

反射鏡を利用した全方位カメラにおける画像の照度について

岡谷 貴之[†] 出口 光一郎[†]

本論文では曲面状の反射鏡とレンズ系からなる全方位カメラについて、シーンの放射輝度と画像照度との関係を論じる。反射鏡を用いる全方位カメラでは、超広角域を撮影できる魚眼レンズ同様、画像に歪みを作ることによって広範囲にわたるシーンの像を得ている。魚眼レンズなど通常のレンズ系では、画像の歪みは画像照度に無視できない影響を与えることが知られている。これに対し、反射鏡を用いる全方位カメラでは、画像の歪みが反射鏡によって作り出される限りにおいて、歪みは画像照度に影響しないことを示す。同時に、画像照度は反射鏡の曲率に関係なく、反射光を集めるレンズ系によってのみ決定されることを示す。

On the Image Irradiance of Omnidirectional Cameras Using Mirrors

TAKAYUKI OKATANI[†] and KOICHIRO DEGUCHI[†]

In this paper we discuss the relationship between the scene radiance and the image irradiance for omnidirectional cameras that use a combination of lenses and mirrors. These kinds of cameras obtain wide fields of view by making images geometrically distorted, as do fisheye lenses. In the case of conventional lenses such as fisheye lenses, the geometric distortion of images affects the image irradiance to a considerable extent. We show that in the case of omnidirectional cameras with curved mirrors, the image distortion due to the mirrors does not affect the image irradiance at all. We also show that the image irradiance is independent of the curvedness of the mirrors and is determined only by the lenses comprising the camera.

1. はじめに

全方位画像センサとして、曲面状の反射鏡と通常のレンズからなるカメラを組み合わせた撮像系がよく研究されてきた(以前の研究をまとめたものとして文献1)~3)がある)。これらの全方位撮像系の研究ではこれまで主に幾何学的な結像関係が主題とされた。たとえば、得られる像が1つの視点から見た像であるかどうかや、撮影可能な画角、解像度などである。これらの議論は、反射鏡からの反射像を受けるレンズをピンホールで近似しても可能であった。

通常のレンズは光線を曲げることにより、空間の点から発した光を集めて像を得ている。曲面でできた反射鏡は光線を複雑に曲げるから、全系の光学系としての性能を論じるには、反射鏡もレンズと同様に扱う必要がある。このように扱ってはじめて議論できるのが結像性能や画像照度の均一性がある。これらを議論するとき、レンズをピンホールで近似することはできない。レンズの中心を通る主光線⁴⁾だけでなく、周辺部

を通過する光線も考える必要がある。

曲面の反射鏡を用いた全方位撮像系の結像性能については文献3)に議論がある。本論文では画像照度の均一性、すなわち像面照度特性を論じる。著者らの知る限り、これに関する議論は過去に見当たらない。

一般的なレンズで撮影した画像では、画像の中央部と周辺部で照度が均一にならない。たとえばどの方向から見ても同じ明るさに見える一様な平面の前にカメラを置いて画像をとったとする。理想的には画像は均一な明るさとなるはずだが、実際には画像の明るさは場所によって異なる。一般には周辺部ほど暗くなる。

これには複数の要因がある⁵⁾。そのうちの1つであるコサイン4乗則は、コンピュータビジョンの分野でもよく知られている。このほかに、蹴られ(ピグネッティング)や(周辺光量を低下させることに直接は結び付かないが)入射瞳の増大効果、画像の歪み(より一般的には像の射影方式)の影響などがある。これらはいずれも重要だが、ここでは中でも画像の歪みと画像照度の関係に注目する。魚眼レンズに代表される、歪みを利用して視野を超広角とする方式のレンズでは、歪みが画像照度に与える影響は大きい。実際、魚眼レンズでは周辺部ほど解像度が悪くなるが、これを逆に利

[†] 東北大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

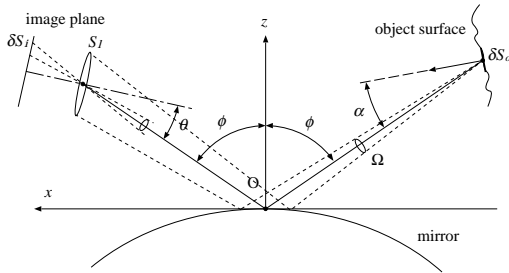


図 1 反射鏡とレンズからなる撮像系における画像の生成

Fig. 1 Process of image formation in an imaging system consisting of a mirror and a conventional lens.

用して、コサイン 4 乗則や蹴られによる周辺光量の低下を補正しているということもある⁵⁾。

曲面状の反射鏡を利用した全方位カメラでも、幾何学的な画像の歪みを利用していることや、結果として解像度が非一様である点で、魚眼レンズと類似した性質を持っている。曲面状の反射鏡とレンズからなる撮像系では、図 1 のように、シーンの像を鏡面が反射した後、レンズによって画像を結んでいる。このような撮像系で、画像面の照度がどのような分布になるのかを考える。本論文では次を示す：シーンの像を曲面状の反射鏡を介して理想的なレンズでとらえたとき、画像面上に理想的に像が結ばれボケがないとすれば、画像の照度とシーンの点の撮像系方向への輝度との関係は、通常のレンズと同じ形の後述の式 (1) で結ばれる。反射鏡による像の歪みは、シーンの点から見たレンズの見かけの立体角の増減により相殺され、画像照度には無関係となる。

コンピュータビジョンの分野において、レンズの光学的特性を扱った研究は数多くある。ただし、最初に述べた全方位撮像系の研究^{1)~3)}などを除いて、多くはレンズの光学的特性をより正確に簡潔な方法でモデル化しようとしたものであった。そのいくつかをここで述べる。

まず、1 つの研究分野として、レンズの幾何学的な歪みをモデル化し、これを画像上の座標変換によって校正するための手法がさかんに研究されてきた^{6),7)}。歪みの校正は、カメラの内部パラメータ全般を推定するカメラキャリブレーション手法の一部となっており、すでに実用化されている。また、像のボケの性質を利用して撮像系からの奥行き情報を得ようとする depth from focus や depth from defocus では、絞りやフォーカスの変化によるボケの変動が利用されるが、ボケの適切なモデル化が肝要である^{8)~10)}。そこではフォーカス変化にともなって像倍率が不変な(像側)テレセントリック光学系も利用されている。本論文が

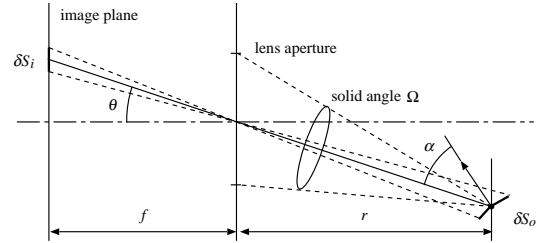


図 2 通常のレンズ系における画像の生成

Fig. 2 Process of image formation in a conventional lens system.

扱うテーマである像面照度の不均一性については、通常のレンズの場合、コサイン 4 乗則や口径蝕などすでに十分理解されていることもあり、そのものを扱った研究はあまりない。文献 11) では、レンズ前面に可変円筒を付加したカメラモデルによって、不均一な像面照度の補正を行い、画像合成に応用している。さらに、レンズの光学的特性を扱ったわけではないが、本論文の研究に特に関連するものに、曲面状の鏡面に写るシーンの像の運動とカメラの運動の幾何学的関係を論じた文献 12) がある。

次節以降、図 1 のような曲面状の鏡を経由して得られるシーンの像について、その画像照度の分布を考えていく。問題になるのは、曲面状の反射鏡によるシーンの反射像は、これを普通のレンズでとらえても、一般にボケのない完全な像が得られないことである。このことは、シーンの輝度と画像の照度との関係を考えるときに何らかの適当な近似を行わないと解析が不可能であることを意味する。3 章でこの近似について述べ、その下でシーンの輝度と画像の照度との関係を導く。この近似とそこから見いだされる結論が、現実の撮像系でも有効かどうかを確かめるために、双曲面鏡を用いた撮像系を対象に数値計算を行った。4 章でその結果を示す。その前に次章で、通常のレンズ系における画像照度についてまとめておく。

2. 通常のレンズ系の像面照度特性

すでに述べたように、通常のレンズ系では、画像の歪みは画像照度に影響を与える。これを概観するため、文献 13) などに詳しいが、通常のレンズ系による画像の生成過程について簡単にまとめておく。図 2 のように、完全な透視投影で歪みがなく、レンズの厚さを 0 と見なせる理想的な光学系を考える。このとき画像面の照度 E と物体表面の点でのレンズ方向への輝度 L の関係は、

$$E = \frac{S_l}{f^2} L \cos^4 \theta \quad (1)$$

で与えられる．ここで θ は視線と光軸のなす角である． S_l はレンズ口径（入射瞳）の面積で， f は画像面とレンズ中心との距離である．コサイン 4 乗則はここに導出される．

この式は，次の 2 つのことを考えて導かれる．画像の微小面積 δS_i が受け取る光はすべて，空間にある物体表面の微小面積 δS_o から発した光をレンズが集めたものであるとして，

$$E \delta S_i = L \Omega \delta S_o \cos \alpha \quad (2)$$

の関係が成り立つ．ただし Ω は物体の点からレンズを見込む立体角で， $\Omega = S_l \cos \theta / (r / \cos \theta)^2$ であり， α は視線と物体の面の向きがなす角である．さらに，レンズ中心を挟んで，面積 δS_i と δS_o とが互いに作る立体角が等しいとして，

$$\frac{\delta S_i \cos \theta}{(f / \cos \theta)^2} = \frac{\delta S_o \cos \alpha}{(r / \cos \theta)^2} \quad (3)$$

が導かれる．この 2 式から δS_i ， δS_o を消去すると式 (1) を得る¹³⁾．

コサイン 4 乗則のほかの，画像の照度に影響を与える要因は，この議論を延長することで同様に論じられる．なかでも画像の歪みが与える効果は次のように説明することができる．画像に歪みがある場合，レンズ中心を挟んで空間側と画像側の立体角が等しくなるとする式 (3) は，正しくなくなる．画像面の単位面積に相当する空間方向の立体角が，上述のような理想光学系と同じにはならないからで，これは空間方向の解像度が $\cos \theta$ の影響を除いても一様でないためといえる．軸外方向から見たとき，レンズの口径（入射瞳）に変化がないとすれば，歪みの結果として，画像面の照度はコサイン 4 乗則を除いても均一でなくなる．

画像の歪みが画像照度に影響するしくみはこのように理解される．次章以降，本章の結果をふまえこれと対比させながら，曲面の反射鏡を用いた撮像系について考える．

3. 反射像の画像照度

ある空間の点から発した光線よりなる光束は，曲面でできた鏡によって反射されると，近似的な細い光束を考えても，一般には非点光束，すなわち，光線が交わる焦点が唯一でない光束になってしまう．線分の交点は唯一点とならず，その集合は火面（caustic surface¹⁾,¹²⁾,¹⁴⁾）と呼ばれる曲面を構成する．非点光束を通常のレンズ系でとらえても，ボケのない完全な像を得ることは一般にできないから，曲面の反射鏡により反射させた像を，レンズによって集光し画像面上に

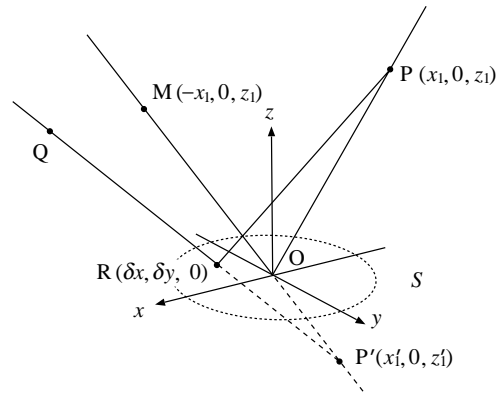


図 3 細い光束の曲面上での反射．P の鏡像が P' Fig. 3 Reflection of a small bundle of rays on a curved surface. P' is a mirror image of P.

得ようとする撮像系は，そもそも通常のレンズ系より性質が悪いといえ，近似的な議論さえ困難である．このことは，画像面の照度と物体の輝度の関係を考えるうえでも，解析を困難にさせる．

ここでは次のように考えて，反射された光束が非点光束となり解析しにくい問題を回避する．まず，主光線が反射される曲面の点まわりの微小な曲面を考え，これを 2 次曲面で表す．次に，空間の 1 点から発した光束が，この 2 次曲面で反射されたとき，1 次近似の意味で非点光束とならないための，曲面の形状に関する条件を導く．そして，考える反射鏡全体で，この条件が満足されると仮定し，反射像の画像照度を計算する．

もちろん以上のような仮定は一般には正しくないが，もし考えている反射鏡が非点光束をつくり出し，その結果，反射鏡を含む撮像系によってボケのない完全な像を得られないとすれば，そもそも物体の輝度と画像の照度を考える意味がない．したがって，反射鏡の形状が，反射光束が非点光束とならない条件を近似的にであるにせよ満足すると仮定し，議論を進めることにする．この仮定の妥当性については，本章の最後で改めて検討する．

3.1 反射光束が非点光束とならないための条件

まず，空間の 1 点から様々な方向に発した光線が，曲面状の反射鏡によって反射されるとき，反射光線からなる光束が非点光束とならないための条件を導く．

補題 1 空間の点 P から発した光線が，曲面の鏡 S 上の点 O で反射されたとする．図 3 のように，S の O での法線を z 軸にとり，線分 PO を含む面を zx 平面とする局所座標系を考える．P の座標を $(x_1, 0, z_1)$ と書く．O のまわりの S の形状を

$$z(x, y) = \frac{1}{2}rx^2 + sxy + \frac{1}{2}ty^2 \quad (4)$$

とする。P から発した光線で、O 以外の S 上の点 R で反射されるものを考える (図 3)。今、曲面のパラメータ r, s, t と入射光線の方向を規定する x_1, z_1 との間に

$$r(x_1^2 + z_1^2) - tz_1^2 = 0 \quad \text{かつ} \quad s = 0 \quad (5)$$

の関係が成立すると仮定する。このとき、光線 PR の反射光線 RQ を曲面方向に延長した直線と、光線 PO の反射光線 OM を曲面方向に延長した直線は、R が O に十分近いとき、その位置によらず交点 (図中 P') を持つ。

(補題 1 の証明) R の x 座標を δx , y 座標を δy とする。 z 座標は自動的に

$$z(x, y) = \frac{1}{2}r\delta x^2 + s\delta x\delta y + \frac{1}{2}t\delta y^2$$

となるが、後で $\delta x, \delta y$ とともに微小であるとしてこれらの 1 次の項までしか考えないので、 $z \approx 0$ とする。したがって $R = (\delta x, \delta y, 0)$ 。R での曲面の法線ベクトル \mathbf{n} は $\mathbf{n} = (-\partial z/\partial x, -\partial z/\partial y, 1)$ で与えられ、

$$\mathbf{n} = (-r\delta x - s\delta y, -s\delta x - t\delta y, 1)$$

となる。表記の便宜上、光線 PR の反射光線上適当な位置に点 Q をとる。光線 PR が R で反射されて光線 RQ になることから次の関係を得る。

$$(2\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^\top - I)\vec{R}\vec{P} \simeq \vec{R}\vec{Q} \quad (6)$$

ただし I は 3×3 の単位行列を表し、 \simeq は定数倍を除き等しいことを表す。上の式における行列 $(2\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^\top - I)$ を、 $\delta x, \delta y$ の 2 次以上の項を無視することで次のように近似する。

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & -2(r\delta x + s\delta y) \\ 0 & -1 & -2(s\delta x + t\delta y) \\ -2(r\delta x + s\delta y) & -2(s\delta x + t\delta y) & 1 \end{bmatrix}$$

式 (6) より、直線 RQ 上の任意の点の座標 (これを (α, β, γ) と書く) は、 ρ をパラメータとして

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ 0 \end{bmatrix} + \rho(2\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^\top - I) \begin{bmatrix} x_1 - \delta x \\ -\delta y \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

と書ける。この点が光線 PO の反射光線 OM の曲面側への延長線上にあるとは、次が成り立つことである。

$$z_1\alpha + x_1\gamma = 0 \quad \text{かつ} \quad \beta = 0$$

$\beta = 0$ は式 (7) より

$$-2sz_1\rho\delta x + (1 + \rho(1 - 2tz_1))\delta y = 0$$

と書き換えられる。仮定より $s = 0$ である。この式

が $\delta x, \delta y$ によらず成り立つためには、

$$\rho = \frac{1}{2tz_1 - 1} \quad (8)$$

でなければならない。この ρ を式 (7) に代入しその結果をさらに $z_1\alpha + x_1\gamma = 0$ に代入し、 $\delta x, \delta y$ に関する 2 次以上の項を無視すると

$$(tz_1^2 - r(x_1^2 + z_1^2))\delta x - s(x_1^2 + z_1^2)\delta y = 0$$

を得る。仮定の $s = 0, r(x_1^2 + z_1^2) - tz_1^2 = 0$ より δx と δy にかかわらずこの式はつねに 0 となる。(証明終わり)

式 (5) は次のように解釈される。式 (4) の 2 次曲面で表される点 O まわりの形状について、O まわりの等高線を考えると、これは一般には楕円になる。入射方向 $(x_1, 0, z_1)$ から見たときに、これが真円になるための条件が式 (5) である。この条件を満たすとき、線分 OM と RQ とが R の位置によらず交点を持つ。さらにこの交点は $R \rightarrow O$ とするとき、O でない線分 OM 上のある 1 点に収束し、それは $R \rightarrow O$ とするときの方向によらないことが次のように示せる。

定理 1 補題 1 と同じ条件を仮定し、式 (5) を仮定する。点 P からの光線が鏡面上の点 O まわりで反射されて作る光束のうち、非常に狭い範囲のものは

$$P' = \left(\frac{x_1}{1 - 2tz_1}, 0, -\frac{z_1}{1 - 2tz_1} \right) \quad (9)$$

を焦点とする。

(定理 1 の証明) 補題 1 の証明において、直線 RQ と OM が交点を持つとき、その交点は、式 (7) の表現において、パラメータ ρ が式 (8) のように決まるときに与えられることが分かった。点の座標は、式 (5) の条件 $s = 0$ をつかうと

$$\left(\frac{x_1 - 2z_1(t - r)\delta x}{1 - 2tz_1}, 0, -\frac{z_1 + 2z_1(t - r)\delta x}{1 - 2tz_1} \right)$$

となる ($\delta x, \delta y$ の 2 次の項を省略した)。($\delta x, \delta y$) \rightarrow (0, 0) の極限で、上の座標値はいずれも、極限をとる方向 ($\delta x, \delta y$) によらず収束し、その値は式 (9) のものに一致する。(証明終わり)

以上より、ある光線の入射方向と入射点まわりの曲面の形状について、補題 1 の式 (5) の条件が成り立てば、図 3 において、点 P から出た光線は、あたかも式 (9) の点 P' から発したかのように見えることが分かった。P' の位置は、曲面の形状 r, t と点 P の位置によって決まり、比が

$$\frac{OP}{OP'} = \frac{1}{1 - 2tz_1} = \frac{z_1}{z_1 - 2r(x_1^2 + z_1^2)} \quad (10)$$

で与えられる。

式 (5) は、曲面のパラメータ以外にも、空間の点の

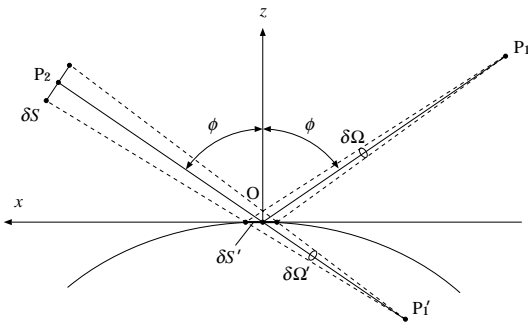


図 4 空間の微小面積が鏡面を經由して張る見かけの立体角
Fig. 4 Apparent solid angle of a small area in the scene as seen via a mirror surface.

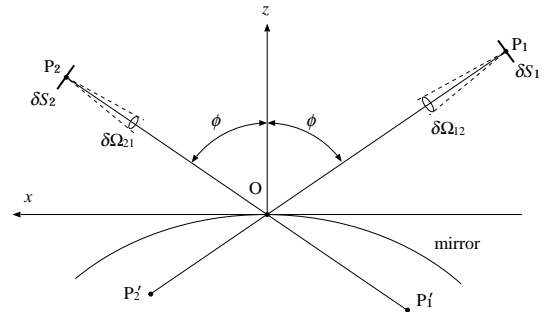


図 5 空間の異なる 2 点から鏡面を經由して互いの位置にある微小面積を見込む立体角の比
Fig. 5 Ratio of two solid angles of small areas at different scene points as seen from each other's point via a mirror surface.

位置を示す x_1 と z_1 を含んでいる．ただし式を見れば分かるように，絶対的な位置を規定するのではなく，その比の絶対値 $|x_1/z_1|$ ，すなわち反射方向も含めた方向のみを規定している．したがって，ある点 P が条件 (5) を満たすとき，直線 PO 上の任意の点も同じ条件を満たすし，さらに反射光線にあたる直線 OM 上の任意の点もこれを満たす．

3.2 反射鏡を介した見かけの立体角

以上の結果を用いて，空間の点から，別の空間の点にある微小面積を，鏡面を經由して反射像として観察したとき，その微小面積がどのくらいの大きさに見えるか，その立体角を計算する．

図 3 同様，曲面上に局所座標系をとり，図 4 のように，空間の点 P_1 から，鏡面を經由して空間の点 P_2 にある微小な面積 δS を見込む立体角を考える．ここでは簡単のため δS は光線 OP_2 に垂直であるとする．まず，定理 1 で定まる点 P'_1 から δS を見込む立体角 $\delta\Omega'$ を考える．これは図から $\delta\Omega' = \delta S / (OP_1' + OP_2)^2$ と求められる．次に P_1 からの立体角 $\delta\Omega$ と今求めた $\delta\Omega'$ との関係を求める．両方の立体角は O において共通する微小面積 $\delta S'$ を見込むから $\delta\Omega = \delta S' \cos \phi / OP_1^2$ と $\delta\Omega' = \delta S' \cos \phi / OP_1'^2$ を得，ここから $\delta S' \cos \phi$ を消去して $\delta\Omega = (OP_1'^2 / OP_1^2) \delta\Omega'$ を得る．結局

$$\delta\Omega = \frac{OP_1'^2}{OP_1^2} \cdot \frac{\delta S}{(OP_1' + OP_2)^2} \quad (11)$$

と計算される．

定理 2 補題 1 の条件と式 (5) を仮定する．図 5 のように，空間の 2 点 P_1, P_2 は鏡面上の点 O に関して互いに反射光線上にあるとする． P_1 から， P_2 にある微小面積 δS_2 を見込む立体角 $\delta\Omega_{12}$ と，ちょうど逆の関係になる P_2 から P_1 にある微小面積 δS_1 を見込む立体角 $\delta\Omega_{21}$ の比は面積の比となる．すなわち

$$\frac{\delta\Omega_{12}}{\delta\Omega_{21}} = \frac{\delta S_2}{\delta S_1} \quad (12)$$

である．

(定理 2 の証明) 点 P_2 は光線 P_1O の鏡面での反射光線上にあるから，適当な係数 a を用いて座標を $(x_2, 0, z_2) = (-ax_1, 0, az_1)$ と表すことができる．

式 (11) から， P_1 から P_2 の面積 S_2 を見込む立体角 $\delta\Omega_{12}$ は

$$\delta\Omega_{12} = \frac{OP_1'^2}{OP_1^2} \cdot \frac{\delta S_2}{(OP_1' + OP_2)^2}$$

と書ける．定理 1 を使うと $OP_1' = OP_1 / (1 - 2tz_1)$ である．これを代入してさらに $OP_2 = aOP_1$ を使うと

$$\delta\Omega_{12} = \frac{\delta S_2}{(1 + a(1 - 2tz_1))OP_1^2}$$

となる．逆に P_2 から P_1 の面積 S_1 を見込む立体角 $\delta\Omega_{21}$ は，まったく同様にして

$$\delta\Omega_{21} = \frac{\delta S_1}{(1 + a(1 - 2tz_1))OP_1^2}$$

となる．したがって

$$\frac{\delta\Omega_{12}}{\delta\Omega_{21}} = \frac{\delta S_2}{\delta S_1}$$

を得る．

(証明終わり)

3.3 反射像の画像照度

以上の結果からシーンの輝度と反射鏡を經由した画像の照度について次がいえる．

定理 3 薄レンズを持つ理想的なカメラを考える．このカメラで曲面状の反射鏡を經由し反射像として物体表面の像を画像上に得たとする(図 1)．このとき，主光線方向と，それを反射する鏡の表面の点 O まわりの鏡の形状が，条件 (5) を満たすとする．注目する物体表面の点の鏡面上の点 O 方向への放射輝度を L とするとき，対応する画像の点での放射照度 E は

$$E = L \frac{S_l}{f^2} \cos^4 \theta \quad (13)$$

で与えられる。ただし S_l はレンズ口径（入射瞳）の面積で、十分小さいとする。 f はレンズの光学中心と画像面の距離、 θ は光学中心と O を結ぶ線分と光軸とがなす角である（図 1 参照）。

（定理 3 の証明）物体の点から反射像として見えるレンズの、見かけの立体角を Ω とする。画像面の微小面積 δS_i を考え、この微小面積がレンズ中心を挟んでレンズ前方にはる立体角を $\delta\omega$ とする。この $\delta\omega$ は、物体表面の微小面積 δS_o の反射像を見込む立体角とする。画像の面積 δS_i が受け取る光のエネルギーは、物体の面積 δS_o からレンズ方向に放射されたものがすべてであるとすると、

$$E \delta S_i = L \Omega \delta S_o \cos \alpha \quad (14)$$

という式を得る。

定理 2 の結果を使うと、立体角 Ω 、 $\delta\omega$ と面積 S_l 、 δS_o について

$$\frac{\Omega}{\delta\omega} = \frac{S_l \cos \theta}{\delta S_o \cos \alpha} \quad (15)$$

を得る。面積 S_l 、 δS_o はそれぞれ投影歪み $\cos \theta$ 、 $\cos \alpha$ の影響を受けることに注意する。

画像の微小面積 δS_i はレンズの光学中心を挟み $\delta\omega$ の立体角をはるから

$$\delta\omega = \frac{\delta S_i \cos \theta}{f^2 / \cos^2 \theta} \quad (16)$$

の関係がある。

式 (14) に、式 (15)、(16) を代入すると

$$E = L \frac{S_l}{f^2} \cos^4 \theta$$

を得る。（証明終わり）

このように、曲面状の反射鏡と通常のレンズからなる撮像系では、像の歪みと画像の照度の間には関係がない。これは、物体の点から見たレンズの見かけの立体角が、像の歪みによる画像照度への影響分を相殺するからである。その仕組みは定理 2 によく表現されている。

3.4 問題点と議論

以上得られた結果は、歪みは画像の照度に影響するという一般的な光学理論とかけ離れているように見える。通常のレンズを考え、理想的な射影関係として透視投影を考えると、画像の歪みとは、物体と画像との間の射影関係が理想的な透視投影からどれだけずれているかで決まる量である。通常のレンズでは、このような射影関係が変化するとき、画像の照度は必ず影響を受け、具体的にはコサイン 4 乗則に従わなくなる。

これに対し上では、反射鏡と通常のレンズからなる撮像系では、反射鏡が射影関係を変化させても画像の照度は何ら影響を受けないと述べた。この一見光学理論に背く表現は、入射瞳面積（上ではレンズの見かけの立体角と表現）が反射鏡の曲率に影響を受け、入射角によって大きく変化することからきている。

また、上では入射角として、撮像系を構成するレンズに対する入射角を考えてきたが、レンズと反射鏡が一体となって撮像系を構成することを考えれば、反射鏡（全撮像系）への光線の入射角をもって論じることが、撮像系としての歪みと照度の関係を論じる場合には自然であるかもしれない。ただし、コンピュータビジョンにおける応用を考慮すると、レンズ単体の入射角（画像の位置）で論じた方がよいと思われるので、以上のような形をとった。

前節までの議論で問題となるのは、反射光束が非点光束とならない曲面の形状と入射光線の方向に関する仮定（式 (5)）である。反射鏡を用いた現実の撮像系では、空間の方向と曲面の形状について、このような条件がつねに成り立つとはいえない。しかし、通常のレンズ系の設計においてもそうであるように¹⁵⁾、式 (10) に比として与えられる焦点の位置は、条件式 (5) が成立しないときでも、参考とできる。式 (5) が成り立たないときには、光束の断面における 2 つの直交方向（meridional, sagittal 方向^{4),5),15)}）について、異なる位置に焦点を持つことになる。焦点の近似的な位置を 1 つ決めるとすれば、これら 2 つの異なる焦点の中間にあって、画像面上に達した光束が作る錯乱円が最小となるような位置がそれである。この 2 つの異なる焦点のうち片方の位置は、式 (10) によって与えられる。したがって、この場合においても、上での議論は実際に有効であると考えられる。

いずれにせよこれ以上厳密な解析と議論を行うことは困難である。そこで、次の節において、上で導いた結論が現実の撮像系で有効であることを、数値計算によって示す。

4. 数値計算による検証

前章で導いた結果を確認するため、数値計算による実験を行った。前章では、画像の歪みが画像照度に与える影響が、空間の点から見たレンズ口径の見かけの立体角の変化により打ち消されることを見た。前者の「画像の歪みが画像照度に与える影響」とは、画像の単位面積が担当する空間の立体角が、鏡面の形状のせいで画像の場所ごとに変化することである。

画像の単位面積が担当する立体角は、画像面の単位

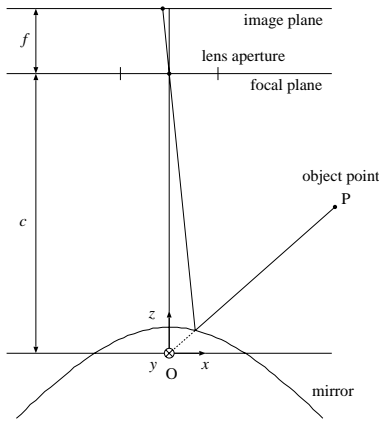


図 6 双曲面鏡を利用した視点が唯一点となる撮像系

Fig. 6 An imaging system using a hyperboloidal mirror that has a single effective viewpoint.

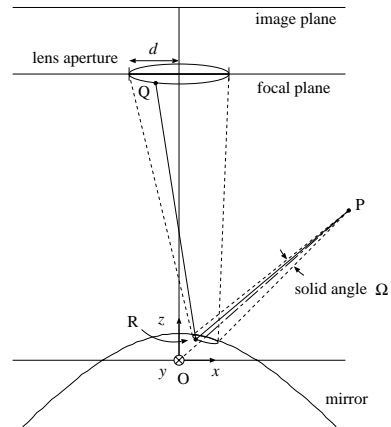


図 7 反射鏡を経由したレンズの見かけの立体角

Fig. 7 Apparent solid angle of the lens as seen via the mirror.

面積と、シーンの物体表面上これに対応する面積の比に比例する。すなわち、画像面の微小面積を dS_i 、対応する物体表面の実効面積を dS_o とすると、 dS_o/dS_i に比例する。一方、物体表面の点から、鏡面を経由してレンズの口径を見込む立体角を Ω とする。球面表面の点での撮像系方向への放射輝度を L とし、この点の像の画像照度を E とすると、 $EdS_i = L\Omega dS_o$ を得る。これからただちに

$$\frac{E}{L} = \Omega \frac{dS_o}{dS_i}$$

の関係を得る。 Ω と dS_o/dS_i の積は、 E/L 、すなわち放射輝度 $L = 1$ としたときの画像照度を与える。画像の歪みにより dS_o/dS_i は影響を受け、しかも画像の位置によってその度合いは変わる。同時にレンズの見かけの立体角 Ω も変化し、 E は一定(通常の投影歪みの影響によるコサインの成分は除く)になるといえるのが、論文の結論である。

以下では、 dS_o/dS_i と Ω が、鏡面の形状の影響を受けて(画像面における像の位置ごとに)変化することをまず確かめ、さらにそれらの積をとると変化は相殺して画像照度 E は一定となることを確認する。ここでは、図 6 に示すような双曲面鏡を用いた全方位撮像系³⁾を対象とした。鏡の形状は

$$\frac{1}{a_h^2} \left(z - \frac{c}{2} \right) - \frac{1}{b_h^2} (x^2 + y^2) = 1 \quad (17)$$

ただし、

$$a_h = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{k-2}{k}}, \quad b_h = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{2}{k}} \quad (18)$$

とする。座標系は図 6 のようにとる。パラメータ k によって双曲面の形状は変化する。双曲面の 2 つある焦点の 1 つの位置にレンズの光学中心を置くことによ

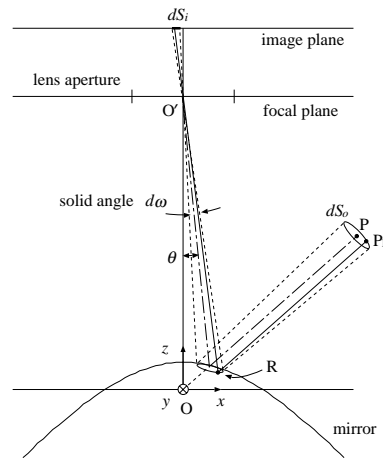


図 8 画像の微小面積と物体表面の微小面積との関係。

Fig. 8 Relationship between a small area of the image plane and a small area of the object surface.

り、画像面に得られる像は、 k によらず唯一視点(座標の原点)から得たものとなる。

この撮像系に対して、上で述べた Ω と dS_o/dS_i の 2 つの値を、数値計算によって求めた。 Ω は、図 7 のように、空間の点 P からレンズ口径の反射像を見込む立体角である。 dS_o/dS_i は、図 8 のように、同じ点 P にある微小面積 dS_o と、これをレンズ中心から見込む立体角 $d\omega$ に対応する画像の微小面積 dS_i との比である。まず、レンズの見かけの立体角 Ω は次のようにして求めた。図 7 において、レンズの口径の外周(半径 d の円とする)にそって動く点 Q を考える。点 P の位置を固定したまま、Q だけを動かすと、鏡面上の反射点 R が移動する。Q の位置を離散的に変化させたときの R の位置の変化を求め、そこから光線 PR の変化を計算し、立体角を計算した。さらに、画

像の単位面積あたりの物体表面の面積 dS_o/dS_i は次のようにして求めた．図 8 のように P を通り，線分 PO に垂直な面を考え，その上に微小な円を描く．円の周上に沿って動く点 P_1 を考え，光学中心 O' との間の鏡面上の反射位置 R を求める．そしてそこから光線 O'R の変化を計算し，立体角 $d\omega$ を求めた．比 dS_o/dS_i は $dS_o/dS_i = dS_o/d\omega f^2 / \cos^3 \theta$ として計算した．以上 2 つの値を求めるのに，与えられた 2 点に対する，鏡面上における反射の点 R を求めることが必要になる．これは Powell 法を用い反復計算によって求めた（今の場合，双曲面鏡を用いており視点はただ 1 つとなるので， dS_o/dS_i については，上述の視点がただ 1 つとなる性質から，解析的に計算できる³⁾）．

それぞれのパラメータは文献 3) と同じものを使用し，実際の状況とした．双曲面の 2 つの焦点間の距離（すなわちレンズの光学中心と双曲面の 1 つの焦点の距離）を $c = 1.0$ とし，レンズの口径はその半径を $d = 0.01$ とした．さらにレンズの光学中心と画像面の距離は $f = 0.1$ とした．これらのパラメータの下で，双曲面のパラメータ k をいろいろ変えて，計算を行った．

具体的には，物体の点 P を，視点である原点 O を中心とする zx 平面上の半径 5 の円周上 ($z > 0$ のみ，回転対称性から北半球すべてをカバーすることになる) に分布させて，各点から見たレンズの立体角と，さらに画像の単位面積あたりの物体表面上の面積 dS_o/dS_i を， $k = 6.1$ と $k = 21.0$ の場合について計算した．それらの値を，点 P に対応する画像の位置に対してプロットしたものが図 9 と図 10 である．画像の位置は，系がレンズの光軸に対して回転対称であるので，画像中心からの距離で表した．

まず，各点からレンズを見込む立体角について， $k = 6.1$ と $k = 21.0$ を比較すると，両者の間で 1 桁以上異なることが分かる．両方の場合でレンズの口径は不変なので，双曲面の曲率の変化が効果として現れている．また，それぞれ，画像の位置ごとに値が変化しており，曲面上の反射点の位置ごとに影響が異なることが分かる．さらに dS_o/dS_i についても， $k = 6.1$ と $k = 21.0$ の間で 1 桁以上異なっており，また画像の位置によって値が変動している．こちらも同様に双曲面の形状が影響していることが分かる．

上で述べたように Ω と dS_o/dS_i の積は，物体表面の輝度を 1 としたときの画像照度に等しくなる．そこで上で計算して別々に得た両者の積をとり，これをやはり画像の位置に対してプロットした．これを図 11 に示す． Ω ， dS_i/dS_o とともに， $k = 6.1$ と $k = 21.0$

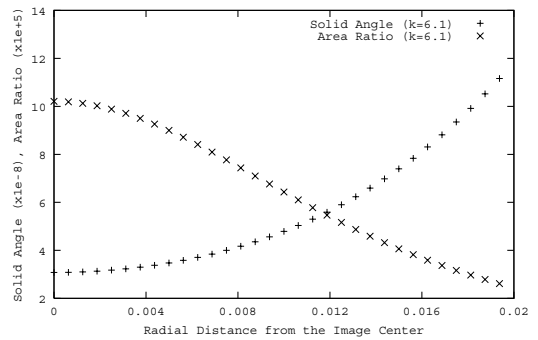


図 9 画像の位置（光軸から測った距離）に対する，その位置に対応する空間方向のレンズを見込む立体角の変化と，画像の単位面積あたりの物体表面の面積の変化． $k = 6.1$ の場合．縦軸のスケールに注意

Fig. 9 Radial distance from the image center vs. apparent solid angle of the lens and the surface area per unit image area, as seen from the corresponding scene direction. The case of $k = 6.1$. Note the scale of the y -axis.

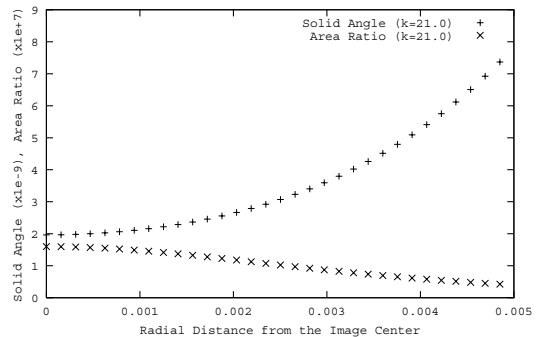


図 10 画像の位置（光軸から測った距離）に対する，その位置に対応する空間方向のレンズを見込む立体角の変化と，画像の単位面積あたりの物体表面の面積の変化． $k = 21.0$ の場合．縦軸のスケールに注意

Fig. 10 Radial distance from the image center vs. apparent solid angle of the lens and the surface area per unit image area, as seen from the corresponding scene direction. The case of $k = 21.0$. Note the scale of the y -axis.

の場合で互いに大きく異なっていたが，これらの効果は積をとることで相殺され，画像照度は完全に等しくなっていることが分かる．図 11 中の点線は，レンズ系のみに関する理論的なコサイン 4 乗則を表示したものである． $k = 6.1$ と $k = 21.0$ の両方ともこれにほぼ従っており，画像の位置に対する変化分が相殺されていることが分かる．

このように，双曲面鏡を用いた撮像系に対して，前章で導いた結論が数値計算によって確かめられた．

5. まとめ

本論文では，曲面状の反射鏡によるシーンの反射像

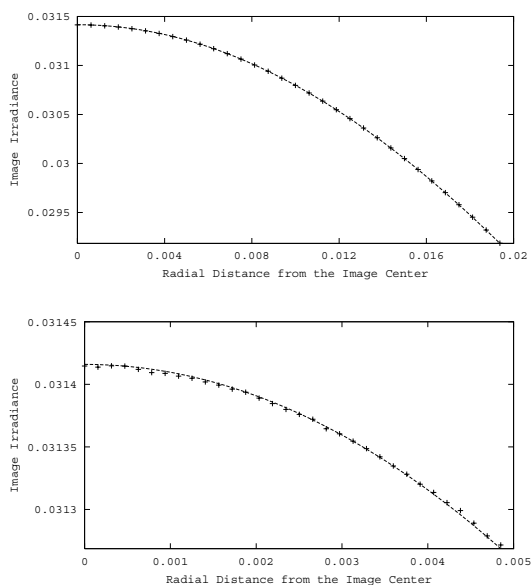


図 11 レンズの見かけの立体角と、画像の単位面積あたりの物体表面の面積を掛けたもの(物体の輝度を 1 としたときの画像照度). 上は $k = 6.1$, 下は $k = 21.0$ での結果. 点線はコサイン 4 乗則 ($S_i \cos^4(\tan^{-1}(x/f))$) を表す

Fig. 11 Product of the apparent lens solid angle and the surface area per unit image area, or the image irradiance of the scene point with unit radiance. Upper: $k = 6.1$. Lower: $k = 21.0$. The dotted lines show the theoretical \cos^4 rule (i.e., $S_i \cos^4(\tan^{-1}(x/f))$).

を理想的なレンズでとらえたとき、ボケのない完全な像が得られるとすれば、画像の照度とシーンの点の撮像系方向への輝度との関係は、通常のレンズにおける関係とまったく同じになることを示した。魚眼レンズなど光学レンズでは、像の歪みは直接画像の照度に影響するが、反射鏡を用いる全方位センサでは、像の歪みがあるにもかかわらず、それは画像の照度には影響しない。普通の光学レンズでは、広角になるにつれコサイン 4 乗則などを筆頭に、周辺光量が低下する問題に悩まされる。一方で、曲面状の反射鏡を用いる全方位画像センサでは、通常のレンズ系と同等のフォーカスの性能を得ることは難しくなるものの、周辺光量の低下の問題からは解放される。

参 考 文 献

- 1) 山澤一誠：ミラーを用いた全方位カメラの原理と特徴，情報処理学会研究報告 2001-CVIM-125，Vol.2001，No.4，pp.155-160 (2001)。
- 2) 八木康史：全方位ビジョンの研究動向，情報処理学会研究報告 2001-CVIM-125，Vol.2001，No.4，pp.147-154 (2001)。
- 3) Baker, S. and Nayar, S.K.: A Theory of

- Single-Viewpoint Catadioptric Image Formation, *International Journal of Computer Vision*, Vol.35, No.2, pp.175-196 (1999).
- 4) Born, M. and Wolf, E.: *Principles of Optics*, Pergamon Press (1974).
- 5) 高野栄一：レンズデザインガイド，写真工業出版社 (1993)。
- 6) Weng, J., Cohen, P. and Herniou, M.: Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.14, No.10, pp.965-980 (1992).
- 7) Shih, S.W., Hung, Y.P. and Lin, W.S.: When should we consider lens distortion in camera calibration, *Pattern Recognition*, Vol.28, pp.447-461 (1995).
- 8) Grossmann, P.: Depth from focus, *Pattern Recognition Letters*, Vol.5, pp.63-69 (1987).
- 9) Krotkov, E.: Focussing, *International Journal of Computer Vision*, Vol.1, pp.223-237 (1987).
- 10) Subbarao, M. and Gurumoorthy, N.: Depth recovery from blurred edges, *Proc. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.498-503 (1988).
- 11) 天野 晃，浅田尚紀，馬場雅志：ズームレンズの光学的ひずみの解析と補正：可変円筒モデルを用いた口径蝕現象の解析と画像周辺明度低下の補正，信学論 D-II，Vol.J80-D-II，pp.1458-1465 (1997)。
- 12) Oren, M. and Nayar, S.K.: A Theory of Specular Surface Geometry, *International Journal of Computer Vision*, Vol.24, No.2, pp.105-124 (1997)。
- 13) Horn, B.K.P.: *Robot Vision*, MIT Press, Cambridge, MA (1986)。
- 14) Koenderink, J.J.: *Solid Shape*, MIT Press, Cambridge, MA (1988)。
- 15) 小倉磐夫：現代のカメラとレンズ技術，写真工業出版社 (1995)。

(平成 13 年 3 月 1 日受付)

(平成 13 年 9 月 7 日採録)

(担当編集委員 日浦 慎作)



岡谷 貴之(正会員)

1999年東京大学大学院博士課程修了(計数工学)。同年より東北大学大学院情報科学研究科助手。2001年東北大学大学院情報科学研究科講師，現在に至る。コンピュータビジョ

ンの研究に従事。計測自動制御学会会員。



出口光一郎(正会員)

1976年東京大学大学院修士課程修了(計数工学)。同年より東京大学工学部助手，講師を経て，1984年山形大学工学部情報工学科助教授，1988年東京大学工学部計数工学科

助教授，1998年東北大学大学院情報科学研究科教授，現在に至る。この間，1991～1992年米国ワシントン大学客員準教授。コンピュータビジョン，画像計測の研究に従事。計測自動制御学会，電子情報通信学会，日本ロボット学会，形の科学会，IEEE等の会員。
