rendering with Many-Light Methods, *Eurographics 2013 - State of the Art Reports* (2013).
- [2] Engelhardt, T., Novák, J., Schmidt, T.-W. and Dachsbacher, C.: Approximate Bias Compensation for Rendering Scenes with Heterogeneous Participating Media, *Computer Graphics Forum*, Vol. 31, No. 7, pp. 2145–2154 (2012).
- [3] Walter, B., Arbre, A., Bala, K. and Greenberg, D. P.: Multidimensional Lightcuts, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 25, No. 3, pp. 1081–1088 (2006).
- [4] Novák, J., Nowrouzezahrai, D., Dachsbacher, C. and Jarosz, W.: Virtual Ray Lights for Rendering Scenes with Participating Media, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 31, No. 4, pp. 60:1–60:11 (2012).
- [5] Frederickx, R., Bartels, P. and Dutré, P.: Adaptive LightSlice for Virtual Ray Lights, *EG 2015 - Short Papers*, pp. 61–64 (2015).
- [6] Huo, Y., Wang, R., Hu, T., Hua, W. and Bao, H.: Adaptive Matrix Column Sampling and Completion for Rendering Participating Media, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 35, No. 6, pp. 167:1–167:11 (2016).
- [7] Nabata, K., Iwasaki, K., Dobashi, Y. and Nishita, T.: An Error Estimation Framework for Many-Light Rendering, *Computer Graphics Forum*, Vol. 35, No. 7, pp. 431–439 (2016).
- [8] Keller, A.: Instant Radiosity, *Proc. of SIGGRAPH '97*, pp. 49–56 (1997).
- [9] Hasan, M., Pellacini, F. and Bala, K.: Matrix Row-column Sampling for the Many-light Problem, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 26, No. 3, pp. 26:1–26:10 (2007).
- [10] Ou, J. and Pellacini, F.: LightSlice: Matrix Slice Sampling for the Many-lights Problem, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 30, No. 6, pp. 179:1–179:8 (2011).
- [11] Huo, Y., Wang, R., Jin, S., Liu, X. and Bao, H.: A Matrix Sampling-and-Recovery Approach for Many-Lights

Rendering, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 34, No. 6, pp. 210:1–210:12 (2015).

- [12] Walter, B., Fernandez, S., Arbre, A., Bala, K., Donikian, M. and Greenberg, D. P.: Lightcuts: A Scalable Approach to Illumination, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 24, No. 3, pp. 1098–1107 (2005).

Appendix A. $\Theta(x, y)$ の上限値計算

まず, (x, y) と $(x, -y)$ に対して \mathbb{E} の平面角は同じなため, $y_0 > 0$ についてのみ考える. $\Theta(x, y)$ の偏微分は以下の通りである.

$$\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial x} = \frac{s - 2x}{(x^2 - sx + y^2)^2} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial y} = \frac{s(x^2 - sx - y^2)}{(x^2 - sx - y^2)^2} \quad (18)$$

$x_0 \leq s/2 \leq x_1$ の場合, $x = s/2$ の時が極大となり, $\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=s/2}$ は

$$\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=s/2} = \frac{-s(s^2/4 + y^2)}{(x^2 - sx + y^2)^2} < 0 \quad (19)$$

より, $\bar{\Theta}(x, y) = \Theta(s/2, y_0)$ となる.

$x_0 < x_1 < s/2$ の場合, $\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial x} > 0$ から $\Theta(x, y) < \Theta(x_1, y)$ となる.

$$\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=x_1} = \frac{s(x_1^2 - sx_1 - y^2)}{(x^2 - sx + y^2)^2} \quad (20)$$

となる. $0 < x_1 < s/2$ の場合, $x_1^2 - sx_1 - y^2 < 0$ より $\bar{\Theta} = \Theta(x_1, y_0)$ となる. $x_1 < 0$ の場合, $\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=x_1}$ の符号が $y = \sqrt{x_1^2 - sx_1}$ で変わる可能性がある. $y_0 \leq \sqrt{x_1^2 - sx_1} \leq y_1$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_1, \sqrt{x_1^2 - sx_1})$ となる. $y_1 < \sqrt{x_1^2 - sx_1}$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_1, y_1)$ となる. $\sqrt{x_1^2 - sx_1} < y_0$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_1, y_0)$ となる.

同様にして, $s/2 < x_0 \leq s$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_0, y_0)$ となる. $s < x_0$ の場合, $y_0 \leq \sqrt{x_0^2 - sx_0} \leq y_1$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_0, \sqrt{x_0^2 - sx_0})$ となる. $y_1 < \sqrt{x_0^2 - sx_0}$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_0, y_1)$ となる. $\sqrt{x_0^2 - sx_0} < y_0$ の場合, $\bar{\Theta} = \Theta(x_0, y_0)$ となる.