

## SawTooth サイクルの拡張による圧力場計算の高速化

鶴賀淳樹<sup>†</sup> 岩崎慶<sup>‡</sup>和歌山大学大学院システム工学研究科<sup>†</sup> 和歌山大学システム工学部<sup>‡</sup>

## 1. はじめに

CG 分野において、煙などの流体シミュレーションの高速化は重要な研究課題の1つである。流体シミュレーションにおいて、圧力場の計算が計算時間の大部分を占めているため、圧力場計算の高速化は重要な課題となっている。

圧力場は、ポアソン方程式を解くことで求められるが、ポアソン方程式の計算コストは非常に高いという問題がある。ポアソン方程式を高速に解く手法として2段グリッド法とマルチグリッド法がある[1]。2段グリッド法は、高解像度グリッドと低解像度グリッドの2種類のグリッドを利用する。低解像度グリッドでポアソン方程式の近似解を計算し、その解をもとに高解像度グリッドでポアソン方程式を効率的に解く手法である。マルチグリッド法は、2段グリッド法を多段にし、再帰的に計算することによって、ポアソン方程式を高速に計算する手法である。マルチグリッド法による再帰方法の1回の流れをサイクル呼び、誤差が閾値以下に収束するまでサイクルを繰り返す方法をマルチグリッドサイクルと呼ぶ。

本論文では、マルチグリッド法で用いられているサイクル方法の一つである SawTooth サイクルを拡張した N サイクルを提案し、圧力場計算の高速化を行う。また、様々なサイクル方法との比較実験を行い、提案手法の有効性を示す。

## 2. ポアソン方程式

圧力場  $p$  は以下のポアソン方程式を解くことで

Acceleration of pressure solver by extending SawTooth cycle

<sup>†</sup>Junki Tsuruga, Wakayama University

<sup>‡</sup>Kei Iwasaki, Wakayama University

計算される。

$$\nabla^2 p = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2.1)$$

ここで  $\nabla$  は勾配、 $p$  は圧力、 $\rho$  は流体密度、 $\Delta t$  はタイムステップ幅、 $\mathbf{v}$  は速度を表す。式(2.1)のポアソン方程式は、連立一次方程式とみなすことができ、その解法としてガウスザイデル法などの定常反復法や共役勾配法がある。定常反復法はグリッドサイズに近い波長をもつ誤差成分を速く収束させることができるが、グリッドサイズよりも長い波長をもつ誤差成分は平滑化されてしまうため、収束が遅くなるという性質がある。

## 3. マルチグリッド法

## 3.1. マルチグリッド法

グリッドサイズより長い波長をもつ誤差成分を削減するためには、様々な解像度の格子を用いて計算を行う必要がある。その方法としてマルチグリッド法があり、様々な波長の誤差成分を効率的に削減することが可能で、計算コストが線形的になるという特徴がある。

## 3.2. マルチグリッドサイクル

マルチグリッド法は解像度が十分小さくなるまで2段グリッド法を再帰的に行うことで、低周波な誤差を効率的に削減することが可能である。再帰方法は様々あり、再帰の1回の流れをサイクルと呼ぶ。サイクルには V サイクル・W サイクル・SawTooth サイクルなどがある(図1参照)。図1のサイクルを複数回繰り返すことで、閾値以下の残差になるまで解を求めることができる。

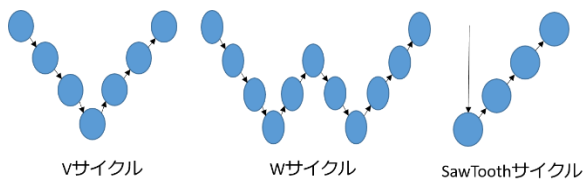


図 1. 様々なサイクル手法

#### 4. 提案手法

提案手法では残差が大きい SawTooth サイクルを拡張し高速化を行う。提案手法は SawTooth サイクルの 2 サイクルをひとつのサイクルとみなす。また、SawTooth サイクルでの反復法の適用回数を  $n$  回とした場合、提案手法での反復法の適用回数を  $n/2$  回とする。このサイクルを形状から N サイクルと定義する(図 2 参照)。

図 1・2 において、図の丸は近似解を求めるために反復法を適用するグリッド，下向きの矢印は値を低解像度グリッドに渡す処理，上向きの矢印は高解像度グリッドに値を渡す処理を表す。

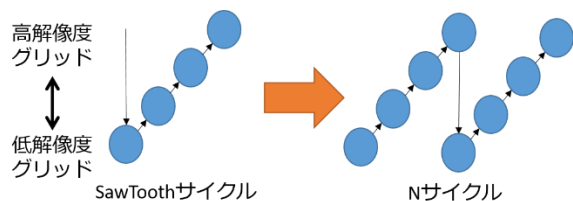


図 2. N サイクル

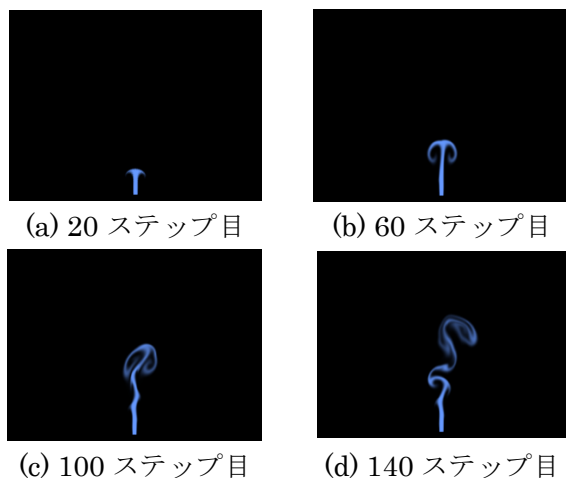


図 3. N サイクルの結果画像

表 1. 500 ステップの平均計算時間[ms]

残差閾値	V-cycle	W-cycle	N-cycle
1.0E-08	355.81	402.24	<b>281.22</b>
1.0E-09	467.87	<b>402.29</b>	415.76
1.0E-10	413.48	654.74	<b>374.12</b>
1.0E-11	577.56	532.19	<b>415.19</b>
1.0E-12	577.49	661.69	<b>549.92</b>

#### 5. 実験結果

図 3 に N サイクルを用いたシミュレーション結果を示す。実行環境は Intel Core i7 4790 3.60GHz, 16GB RAM を搭載した PC で、解像度は  $1024^2$  の空間でシミュレーションを行っている。比較実験として、図 3 での残差の閾値を変更した場合の平均計算時間を表 1 に示す。

表 1 から閾値が  $1.0e-09$  のときを除き N サイクルが速いことが分かる。閾値が  $1.0e-09$  のとき、W サイクルが一番速い理由としては、 $V \cdot N$  サイクルよりサイクル回数が少なかったことが原因として考えられる。

#### 6. まとめ

本論文では、マルチグリッド法のサイクルの 1 種である SawTooth サイクルを拡張した N サイクルを提案した。また、有効性を検証するために残差の閾値を変更した際の計算時間の比較を行い、有効性を検証した。今後の課題としては、現在 2 次元上で実験を行っているため、3 次元上での実験などが挙げられる。

#### 参考文献

[1] A. McAdams et al., A parallel multigrid Poisson solver for fluids simulation on large grids, Proc. of Symposium on Computer Animation, pp. 65-74, 2010.