

数学的ゲーム・パズルを用いた研究・学習活動を行うための環境構築を目的としたiOSアプリケーション開発

福井 昌則^{1,2,a)}

概要: 本稿では、生徒に数学的ゲーム・パズルを用いた数学研究・学習活動を行なわせるための環境構築を目的としたiOSアプリケーション開発を行い、その活用と試行的実践について報告することを目的としている。生徒に数学的ゲーム・パズルを用いた数学研究および学習活動を行わせることを目的としたiOSアプリ“ヨセフス問題”、“碁石拾い”を開発した。開発したアプリは、紙面上で実践した時に生じる操作ミスを回避し、やり直しなどを容易に行う機能を実装しており、そのアプリを用いた試行的実践によって、生徒の問題に対する興味・関心を高めるとともに新しい発見を促すことができた。よって、本アプリの有用性について確認することができた。

キーワード: 創造性 iOS アプリケーション 数学的活動 アクティブ・ラーニング 創造的問題解決

The Development of iOS Application aims to construct the environment for research and study activity using mathematical games and puzzles

MASANORI FUKUI^{1,2,a)}

Abstract: This paper aims to develop iOS applications aimed at building environments for students to conduct mathematical research and learning activities using mathematical games and puzzles, and to report on utilization and trial practice. We developed the iOS application “Josephus problem” and “Goishi Hiroi” aimed at allowing students to conduct mathematical research and learning activities using mathematical games and puzzles. The developed application implements a function that avoids mistakes caused when practicing on the pager and makes it easier to redo and so on, and trial practice using that application will raise interest in students’ problems I was able to encourage new discoveries. Therefore, we were able to confirm the usefulness of this application.

Keywords: Creativity iOS Application Mathematical Activity Active Learning Creative Problem Solving

1. はじめに

本稿では、高校生や大学初年級の学生を対象とするゲームを用いた研究・学習活動を行うための環境構築を目的としたiOSアプリケーション開発について述べる。

学習指導要領の改訂に向けて現在最終段階となっており、例えば小中学校におけるプログラミング教育必修化や、高等学校における新科目“理数探究(仮称)”の設置、従来からアクティブ・ラーニングと呼ばれていた内容を具体化した

“主体的・対話的で「深い学び」”のさらなる充実化など、様々な変更点がみられ、従来の教育を踏まえた上で、さらにこれからの時代を生きる子どもたちにとって必要な力の涵養が求められている。その実現のためには、生徒の主体性や創造性の育成、興味・関心を高める題材の開発、深い学びを実現するような方略の検討などが重要である。

新しく設置が予定されている理数探究(仮称)は、基本原理(案)として、1. 様々な事象に対して知的好奇心を持つとともに、教科・科目の枠にとらわれない多角的、複合的な視点で事象をとらえ(総合性)、2. 科学的な見方・考え方や数学的な見方・考え方を豊かな発想で活用したり、組み合わせたりしながら(融合性)、3. 探究的な学習を行うことを通じて(手立て)、4. 新たな価値の創造に向けて粘り強く

¹ 兵庫教育大学(院生)
942-1, Shimokume, Kato, Hyogo 671-0062, Japan

² 大阪電気通信大学(非常勤講師)
1130-70, Kiyotaki, Shijonawate, Osaka 575-0063, Japan

a) m16195c@hyogo-u.ac.jp

挑戦する力の基礎を培う(挑戦性, アイディアの創発)を掲げ、それぞれに対する指導の視点を例示している。その中では、主体的な課題設定・解決を行い、積極的に研究成果を発表するといった内容を中心的な内容としており、理数探究によって、4つの基本原理を育成することが期待されている [34].

従来から、教育において創造性の育成は重要であると幾度となく述べられてきた。教育基本法 第一章 第二条(教育の目標)の二に、“個人の価値を尊重して、その能力を伸ばし、創造性を培い、自主及び自律の精神を養うとともに、職業及び生活との関連を重視し、勤労を重んずる態度を養うこと”とあり、創造性の涵養は重要な目標の一つとして掲げられている [35]。また、現行の高等学校学習指導要領 第4節 数学第1款 目標には、創造性育成が期待されている。数学的活動について、次のように述べている。“数学的活動を通して、数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め、事象を数学的に考察し、表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学のよさを認識し、それらを積極的に活用して、数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる” [21]。つまり、数学的活動の中で成長段階に応じた創造性の基礎を育む実践を行うことが期待されている。このような実践を通して、数学的な創造性を育成するだけでなく、教科を超えたより汎用的な創造性を身につけることで、様々な問題を積極的・主体的に解決する力の涵養や態度の育成を目指すことが重要と言える。

創造性についての研究は国内外問わず盛んに行われており、多くの先行研究が存在する。この議論に関して、弓野やチチゲらを参考にして述べる [11], [38]。例えば Guilford は、創造性思考を支える知的特性として、1. 問題を受け取る能力、2. 思考の流動性、3. 思考の柔軟性、4. 独創性、5. 精緻性、6. 再定義する能力であるとした。Torrance は、創造性とは、問題を嗅ぎ付け、情報のギャップを見つけ出し、アイデアや仮説を形成し、それらの仮説を検証したり修正したりして、最終的に結果を人に伝達する過程であるとした。恩田は、“創造性とは新しい価値あるもの、またはアイデアを作り出す能力すなわち創造力、およびそれを基礎づける人格特性すなわち創造的人格である”と定義し、学校教育においては、生徒や児童一人一人にとって価値のある新しさを大切にする“自己実現の創造性”が基本的であると指摘している [32]。Csikszentmihalyi は、創造性には、“creativity”と“Big C”Creativityがあるとし、creativity は、ごく個人的な範囲における創造性であり、個人の生活や空間の中で発揮され、その結果が他者から認められずとも自分自身の人生を豊かにしてくれるもの、‘Big C’ Creativity は、起点は個人であっても、公共における創造性、文化や物事の仕組み、生活のあり方などに改革をもたらす創造性であり、社会として人々が期待し求めるものであるとした。さらに、新規性のある事実であることを認め

る他者が必要であると述べている(例えば [37])。K.Swayer は、1. 飛躍的な創造性は、個人というよりも、集団の即興的なコラボレーションの中から生じること、2. 創造性の発揮は、組織の壁にとらわれない人の出会いやつながり、葛藤や衝突、いわゆるコラボレーションウェブの中にあること、3. 創造性は、グループフローの状況で生まれやすいとし、それらによってグループジェニアスが可能になると述べている。Boden は、創造性は一部のエリートだけのものではないとした上で、人間の知性の特徴であり、日常的な連想、想起、知覚、類推的思考、問題空間の探索、リフレクションに基づくものであるとし、創造的なものやことを生み出す能力は、P-Creativity(個人にとっての心理学的な創造性)と H-Creativity(歴史的にみた創造性)に分けられ、P-Creativity がより基本的な概念であると述べている [27]。教育の文脈においては、生徒個人の資質能力育成の観点から、P-Creativity に着目すること、creativity の育成、および新しいことを生み出す人格(態度)の育成が重要であり、創造的問題解決へ生徒を向かわせるような方略の検討および題材の設定が重要となる。また、その育成の中に、オープンエンド的でオープンプロセス的な要素を持つ題材を活用して‘Big C’Creativity や H-Creativity の育成なども目指すこと、グループ活動を取り入れたアクティブ・ラーニングによって、より充実した創造性育成が期待できる。

数学教育においても創造性の育成は重要かつ大きな課題であり、様々な研究がなされてきた。数学的創造性に関する研究に関しては、田中の文献が詳しい [33]。田中は、Haylock の文献 [19] を参考にしながら、Aiken が“数学的創造性の定義は、生徒の問題解決過程(思考過程-Process)・問題解決の所産(思考結果としての所産-Production)の二物のいずれかに対する考察に基づいて為されているものである。”と定義していることを報告している。平岡は、数学的活動を発展させるために、“知識の獲得”、“数学的考え方”、“創造性の基礎”、“応用”の4要素に焦点をあて、問題解決学習としての授業における算数的活動・数学的活動を考察している。そして、恩田の“創造性とは新しい価値あるもの、またはアイデアを作り出す能力すなわち創造力、およびそれを基礎づける人格特性すなわち創造的人格である”を創造性の基礎であるとした上で、問題解決学習は、“理解”と“検討”の過程が大変重要であることを示していると述べている。そして、既習の知識とのつながりをもちながら考える視点を変えることが、創造性の基礎の涵養につながるとしている [31]。

実践事例として、岩手教育センターは、創造的に考える力を育成するために、算数・数学の学習指導に“自らの課題を追究する活動(児童生徒が、自らの課題の解決に向けて自分の考えをもち、それについて述べ合うことをとおしてよりよく解決し、さらなる課題をもって考える活動のこと)”を行うため、創造的に考える力を構成する“多面的に

みる力”, “既習を活用する力”, “筋道立てて考える力”を育成する実践を, 小学校5年生と中学校2年生を対象に行なったことを報告している. その結果, 自らの課題を追究する活動を取り入れた指導は, 小学校では, 創造的に考える力を育てることに効果があること, 中学校では, 創造的に考える力のうち「筋道立てて考える力」を育てることに効果があったと報告している [29], [30]. このような実践事例を積み重ね, さらに創造性育成を行なっていくことは重要であると考えられるが, 題材は一般の教科書に掲載されているものが大半で, 生徒の興味・関心を高めるような, オープンエンド的でオープンプロセス的な要素を持つ題材を用いた実践事例を見かけることはほとんどない.

現行の高等学校数学科に目を向けると, 高等学校学習指導要領解説-数学編-には, 課題学習の実施にあたり, 数学的活動を一層重視することや, 数理的なゲームやパズルなどを通して論理的に考えることよさを認識すること, ゲームやパズルの構造や戦法などを考えることによって, 数学的思考を楽しみ, 知的なよろこびを得ることができる, などと記載されており, ゲームやパズルの有用性について指摘されている [22]. また, 数学活用の教科書にも多数掲載されている [23]. ゲームやパズルを用いた実践の有用性は実際の教育現場においても広く認められており, 生徒の興味・関心を高め, 理解を深めることを目的とした実践の中で多く用いられている. 本稿では, そのようなゲーム・パズルの中でも, “数学を使って必勝法やパターンを考えることができるゲーム”を数学的ゲーム・パズルと定義し, 以下の議論を進めることとする. 数学的ゲーム・パズルの特徴として, 例えば (1) 多くの生徒の興味・関心を高めやすいこと, (2) 問題が適切に構造化されているため, 問題を把握しやすいこと, (3) 予備知識をほとんど必要とせず, 多くの生徒にとって理解しやすいこと, (4) 必勝法の解析など, 目的が明確であること, (5) 問題の変形が容易であり, 新しい問題を創出できること, (6) 具体的なプレイによって, 議論が容易になり, 教員と生徒間, および生徒間の意思疎通がはかりやすいこと, などがあげられる.

また, 数学的ゲーム・パズルは未解決問題が多く, 既存の問題を変形することによって新しい問題を創出することが, 生徒にとって難しくないことから, 充実したアクティブ・ラーニングや新事実を発見・証明することを取り入れた研究活動へと誘うことが可能な題材の一つである. 実際に, 筆者らのチームは, 高校生や大学初年級の学生とともに, 数学的ゲームを用いた数学研究を行っており, 多くの成果を上げている [1]. 宮寺は, 数学研究を行うにあたり, 数式処理システムを活用することで, 計算機実験 → 観察 → 定理の予想 → 証明, あるいは, 予想 → 計算機実験 → 観察 → 証明が可能となり, 真の意味の発見を指向した, 結論が全く予想できないというオープンエンドな実践が可能となることを指摘している. その上で, 高校生の生徒と

多くの数学研究を行い, 多数の論文掲載および国内外での学会発表を実現したことを報告している [13]. しかし, 一般的に高校生や大学初年級の学生には数学研究は不可能であると考える教員がほとんどであり, 数学的ゲーム・パズルの特徴を活かした活動はほとんど行われておらず, 今後このような活動をさらにひろげていくことが重要な課題である. また, それらの活動のためには, まず最初に生徒に問題を正しく理解させ, 実際にプレイできるようになることが重要である. そして様々な変種を自身で考案したり一般化することで, 問題を別観点から捉え, 問題を深く理解することや, 新事実の発見を通じた創造性育成が期待できる. また, 実際に研究とはならなくても, 数学的ゲーム・パズルを題材としたアクティブ・ラーニングを実践することにより, 楽しみながら従来の授業をより深く理解し, 新しい問題を考案するといった活動を取り入れることで創造性を育むことも, 数学的ゲーム・パズルの有用な活用方法であり, そのためには問題の正確な理解が重要となる. その中で実際に問題を解く際に, 紙面上で行うことで, ゲームを理解していたとしても, 間違った手を打ってしまうことやそれに気づかないこと, やり直しをすることに手間が生じるなどといった問題が生じ, 数学的ゲームを活用した活動を困難にする場合が想定され, このことは一般生徒対象の授業においても同様である. それを, アプリを活用することによって解決することが, 研究活動や学習活動を行う上で有用である.

以下, 1. 高校生や大学初年級の学生による数学的ゲーム・パズルを用いた数学研究, 2. 一般生徒に対する数学的ゲーム・パズルを用いたアクティブ・ラーニングの2つの観点を充実させるために, 採用した題材の紹介および, 筆者が開発した iOS アプリケーションについて述べる.

2. 題材の設定

第1章では, 数学的ゲーム・パズルが教育上有用であることについて指摘したが, 授業で用いるパズル教材が持つ要素として中原は, 1. 全員の生徒が遊べるために, 生徒の人数分だけ用意できること, 2. 問題の意味が容易に理解でき, 生徒の興味を引き付けること, 3. 難易度が適当で, 少なくとも数名の生徒が時間内に解けること, などを最低条件とした上で, さらに, 4. 数学, 特に今指導している単元と関連があることまでそろえることによって, 教材としても良いパズルと言えるのではないかと述べている [24]. この内容を満たす数学的ゲーム・パズルを用いることで, 前章で指摘した創造性の育成を取り入れた, 生徒の興味・関心を高める数学的活動を実施することが期待できる. この条件を満たす題材として, “碁石拾い”, “ヨセフス問題”を取り上げる. それぞれの数学的ゲーム・パズルの特徴は次章で述べることとし, 本章ではこれらの数学的ゲーム・パズルが有する特徴について述べる. これらの題材は, 1. ルー

ルが単純であり、ほとんどの生徒にとって理解しやすいこと、2. 基石の配置や n や r などの初期条件を変えることで難易度の調節ができ、様々な生徒に対応することが可能であること、3. 多くの予備知識を必要とせず、生徒の興味・関心を高めることが期待できること、4. 基石の配置などを工夫することで、今までに誰も取り組んだことがない問題を創出することができ、オープンエンドの要素およびオープンプロセスの要素を有すること、などがあげられる。4.に関連して、数学的ゲーム・パズルは生徒にとって変形が容易であり、内容も理解しやすい特徴を有することから、平岡が既習の知識とのつながりを持ちながら考える視点を変えることが、創造性の基礎の涵養につながると指摘した事項を満たすことが期待でき、さらに Polya が指摘している、問題を一旦理解したあとに、問題の変形を通して新たな側面を示すことによって再び興味を起こさせることが必要であるということも満たすことが期待できる [20]。つまり、新しい問題の創出なども授業に盛り込んだ数学的活動を実施することが期待できる。

その活動を推進するために、数学的ゲーム・パズルを正確に理解させること、そしてプレイの間違いや最初からやり直す手間を軽減するアプリを活用することにより、従来の活動よりさらに生徒の興味・関心を高め、問題を理解を深めるとともに、新しい問題を創出することや未知の問題に取り組む創造的な態度を育成することが期待できる。次章では、数学的ゲーム・パズルを用いた iOS アプリケーションについて述べる。

3. iOS アプリケーションの開発

本章では、第2章で述べた数学的ゲーム・パズルであるヨセフス問題と基石拾いについて紹介し、その問題を用いた学習活動および数学研究について述べる。そして、それらのゲーム・パズルが抱える問題点を解決するために開発した iOS アプリケーションについて述べ、そのアプリを用いた試行的実践について述べる。以下に紹介する iOS アプリは、全て [7] から無料でダウンロードすることができる。

3.1 ヨセフス問題

ヨセフス問題とは、古くはヨセフスのユダヤ戦記に記述されている歴史のある数列の問題であり、我が国の和算「継子立て」と同じ問題である。ヨセフス問題は、「数をあるルールに従って消していき、最後に残る数はなにか」という問題 [9] であり、数学的には以下の定義 3.1 のように定義される。

定義 3.1. n 個の数を円形に並べ、1 を起点として、 r 番目、 $2r$ 番目というように数を消していく。そして最後に残った番号をヨセフス番号といい、 $J(n, r)$ で表す。

例 3.1. $J(10, 2)$ がいくつになるかを求める。10 個の数を円形に並べて、1 を起点として、2 番目、4 番目というよ

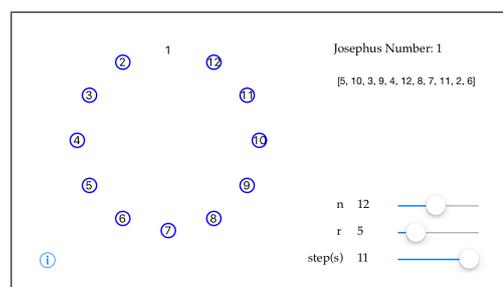


図 1 ヨセフス問題

Fig. 1 Josephus Problem

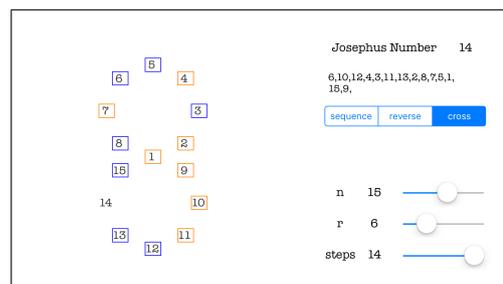


図 2 8 の字ヨセフス問題

Fig. 2 8 Number Shapes Josephus Problem

うに数を消していくと、2, 4, 6, 8, 10, 3, 7, 1, 9 の順に数が消え、最後に 5 が残る。よって、 $J(10, 2) = 5$ である。

このヨセフス問題を用いた学習および研究としては、ある n, r を与えてヨセフス番号を当て合うゲームを用いた活動、任意の n, r に対してヨセフス番号を求める公式を証明する活動などが考えられる。また、ヨセフス問題は形状が円形であり、数が少ない方から多い方へと向かう周り方によって数を消していくといったルールを変更することで、新しいヨセフス問題を創出することができ、新しく創出したヨセフス問題を用いた数学研究も可能であり、その問題を一般の生徒にも紹介するなどといった様々な活用方法によって、充実した数学的活動を行うことが期待できる。

しかし、このヨセフス問題を紙と鉛筆などで扱おうと、 n や r が大きくなるにつれて、どの番号が何ステップ目で消えたかわかりにくくなりやすいこと、飛ばす数がわかりにくくなってしまいやすいこと、やり直すのに手間がかかること、などの問題が生じヨセフス問題の特徴を活かした数学研究や数学的活動を阻害する原因となりうる。

その解決のために、iOS アプリケーションを開発し、実践を行うこととした。そのアプリのスクリーンショットを、図 1、図 2 に示す。図 2 は、高校生が発見し一部証明を行なった変形ヨセフス問題を題材としており [14]、他にも直線状に数字を並べた線形ヨセフス問題 [39]、[40]、数字の消し方を変形した交差ヨセフス問題 [16] や Josephus Problem Back and Forth [25] など、様々な変種が存在し、それらの iOS アプリも作成している。線形ヨセフス問題はすでに [15] が発見していたが、他の変種は全て高校生が発見した。

本アプリは大きく3つの領域から構成されており、中心より左側の領域に円形に並べた n 個の数、右上の領域にヨセフス番号と消えた数の履歴、右下の領域に n, r, s を決めるスライダを配置している。右下のスライダの n は並べる数の個数、 r は飛ばす数、 s は s 回目に数を消す操作を表している。実装した機能としては、右下のスライダだけで操作できること、消えた数の履歴がわかるようにしたこと、消えた数が視覚的にわかることであり、これらの機能によって、紙面上での実践で生じるどの番号が何ステップ目で消えたかわかりにくくなりやすいこと、飛ばす数がわかりにくくなりやすいこと、やり直しするのに手間がかかることといった問題を解決することができる。

本アプリを用いた試行的実践では、新しいヨセフス問題が多数提案された。生徒からは、“アプリを用いなかった場合、数の消し間違いが多数発生してしまいわかりにくい、アプリで簡単にわかるようになった”、“単純なルールなのに奥深いことがわかってうれしい”、“一直線に並べたヨセフス問題の数の消え方が理解できた”といった意見などが見られ、試行的な実践の範疇においては概ね高評価であった。

現在、さらに改良したヨセフス問題で研究を進めており、授業の題材としてより適切な形を模索している。なお、ヨセフス問題のアプリで [2] や [3] などを受賞しており、作品としても評価されている。また、開発に関しては、[5] で報告している。

今後、正規の授業内で本アプリを活用した授業を実施するだけでなく、数の消し方のルールを自身で設定できるようなアプリの開発を通して、より様々なタイプのヨセフス問題で授業および数学研究できることを目指す必要があるかと考えられる。

3.2 碁石拾い

碁石拾いとは、1727年に多賀谷環中仙が記した“和国知恵較”に記載されている歴史のあるパズルであり、碁盤上に配置した碁石を飛車型の動きをしながら拾っていき、全て碁石を拾うというパズルである。秋山によれば、碁石拾いのルールは、“(1) どこから拾い始めてもよい、(2) 碁盤の線に沿ってのみ拾うことができ、斜行はできない、(3) 同一直線上にあればいくつでも、離れていても拾える、(4) 進路の途中にある石は必ず拾わなければならない、(5) 石のある場所なら直角に方向転換ができる。(6) 進路をすぐ後戻り(折り返し)できない”の6つからなる [8]。

碁石拾いは、(2)の“斜行はできない”以外は、一筆書きとほぼ同様であり、一筆書きで行える実践の多くを参考とした活動を行うことができる。図3以外にも、図4など、様々な形状があり、碁石の配置を工夫することで、様々な実践が可能である。

筆者は、碁石拾いの活用例に関して、グループで拾い方

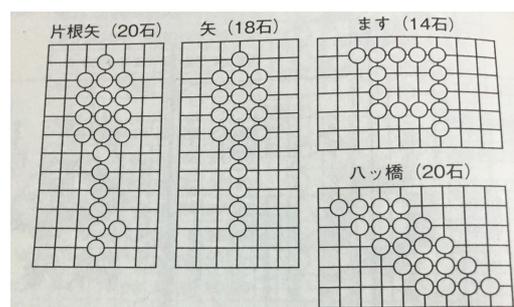


図3 碁石の配置例

Fig. 3 A Example of placement of goishi

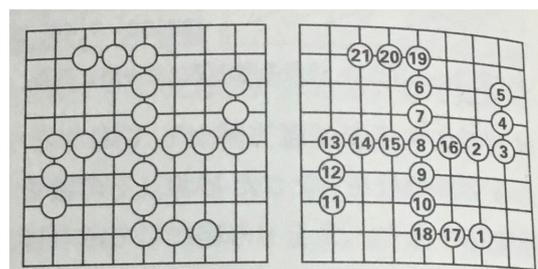


図4 まん字型

Fig. 4 Type of “MANJI”

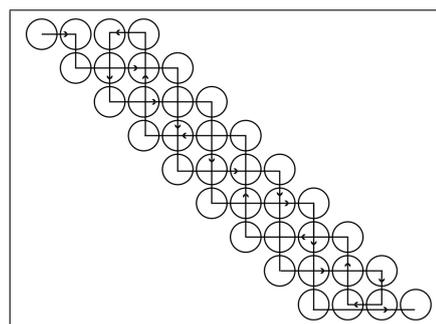


図5 八つ橋型

Fig. 5 Type of “YATSUHASHI”

を探す活動や、教員が生徒に課題を提示、もしくは生徒が碁石の配置を考え、その拾い方に一定の法則がないか主体的・協働的に調べ、拾い方の法則について座標などを活用して一般化する活動などを紹介している [6]。しかし、ヨセフス問題と同様に、紙面上で本題材を用いると、拾い間違えても気づかない、拾った碁石と拾っていない碁石の区別がつきにくい、拾った順がわからなくなりやすいなどといった問題が生じ、本問題の特徴を活かした数学研究や数学的活動を阻害する原因となりうる。その諸問題を解決し、充実した活動を行うために、iOS アプリケーションを開発した。本アプリは、配置画面、実際に拾う画面(図6、図7)、拾った順番をトレースする画面(図8)の3画面から構成されている。

このアプリは、自分で好きな位置に碁石を配置でき、拾える碁石がわかり、碁石を拾った順を表示するようになっている。また、最初から拾い直すことや、一手戻すことを

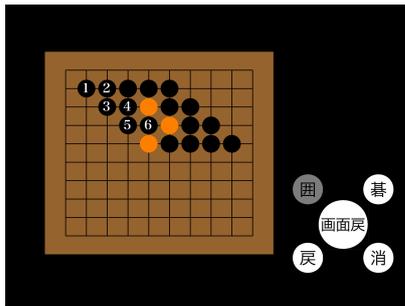


図 6 碁石拾いアプリの画面 (1)

Fig. 6 Screenshot of Goishi Hiroi(1)

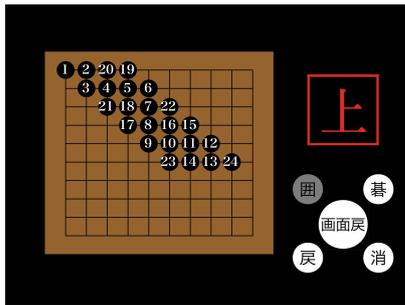


図 7 碁石拾いアプリの画面 (2)

Fig. 7 Screenshot of Goishi Hiroi(2)

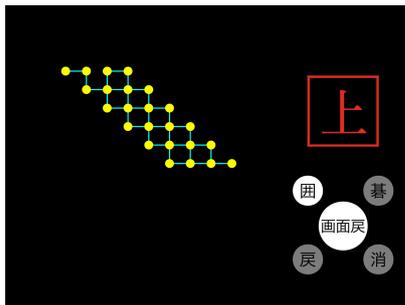


図 8 碁石拾いアプリの画面 (3)

Fig. 8 Screenshot of Goishi Hiroi(3)

容易に行うことができ、拾った順に結んだ線を表示する機能を実装している。これらの機能によって、不正な拾い方を防止することができ、簡単にやり直すことができるため、碁石拾いをを用いた数学研究や学習を充実させることが期待できる。

試行的な実践として、八つ橋型の配置(図5)の横一列の碁石の個数を固定し、それを任意の段数に対する拾い方があるかという問題を提示し、その法則を調べさせた。その結果、横一列を4個と固定した場合および5個に固定した場合は、任意の段数に対して拾い方の法則があることを発見し証明を行なった[17], [18]。その試行的実践において、“本アプリを活用することで、生徒からはわかりやすい”、“一手戻ることができるので、研究に使いやすい”、“ゲーム感覚で使えて楽しい”などと言った意見が得られ、概ね高評価であった。この実践については、筆者が[12]で概要を報告している。さらに、筆者らは高校生による研究をさ

らに一般化した研究を行い、国際学会で発表を行なっている[10]。一方、プログラミングの教材としても活用可能であり[26]、開発に関しては、[6]で概要を報告している。今回紹介した碁石拾いアプリは、[2]や[4]などを受賞しており、作品としても評価されている。

今後、本アプリを正規の授業内(総合的な学習の時間や選択授業なども含む)でも活用し、多くの生徒に実施可能な授業モデルを構築し、精緻化していく必要があると考えられる。また、本アプリはiPadのみの対応であるため、他のデバイスにも対応させ、小さな画面でもスムーズに操作ができるようなインターフェースの構築を行う必要があると考えられる。

4. まとめと今後の展望

本稿では、高校生を主たる対象とした数学的ゲーム・パズルを用いた研究・学習活動を行うための環境構築を目的とし、筆者が開発したヨセフス問題、碁石拾いのiOSアプリケーションについて述べ、それらのアプリを用いて、高校生による数学研究を多数実践し、多くの成果をあげていることを報告した([16], [39], [40], 詳細については[1]に記載されている)。またそれらの題材によって、博士課程の学生および大学の研究者との共同研究を行なっていることについて報告した[10]。数学研究を行わない生徒に対しても、数学的ゲーム・パズルを用いた学習活動を行えることを指摘し、その活用方法や実践方法の概要について報告した[5], [6], [14], [17], [18], [25], [41]。今後、1. 高校生や大学初年級の学生による数学的ゲームを用いた数学研究、2. 一般生徒に対する数学的ゲームを用いたアクティブ・ラーニングの2つの観点をさらに深めて精緻化するとともに、多くの現場で実践を行ない、数学的ゲーム・パズルを活用した研究活動を広めていく必要がある。また、学びの連続性に着目した題材を開発とともに、実践ストラテジーの構築することによって、創造性を系統的・体系的に育成する方略を検討する必要がある。

参考文献

- [1] Masanori Fukui's Web Page, 入手先 (<https://imsnr.jimdo.com/profile-1/>)
- [2] 福井 昌則, “アクティブ・ラーニングを促進する数学的ゲーム・パズルを題材とした iOS アプリケーション教材の開発”, 公益財団法人学習ソフトウェア情報研究センター 平成 29 年度 第 33 回 学習デジタル教材コンクール 優良賞, 2017. 入手先 (<http://www.gakujoken.or.jp/ghp/concul/sokuhou29.html>)
- [3] 福井 昌則, 木村 廉, “ヨセフスメーカー”, 第 12 回 ゲーム 作品 コンペ 2014(ゲーム学会主催) 審査員特別賞, 2015. 入手先 (<http://www.gameamusementsociety.org/article.php?story=Compe2014.award>)
- [4] 福井 昌則, 番庄 智也, 小林 優斗, 中屋 悠資, 星野 壮哉, 谷口 龍星, 田畑 俊介, “生徒・学生の独創性を活か

- した新しい数学的ゲーム (4 作品)”, 第 13 回ゲーム作品コンペ 2015(ゲーム学会主催) 優秀賞, 2016. 入手先 http://www.gameamusementociety.org/article.php?story=Compe13_award
- [5] 福井 昌則, “数列に対する苦手意識の軽減を目的としたアクティブ・ラーニングを促進する iOS アプリケーション「ヨセフス問題」の開発”, コンピュータ利用教育学会『コンピュータ&エデュケーション』, **43**, in print.
- [6] 福井 昌則, “アクティブ・ラーニングを促進する数理的パズル「基石拾い」を題材とした iPad アプリケーションの開発”, コンピュータ利用教育学会『コンピュータ&エデュケーション』, **42**, pp.55-58, 2017.
- [7] Masanori Fukui's iOS Application, 入手先 <https://itunes.apple.com/jp/developer/masanori-fukui/id473630376>
- [8] 秋山 久義, “ボードパズル読本”, 新紀元社, pp.189-192, 2009.
- [9] 上野 富美夫, “数学パズル事典 (改訂版)”, 東京堂出版, pp.102-103, 2016.
- [10] M.Fukui, K.Suetsugu, and A.Suzuki, “Complexity of Goishi Hiroi”, *The 20th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry, Graphs, and Games*, pp.133-134, 2017. 入手先 http://www.jcdcg.u-tokai.ac.jp/JCDCG3.2017_abstracts.pdf
- [11] 弓野 憲一 (編著), “世界の創造性教育”, ナカニシヤ出版, 2005.
- [12] 福井 昌則, “数学的ゲーム・パズル「基石拾い」を題材とした数学的活動の実践”, 日本教育工学会 SIG-05 レポート 2017, pp. 28-32, 2017.
- [13] 宮寺 良平, “数式処理システムを用いた数学の発見的学習に関する研究”, 神戸大学総合科学研究科博士論文, 2007. 入手先 <http://www.lib.kobe-u.ac.jp/repository/thesis/d1/D1004099.pdf>
- [14] S.Nakamura, M.Fukui, R.Miyadera, “High School Mathematics Research Project -Creative Mathematics Education Using Games-”. *The Journal of Game Amusement Society*, **4**(1), pp.21-23, 2015.
- [15] C.Groër, “The Mathematics of Survival: From Antiquity to the Playground”. *The American Mathematical Monthly*, **110**(9), pp.812-825, 2003.
- [16] M.Naito, T.Yamauchi, D.Minematsu and R.Miyadera, “The Josephus Problem in Both Directions”. *Visual Mathematics*, **12**(3), 2010. 入手先 <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/josehus2010/index.html>
- [17] 宮寺 良平, 福井 昌則, “数学的パズルを活用した高校生による数学研究”, ゲーム学会論文誌, **10**(1), accepted.
- [18] 宮寺 良平・福井 昌則, 他 4 名, “創造的な数学教育とプログラミング教育の実践”, ゲーム学会第 13 回合同研究会 & 「ゲームと教育」研究部会研究報告, pp.7-14, 2015.
- [19] Haylock, D.W, “A Framework for Assessing Mathematical Creativity in Schoolchildren”, *Educational studies in Mathematics*, **18**, 1987.
- [20] G.Polya (垣内 賢信 訳), “いかにして問題をとくか”, 丸善, pp.148-152, 1954.
- [21] 文部科学省, “高等学校学習指導要領”. 東山書房. 2009.
- [22] 文部科学省, “高等学校学習指導要領解説 数学編”. 2009. 入手先 http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afiedfile/2012/06/06/1282000.5.pdf
- [23] 根上 生也, 他 5 名, “数学活用”. 啓林館. 2012.
- [24] 中原 克芳, “中学高校の授業でパズルをどのように活用するか”. 大阪商業大学アミューズメント産業研究所紀要. **16**, pp.329-339, 2014.
- [25] 福井 昌則, 木村 廉, 戸國 友貴, 宮寺 良平, “ヨセフス問題を用いた高校生や大学生による数学研究プロジェクト” 第 13 回ゲーム学会全国大会論文集, pp.9-12, 2015.
- [26] 福井 昌則, 宮寺 良平, 森山 潤, “ヨセフス問題の解法を題材とするプログラミング学習の実践”, 第 32 回 日本教育工学会全国大会論文集, 3p-A301-04, 2016.
- [27] M.A.Boden, “Creativity and Artificial Intelligence”, *Artificial Intelligence*, **103**, pp.347-356, 1998.
- [28] Csikszentmihalyi, M, “Creativity”, In R. J. Sternberg, *Encyclopedia of human intelligence*, New York: Macmillan, pp.298-306, 1994.
- [29] 岩手県立総合教育センター, “創造的に考える力を育てる算数・数学科の学習指導に関する研究 -自らの課題を追究する活動をとおして-(第 1 報)”, 岩手県立総合教育センター教育研究, 1999. 入手先 http://www1.iwate-ed.jp/db/db1/ken_data/center/h11.ken/11.11/11.11.html
- [30] 岩手県立総合教育センター, “創造的に考える力を育てる算数・数学科の学習指導に関する研究 -自らの課題を追究する活動をとおして-(第 2 報)”, 岩手県立総合教育センター教育研究, 2000. 入手先 http://www1.iwate-ed.jp/db/db1/ken_data/center/h12.ken/12.08/12.08.html
- [31] 平岡 賢治, “授業における数学的活動の研究 (I) -創造性の基礎について-”, 長崎大学教育学部紀要. 教科教育学, **38**, p.53-60, 2002.
- [32] 恩田 彰, “創造性の展開”, 恒星社厚生閣, 1994.
- [33] 田中 克征, “数学教育における創造性育成と問題解決指導に関する研究-思考の固執に着目して-”, 鳥取大学教育地域科学部卒業論文, 2006. 入手先 http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/mathedu/journal06_files/tanaka_full.pdf
- [34] 文部科学省 教育課程部会, “理数探究 (仮称) に関する資料”, 2016. 入手先 http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/060/siryo/_icsFiles/afiedfile/2016/05/12/1370460.12.pdf
- [35] 文部科学省, “教育基本法”. 入手先 http://www.mext.go.jp/b_menu/houan/an/06042712/003.htm
- [36] K.Swayer (金子 宣子 翻訳), “凡才の集団は孤高の天才に勝る -「グループ・ジェニアス」が生み出すものすごいアイデア-”, ダイアモンド社, 2009.
- [37] チクセントミハイ, “チクセントミハイ氏が語る「創造性の活かし方」”, WIN-Seminar M. チクセントミハイ博士来日特別講演 入手先 <https://bizzine.jp/article/detail/501>
- [38] ウラン チチゲ, 弓野 憲一, “世界の創造性教育を概観する: 創造性を育成する授業についての一考察”, 静岡大学教育学部研究報告. 教科教育学篇. **41**, pp.47-76, 2010. 入手先 <https://ir.lib.shizuoka.ac.jp/bitstream/10297/5261/1/100908001.pdf>
- [39] M.Naito, S.Doro, D.Minematsu and R.Miyadera, “Mathematical Theory of the Linear Josephus Problem in both Directions”, *Visual Mathematics*. 入手先 <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/miyadera2009April/node5.html>
- [40] S.Tatsumi, S.Doro, M.Naito, T.Inoue and T.Nakaoka, “Linear Josephus Problem”, Canada Virtual Science Fair, 2009. 入手先 <http://www.odec.ca/projects/2009/nait9m2/JoseVis/node3.html>
- [41] 宮寺 良平, 福井 昌則, “高校生による数学研究”, 関西学院高等部 (学内誌), 論叢 60 号, pp.73-89, 2015.