正規化固有空間への最適部分射影とその応用

坂上 文彦† 尺長 健†

本稿では，照明変動およびノイズに影響されない物体認識を目指す立場から，基本問題として正規化固有空間への部分射影を取り上げ，その最適化法を論じる．ここで，正規化固有空間とは，画像の輝度の総和を一定とする正規化画像空間内に構成される固有空間であり，輝度変化に対して不変であるという特長を持つ．本稿では，まず，問題の定義を与え，解法を論じる．ここで，正規化固有空間の同次表現（同次固有空間）を導入することにより，正規化固有空間への部分射影の最適化（最適部分射影）が同次固有空間への線形射影に帰着できることを示す．最後に公開データベース Yale Database B 上での認識実験により，同次固有空間を利用した最適部分射影の応用例を示す．本稿で示す最適部分射影はコンピュータビジョンの様々な問題に応用可能であると考えられる．

Optimal Partial Projection to Normalized Eigenspace and Its Applications

Fumihiko Sakaue† and Takeshi Shakunaga†

This paper discusses an optimal partial projection to a given normalized eigenspace. After the definition of the problem, a simple solution is provided using a concept of homogeneous eigenspace. The proposed method can be applied to various problems related to object recognition.

1. はじめに

固有空間への射影問題は，コンピュータビジョンにおいて様々な応用に用いられる基本的な問題である．ここで，画像中にノイズが少量しか含まれない場合，固有空間への射影は線形演算のみで容易に実現できる．一方，ノイズが多く含まれる場合にはノイズ検出と最適射影の問題を同時に解決する必要があり，これまでに，繰返しに基づく様々な方法が提案されている[2),8),9),16)]．これらの方法は，いずれも経験的にある程度の有効性が確認されているものの，収束性や計算効率には残された問題も多い．これらの問題は，各方法が繰返し法を前提としてノイズ成分の分離を行っていることに起因する．したがって，このような手法に基づきロバスト射影を実現することは容易ではない．

また，RANSAC に基づき各画素を拡散反射成分に変換し，影等を分離する方法（画像線形化）[7),11)] も提案されている．この方法は仮説検証を包含しているため，ノイズ量が少ない場合には，少量のサンプリングで高いロバスト性を実現できる．一方，画像中のノイズ量が増加した場合，多量のサンプリングが必要になるという問題がある．

このように，問題の多くは画像からノイズ成分を分離する際に発生する．そこで，本稿では，ノイズの取扱いを含めた議論であるロバスト射影ではなく，ノイズ対策と独立である部分射影問題を取り上げて分析し，固有空間のロバストな利用方法を検討する．

固有空間は物体認識に広く利用されているが，その有効性は固有空間の構成法と密接に関連する．本稿では，正規化固有空間と呼ぶ輝度値の総和を一定にした画像から構成される固有空間を対象として議論を行う．これにより，照明変動の影響を受けにくい条件下で，部分射影問題を論じることができる．このため，正規化固有空間への最適部分射影問題として問題を定式化し，その解法を論じる．

コンピュータビジョンの分野で広く利用される座標の表記方法として同次座標がある．特に，射影幾何においては，表記の簡単化のため様々な形で利用される．たとえば，本来非線形のマッピングである透視射影を，同次座標により線形化できることが知られており，多眼幾何の問題は同次表現を駆使することにより簡潔に取り扱うことができる[6)]．本稿ではこの同次表現を射影幾何の問題ではなく，正規化固有空間への射影に対

† 岡山大学
Okayama University

して導入する．固有空間は通常，射影とともに使用されるため，射影と親和性のある同次表現を導入することは自然と考えられる．そこで，正規化固有空間の同次表現として同次固有空間を導入することにより，正規化固有空間への部分射影問題が線形射影に帰着できることを示す．最後に Yable Face Database B 上での認識実験により最適部分射影の有効性を示す．最適部分射影は顔認識や物体認識など[4),10),12),13),17),19)]に，広く，また，容易に適用可能であると考えられる．

2. 同次画像空間と同次固有空間

2.1 正規化画像空間（NIS）

尺長・重成[17)]は，照明に依存しない画像認識を実現するため，画素値の総和を一定に正規化した画像により構成される正規化画像空間（NIS: Normalized Image Space）を提案している．本稿の議論は，これをベースとしているため，以下ではまず，この定義と性質を説明する．

いま，n 個の画素からなる画像 $\mathbf{X}$ が n 次元画像空間（n-IS: Image Space）の要素（点）として表現される場合を考える．このとき，$\mathbf{X}$ の正規化画像 $\mathbf{x}$ は次式により定義される．

$$\mathbf{x} = \mathbf{X}/(\mathbf{1}^T\mathbf{X}) \tag{1}$$

正規化画像 $\mathbf{x}$ は $\mathbf{1}^T\mathbf{x} = 1$ の意味で正規化されている．正規化画像空間は n-IS の画像を正規化した画像集合により構成された空間であり，n-IS からのマッピングにより構成される正規化画像空間を n-NIS と表す．n-IS の（$\mathbf{0}$ でない）画像 $\mathbf{X}$ は，すべて式 (1) により n-NIS へと射影される．

この正規化は，画像における輝度のエネルギーの総和を一定にするという点で，自然かつ妥当な正規化である．また，この正規化により構成される NIS は，平均操作に対して閉じているという特長を持つ．つまり，正規化画像集合 $\{\mathbf{x}_i\}$ の平均画像 $\overline{\mathbf{x}} = 1/n\sum_i \mathbf{x}_i$ は $\mathbf{1}^T\overline{\mathbf{x}} = 1$ を満たす．これにより，平均画像を原点とする固有空間の取扱いを単純化することができる．

ここで，$\mathbf{x}$ は $\mathbf{1}^T\mathbf{x} = 1$ を満たすため，実質的には $(n-1)$ 次元空間の点として考えられる．これは $\mathbf{x}$ に含まれる情報を完全に保ったまま $\mathbf{x}$ 中の要素を 1 つ削除することができることを示している．しかし，本稿では記述の対称性を保つため，$\mathbf{x}$ の表現方法として n 次元表現を用いる．なお，n-IS と n-NIS の関係は 3 次元の RGB 色空間（R，G，B）と色度平面（r，g，b）の関係と本質的に等価である．

図 1 に拡散反射面を対象とした場合の，n-IS と n-NIS 関係を示す．図中に示された，n-IS における 3 つの基底，$\mathbf{X}_1$，$\mathbf{X}_2$，$\mathbf{X}_3$ により張られる 3 次元部分空間は，3 点 $\mathbf{x}_1$，$\mathbf{x}_2$，$\mathbf{x}_3$ を含む 2 次元部分空間へとマッピングされる．

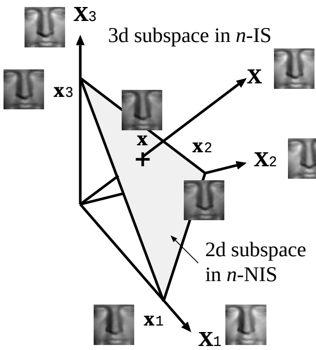


図 1 n-IS と n-NIS の関係
Fig. 1 Relationship between n-IS and n-NIS.

2.2 同次画像空間

本稿では画像の表現方法に同次表現を導入する．n-NIS における正規化画像 $\mathbf{x}$ の同次表現 $\tilde{\mathbf{x}}$ は次式により定義される．

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \beta\mathbf{x}^T & \beta \end{bmatrix}^T \tag{2}$$

ここで，β は実定数である．このような $\tilde{\mathbf{x}}$ の集合により構成される $(n+1)$ 次元の空間を同次画像空間（HIS: Homogeneous Image Space）と呼び，また，$(n+1)$-HIS と記す．

定義より，HIS 内の $\tilde{\mathbf{x}}$ と $k\tilde{\mathbf{x}}$ は NIS において同一の画像を表現している．これにより，ある画像 $\tilde{\mathbf{x}}$ を定数倍して得られる画像は，すべて等価であると見なすことができる．この枠組みでは，$[\ \mathbf{x}^T \quad 1\ ]^T$ の代表画像として，NIS 内の画像 $\mathbf{x}$ を考えることができる．また，n-NIS が本質的には $(n-1)$ 次元の空間であるため，$(n+1)$-HIS は，本質的には n 次元の空間である．このことから，$(n+1)$-HIS は，n-IS にアフィン変換を施した空間とみなすことができる．また，$\tilde{\mathbf{x}}$ から 1 つの要素を取り除いても $\tilde{\mathbf{x}}$ の情報は完全に保たれるが，NIS の場合と同様に，記述の対称性を保持するため，$\tilde{\mathbf{x}}$ から 1 つの要素を取り除くことはしない．その結果，n-IS 内の $\mathbf{0}$ 以外の画像 $\mathbf{X}$ は，$(n+1)$-HIS において $\tilde{\mathbf{X}} = [\ \mathbf{X}^T \quad \mathbf{1}^T\mathbf{X}\ ]^T$ と表現できる．このことから，$(n+1)$-HIS における同次画像 $\tilde{\mathbf{X}}$ は，最初の n 個の要素を最後の要素で除すことにより，正規化画像に変換できる．HIS において重要となる性質を以下に示す．

(1) $\tilde{\mathbf{X}} = a\tilde{\mathbf{Y}}$ であるとき，$\tilde{\mathbf{X}}$ と $\tilde{\mathbf{Y}}$ は HIS において等価である．

(2) $(n+1)$-HIS は，画像輝度の飽和がなく，また，影領域を含まない限り，輝度に対して不変な画像表現を与える．

2.3 正規化固有空間

n-NIS において正規化画像集合 $\{\mathbf{x}_k\}$ が与えられた場合，これらの画像から固有値解析（主成分分析）により $m(<n)$ 次元の固有空間を作成できる．ここで，固有空間の平均（画像）$\overline{\mathbf{x}}$ および共分散行列 Σ は，与えられた画像集合 $\{\mathbf{x}_k\}$ から次式により計算できる．

$$\overline{\mathbf{x}} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{x}_k$$

$$\Sigma = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}(\mathbf{x}_k - \overline{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_k - \overline{\mathbf{x}})^T$$

上式で，K は画像の枚数を示す．

対角行列 Λ で，Σ の固有値を降順に並べたものを示す．また，Φ は第 i 列が Σ の第 i 番目の固有ベクトルに対応する行列とする．Σ を固有値分解することにより次式の関係が導かれる．

$$\Lambda = \Phi^T\Sigma\Phi \tag{3}$$

このとき，Φ の左 m 列からなる部分行列を Φ_m とする．$\overline{\mathbf{x}}$ を中心とし，Φ_m を軸として張られる固有空間への画像 $\mathbf{x}$ の射影 $\mathbf{x}^*$ は次式より得られる．

$$\mathbf{x}^* = {\Phi_m}^T(\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}) \tag{4}$$

また，画像 $\mathbf{x}$ を固有空間に射影することで得られる残差 $\mathbf{x}^\sharp$ は次式で与えられる．

$$\mathbf{x}^\sharp = \mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}} - \Phi_m\mathbf{x}^* \tag{5}$$

このように，NIS 内で作成された m 次元固有空間を，正規化固有空間（NES: Normalized EigenSpace）と呼び，m-NES と記す．また，このような固有空間を明示的に示す場合は，中心 $\overline{\mathbf{x}}$ と固有軸 Φ_m により $\langle\overline{\mathbf{x}}, \Phi_m\rangle$ と記す．

2.4 同次固有空間

(a) 形式的定義

本節では同次固有空間の定義を行う．まず，m-NES $\langle\overline{\mathbf{x}}, \Phi_m\rangle$ への射影 $\mathbf{x}^*$ を同次表現を用いて次のように定義する．

$$\tilde{\mathbf{x}}^* = \left[\begin{array}{cc} \beta\mathbf{x}^{*T} & \beta \end{array}\right]^T \tag{6}$$

ここで，β は実定数である．このような $\tilde{\mathbf{x}}^*$ により構成される $(m+1)$ 次元空間を同次固有空間（HES: Homogeneous Eigenspace）と呼び，$(m+1)$-HES と記す．

これにより，HES においては $\tilde{\mathbf{x}}^*$ と $k\tilde{\mathbf{x}}^*$ は m-NES における同一のベクトルを表現している．つまり，あるベクトルを定数倍して得られるベクトルは，互いに等価であると見なすことができる．このような等価性を持つベクトルの集合は，HES において同次なベクトルといえる．この枠組みでは，$[\ \mathbf{x}^{*T}\quad 1\ ]^T$ は m-NES における $\mathbf{x}^*$ を代表ベクトルであると見なすことができる．m-NES と $(m+1)$-HES の関係は，n-NIS と $(n+1)$-HIS の関係と類似しており，これらの関係は**図 2** のように表される．

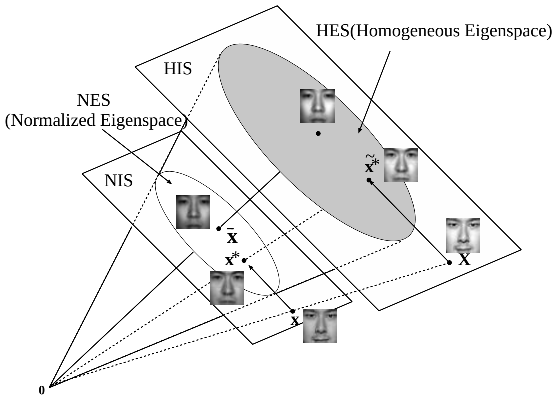


図 2 HIS，HES，NIS，NES の関係
Fig. 2 Visualization of HIS, HES, their relationship to NIS and NES.

(b) 構成的定義

上述の形式的定義に従って，m-NES から $(m+1)$-HES を構成する．定義によれば，$(m+1)$-HES は m-NES に平行な空間の集合からなり，また，各平行空間は無限遠以外で交わらない．m-NES は輝度方向に閉じた空間なので，以下の行列 $\tilde{\Phi}_m$ を構成することにより，定義を満たす空間を表現できる．

$$\tilde{\Phi}_m = \left[\begin{array}{cc} \Phi_m & \overline{\mathbf{x}} \end{array}\right] \tag{7}$$

Φ_m により構成される部分空間が輝度方向に対して閉じていることから，$\tilde{\Phi}_m$ により構成される部分空間は，同次固有空間の定義を満たす．この式からも分かるとおり，m-NES が n-NIS に構成されていたのに対し，$(m+1)$-HES は n-IS に構成される．したがって，n-IS 内の画像 $\mathbf{X}$ の $(m+1)$-HES への射影 $\tilde{\mathbf{x}}^*$ は次式によって与えられる．

$$\tilde{\mathbf{x}}^* = \tilde{\Phi}_m^+\mathbf{X} \tag{8}$$

ただし，$\tilde{\Phi}_m^+$ は $\tilde{\Phi}_m$ の疑似逆行列であり，以下のように表される．

$$\tilde{\Phi}_m^+ = (\tilde{\Phi}_m^T\tilde{\Phi}_m)^{-1}\tilde{\Phi}_m^T = \begin{bmatrix} \Phi_m^T\Phi_m & \Phi_m^T\overline{\mathbf{x}} \\ \overline{\mathbf{x}}^T\Phi_m & \overline{\mathbf{x}}^T\overline{\mathbf{x}} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} \Phi_m^T \\ \overline{\mathbf{x}}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m^T & \Phi_m^T\overline{\mathbf{x}} \\ \overline{\mathbf{x}}^T\Phi_m & \overline{\mathbf{x}}^T\overline{\mathbf{x}} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} \Phi_m^T \\ \overline{\mathbf{x}}^T \end{bmatrix}$$

ここで，I_m は $m \times m$ の恒等行列である．

3. 部分射影の最適化

3.1 問題の定義

本章では m-NES に対する部分射影について議論する．ここで，部分射影とは，画像空間において，有効である領域が限られている場合に，有効な情報のみから固有空間への射影を行うことである．なお，本章ではこの有効領域が既知であり，$n \times n$ 対角行列 P により表現されるものとする．P の対角要素は 0 または 1 であり，入力画像から固有空間への射影において第 j 画素が有効である場合には第 j 対角要素 p_{jj} は 1，そうでない場合は 0 となる．特殊な場合として，すべての要素が有効である場合があり，P は恒等行列 I となる．また，あらゆる P について明らかに $P = P^T = PP^T$ が成立する．以降ではこの P を領域指定行列と呼ぶ．

m-NES $\langle \overline{\mathbf{x}}, \Phi_m \rangle$ および n-IS の画像 $\mathbf{X}$ が与えられたとする．このとき，$\mathbf{X}$ は $\mathbf{x} = \mathbf{X}/(\mathbf{1}^T\mathbf{X})$ として n-NIS へとマッピングされる．また，n-NIS から m-NES への射影 $\mathbf{x}^*$ は次式で示される誤差 ϵ_I を最小化することにより求められる．

$$\epsilon_I = (\mathbf{x}' - \Phi_m\mathbf{x}^*)^T(\mathbf{x}' - \Phi_m\mathbf{x}^*) \tag{9}$$

ここで，$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}$ である．$\mathbf{x}^*$ は，Φ_m が正規直交ベクトルの集合により構成されているため，次式により簡単に求められる．

$$\mathbf{x}^* = \Phi_m^T\mathbf{x}' = \Phi_m^T(\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}) \tag{10}$$

ここで，未知領域が存在し，領域指定行列 P が与えられた場合を考える．このとき，部分射影の最適化は次式で表現される誤差 ϵ_P を最小化する問題として定義できる．

$$\epsilon_p = (\mathbf{x}' - \Phi_m\mathbf{x}^*)^T P(\mathbf{x}' - \Phi_m\mathbf{x}^*) = (P\mathbf{x}' - P\Phi_m\mathbf{x}^*)^T(P\mathbf{x}' - P\Phi_m\mathbf{x}^*)$$

ϵ_P を最小化する $\mathbf{x}^*$ を求めることは次式を満たす $\mathbf{x}^*$ を求めることと等価である．

$$P\mathbf{x}' = P\Phi_m\mathbf{x}^* \tag{11}$$

この問題は $P = I$ の場合，式 (10) と等価であり，容易に解くことができる．一方，$P \neq I$ の場合，ノイズの影響から正しく正規化を行えず，$\mathbf{x}'$ を直接計算できないため，新たな解法が必要となる．

3.2 解法 A：NES への直接射影

解法 A では，部分射影問題の解を求めるため，式 (6) により定義される β を用いる．この HES における β が，HIS における $\beta = \mathbf{1}^T\mathbf{X}$ と等しいと仮定した場合，$\mathbf{x}'$ は β と $\mathbf{X}$ により次式のように表現される．

$$\mathbf{x}' = \frac{1}{\beta}\mathbf{X} - \overline{\mathbf{x}} \tag{12}$$

式 (12) を式 (11) に代入することにより，次式が得られる．

$$-P\overline{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} P\Phi_m & -P\mathbf{X} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ 1/\beta \end{bmatrix} \tag{13}$$

したがって，β と $\mathbf{x}^*$ は次式により求められる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}^* \\ 1/\beta \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} P\Phi_m & -P\mathbf{X} \end{bmatrix}^+ P\overline{\mathbf{x}} \tag{14}$$

3.3 解法 B：HES への射影の利用

部分射影問題の解は以下に示すように，HES を経由することによっても求められる．すなわち，式 (11) と式 (12) を組み合わせることにより次式が導かれる．

$$P\mathbf{X} = \begin{bmatrix} P\Phi_m & P\overline{\mathbf{x}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \beta\mathbf{x}^* \\ \beta \end{bmatrix} = P\tilde{\Phi}_m\tilde{\mathbf{x}}^* \tag{15}$$

これにより，NES への部分射影問題は HES への部分射影問題に帰着され，$\tilde{\mathbf{x}}^*$ は次式により求められる．

$$\tilde{\mathbf{x}}^* = (P\tilde{\Phi}_m)^+P\mathbf{X} \tag{16}$$

ここで，$(P\tilde{\Phi}_m)^+$ は次式により表される．

$$(P\tilde{\Phi}_m)^+ = (\tilde{\Phi}_m^T P\tilde{\Phi}_m)^{-1}(P\tilde{\Phi}_m)^T = \begin{bmatrix} \Phi_m^T P\Phi_m & \Phi_m^T P\overline{\mathbf{x}} \\ \overline{\mathbf{x}}^T P\Phi_m & \overline{\mathbf{x}}^T P\overline{\mathbf{x}} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} \Phi_m^T P \\ \overline{\mathbf{x}}^T P \end{bmatrix}$$

$\tilde{\mathbf{x}}^*$ の各要素から，$\mathbf{x}^*$ は次式のように求められる．

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^*/\tilde{x}_{m+1}^* & \cdots & \tilde{x}_m^*/\tilde{x}_{m+1}^* \end{bmatrix}^T \tag{17}$$

ただし，$\tilde{\mathbf{x}}^* = [\ \tilde{x}_1^* \ \cdots \ \tilde{x}_{m+1}^*\ ]^T$．

3.4 2 つの解法の比較

式 (14)，式 (16) のどちらを用いても，与えられた $P\mathbf{X}$ から部分射影 $\mathbf{x}^*$ を求めることができる．しかし，この 2 つの解法には以下に示すような相違点がある．

(a) HES との関係：

解法 A では，式 (14) に HES への明示的な射影が存在しないため，n-IS から m-NES への直接的な射影が行われる．一方，**解法 B** では，式 (16) に明示的な HES の射影が存在するため，いったん n-IS から $(m+1)$-HES への射影が行われた後，改めて m-NES

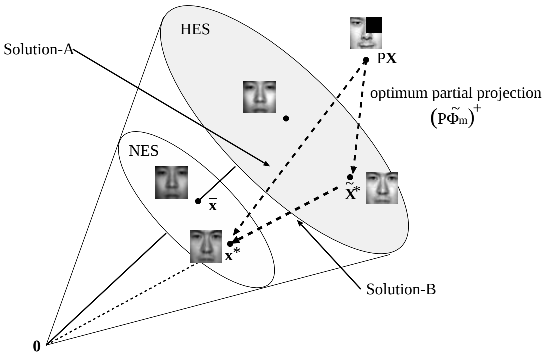


図 3　解法 A と解法 B の関係
Fig. 3　Relationship between Solution-A and Solution-B.

への射影が行われる．**図 3** に**解法 A** と**解法 B** の関係を示す．

(b) Φ_m，P が一定の場合：

解法 A では，$P\mathbf{X}$ が式 (14) の疑似逆行列中に含まれるため，疑似逆行列の計算が $\mathbf{X}$ に依存する．そのため，Φ_m，P が一定である場合でも，$\mathbf{X}$ が変化するたびに疑似逆行列の計算が必要である．一方，**解法 B** においては，疑似逆行列の計算において，$\mathbf{X}$ が現れないため，Φ_m，P が固定であれば $\mathbf{X}$ が変化した場合でも疑似逆行列の再計算を行う必要はない．つまり，1 度疑似逆行列を計算しておけば，それ以降は単なる行列の積計算のみにより部分射影を行うことが可能になる．これにより，**解法 B** は Φ_m，P が一定となる問題において非常に有効な手法となる．

3.5　拡散反射面における部分射影と β の関係

本節では，拡散反射面を表現した固有空間が与えられた場合について，その固有空間から構成される同次固有空間への部分射影と β の関係を考察する．**図 4** に拡散反射球面から構成される固有空間の中心と固有軸を示す．この固有空間は拡散反射モデルに基づいて計算機上で作成された画像から構成されており，十分に拡散反射モデルを近似している．IS では拡散反射面は 3 次元の固有空間で表現できる[18] ことが知られているが，正規化画像から構成される正規化固有空間は 2 次元空間となる．ここから構成される同次固有空間に**図 5** に示した球面の画像を部分射影する場合を考える．

まず，(a) は球の正面方向から照明を当てた画像である．このように，画像の大部分が拡散反射面で構成される画像の場合，$\beta > 0$ となる．(b) は球の斜め後方から照明を当てた画像である．この画像を部分射影した場合，$\beta < 0$ となる．これは，この画像の大部分が attached shadow により構成されるためである．

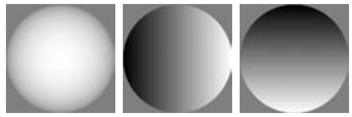
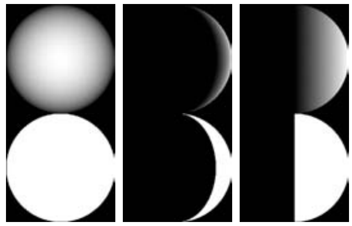


図 4　拡散反射球面の固有空間
Fig. 4　Normalized eigenspace for Lambertian sphere.



(a)　(b)　(c)

図 5　入力画像（上段）と有効領域（下段）
Fig. 5　Input images (upper row) and effective regions (lower row).

したがって，同次固有空間に射影した場合，attached shadow 領域はすべて負の値となる．同次固有空間では β が画素値の総和を表現するため $\beta < 0$ となる．

(c) は球の真横から照明を当てた画像である．この画像を部分射影すると，画像中の attached shadow 領域と拡散反射領域が等しいため，射影画像の画素値の総和が 0，つまり $\beta = 0$ となる．この場合，同次固有空間を経由せずに部分射影を行う**解法 A** は，$1/\beta$ を解の 1 つとして持つため，安定に解が求められない．一方，**解法 B** では同次固有空間へは安定に部分射影できるが，正規化における分母（$= \beta$）が 0 となるため，正規化固有空間へ正規化できない．そこで，射影幾何学における同次の概念を導入し，$\beta = 0$ となる場合には射影成分が正規化固有空間の無限遠点に変換されることにする．

3.6　IS 上の固有空間への部分射影との比較

これまで，正規化画像集合から（平均を引いて）構成された正規化画像空間への部分射影について議論してきた．ここで，IS の原点を中心として構成される固有空間への部分射影について議論し，2 つを比較する．ただし，本節では画像原点を中心とする固有空間を原画像から構成する．これは，画像原点を中心とする固有空間は，正規化を施さない画像から構成する方が一般的なためである[5),7),11)]．なお，正規化画像を用いた場合でも画像原点が NIS に含まれないため，NIS 内に閉じた空間を作成できない．そのため，以下と同様の議論が成立する．

画像 $\mathbf{X}_k$ の相関行列 $\Sigma = 1/K \sum_{k=1}^{K} \mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^T$ は固有値分解により，対角行列 Λ' と Ψ により次式のよ

うに表現できる．

$$\Sigma' = \Psi\Lambda'\Psi^T \quad (18)$$

Ψ_{m+1} を Ψ の左 $m+1$ 列からなる行列とする．$\mathbf{X}$ の P による Ψ_{m+1} への部分射影 $\mathbf{X}^*$ は次式の評価関数を最小化することにより得られる．

$$\epsilon = (\mathbf{X} - \Psi_{m+1}\mathbf{X}^*)^T P(\mathbf{X} - \Psi_{m+1}\mathbf{X}^*) \quad (19)$$

$\mathbf{X}^*$ は次式により求められる．

$$P\mathbf{X} = P\Psi_{m+1}\mathbf{X}^* \quad (20)$$

これにより，IS 上の固有空間への部分射影が求められる．

まず，正規化固有空間と Ψ_{m+1} の性質をまとめる．正規化固有空間は，NIS 内に構成されるため，輝度に対して閉じた空間となる．したがって，固有空間内に輝度のパラメータは存在しない．そのため，固有空間内では，輝度と分離された照明変動が表現される．これにより，効率的に照明変動を表現できる．一方，Ψ_{m+1} は，IS 内に構成される空間であるため，固有空間内に輝度のパラメータが含まれる．そのため，正規化固有空間ほど効率的に照明変動を表現できない．

次に，部分射影の観点から 2 つの固有空間を比較する．Ψ_{m+1} は IS 内に構成される固有空間であるため，画像を正規化することなく，射影・部分射影を行える．一方，正規化固有空間は，NIS 内に構成される空間であるため，射影を行う際には，入力画像に正規化を施す必要がある．部分射影問題では明示的な正規化が行えないため，直接的に部分射影を実現することができない．本稿では同次固有空間の導入により，正規化固有空間への部分射影を実現している．

同次固有空間は，正規化固有空間に平均画像を新たな軸として追加して構成される．ここで，同次固有空間を正規化固有空間に平行な空間の無限の多層構造と考えると，各平行空間は正規化固有空間と同様の性質を持つ．そのため，効率的な照明変動の表現が可能になる．また，同次固有空間は IS 内の固有空間であるため，正規化を施すことなく射影・部分射影が実現できる．これにより，提案法は効率的な照明変動表現を保持したまま，部分射影を実現している．

3.7 部分射影の例

3.3 節で示した解法が，正しく動作することを実際の例を用いて示す．ここでは，同一の入力画像 $\mathbf{X}$ に異なる P を与え，それぞれの P について固有空間への部分射影を求めた．射影に用いた固有空間の原点および固有軸を**図 6** に示す．この固有空間は Yale Face Database B[4] から 1 人を選択し，Subset1 における正面から撮影された画像 7 枚を固有値解析することにより作成された．**図 7** に部分射影を行った例を示す．

図 6 個人の固有顔
Fig. 6 Eigenface of an individual.

図 7 部分射影の例
Fig. 7 Examples of optimum partial projection.

図中，上段は部分射影結果を画像空間に再射影した画像を示し，下段は部分射影に用いる有効領域を示している．また，第 1 列は画像全体を用いて射影を行った場合の結果である．なお，画像は画素値 0 の箇所が灰色となるように正規化を施してある．これは，射影結果においては画素値が負となる領域が存在するためである．

第 2 列，第 3 列においては，良好な部分射影が得られている．これは，選択された領域が非線形成分である影領域を多く含まないため，部分射影が有効に働いたと考えられる．一方，第 4 列，第 5 列の射影結果は，画像全体を用いて射影を行った場合とは明らかに異なっている．これは，選択された有効領域の多くが影領域であり，固有空間ではうまく線形表現できないためである．このように，P で示される有効領域内で，入力画像が線形表現できるかどうかにより部分射影の性能は大きく変わる．これは，P が線形表現可能な領域を示していれば，たとえ小さな領域であっても妥当な射影結果が得られることを意味する．

4. 顔認識への適用

4.1 顔認識実験の仕様

同次固有空間を利用した最適部分射影の応用例として顔認識問題を取り上げる．このため，公開されている顔画像データベースである Yale Face Database B[4] を利用した認識実験を行った．このデータベースは 10 人の顔を 9 つの姿勢で，64 方向の単一光源および環境光の下で撮影した 5,850 枚の画像からなる．本実験では，正面を向いている 650 枚の画像から顔領域を切り出した画像を用いた．この際，環境光の影響を除去するために，環境光の下で撮影された画像との差分をとった．また，このデータベースでは各画像につ

図 8　切り出された画像の例
Fig. 8　Segmented face images.

図 9　各サブセットの画像の例
Fig. 9　Example images in Subset1-5.

いて両目と口の画像上の 2 次元位置が与えられているので，これらの座標を用いてすべての画像で両目の位置が等しくなるように並進，回転，縮小を行った後，画像サイズ 64×64pixel で顔領域を切り出した．切り出された顔画像の例を**図 8** に示す．

また，このデータベースは光源方向とカメラの光軸がなす角度 θ に基づいて，すべての画像は 5 つの Subset のいずれかに分類されている．各 Subset 中の画像の例を**図 9** に示す．実験では，各人物について Subset1 に属する画像 7 枚を登録画像とした．人間の顔は，ほぼ拡散反射面であると仮定できるため，固有空間の次元数は 3 次元とした．残りの Subset 2〜5 をテスト画像として認識実験を行った．

4.2　評 価 関 数

本実験では距離尺度として正規化相関を利用する．画像の照明強度を画素値の 2 乗和とする場合，正規化相関は照明強度に不変な距離尺度であるが，画素値の総和を照明強度とする本稿の定義では，これは保証されない．一方，文献 17) において，正規化相関の正規化固有空間での有効性が示されていることから，これは正規化固有空間での適切な距離尺度と考えられる．ここで $\mathbf{x}$，$\mathbf{y}$ の正規化相関 $C(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ を次式で表す．

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{x}^T \mathbf{y} / (||\mathbf{x}||||\mathbf{y}||) \tag{21}$$

正規化相関を用いて以下に示す 2 種類の評価関数を定義し，それぞれについて識別実験を行った．

$C1$：$\mathbf{X}$ と $\langle \overline{\mathbf{x}}_p, \Phi_p \rangle$ の部分相関

$$C1_p(\mathbf{X}) = C(P\mathbf{X}, P\tilde{\Phi}_p (P\tilde{\Phi}_p)^+ \mathbf{X}) \tag{22}$$

ここで，P は $\mathbf{X}$ に対する領域指定行列である．P の決定方法についてはロバスト射影[16] を利用した動的な方法[15] が考えられる．しかし，ロバスト射影にはいくつかの手法が存在し，その優劣は対象に依存するため，部分射影の評価に特定のロバスト射影を組み合わせることは適切でないと考えられる．そこで，本稿ではロバスト射影を利用した動的な P の決定法を用いず，簡易な閾値処理で P を決定することにした．

本実験では，4.1 節で述べたとおり影がほとんどない Subset1 を登録画像集合とするため，構成される固有空間は拡散反射成分を表現したものと考えられる．したがって，影領域の影響を除去することにより認識性能の向上が期待できる．そこで，本稿では $\mathbf{X}$ の各画素の輝度値から以下に示す閾値関数 ρ_j を用いて P を求めた．

$$\rho_j(\mathbf{X}) = \begin{cases} 0 & if \;\; \mathbf{e}_j^T \mathbf{X} \le \theta_s \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{23}$$

$$P = \mathrm{diag}(\rho_1(\mathbf{X}), \cdots, \rho_n(\mathbf{X})) \tag{24}$$

ここで，$\mathbf{e}_j$ は第 j 要素のみを 1 とし残りの要素を 0 とする n 次元ベクトルである．また，θ_s は閾値である．

テスト画像を単一点光源下で撮影された画像とすると，P で示される拡散反射領域は固有軸の線形和で表現できる．なお，複数光源下で撮影された画像も，単一光源下で撮影された画像の線形和で表されるため，画像の局所領域に注目することにより，固有軸の線形和による表現が可能になる．したがって，複数の P を各局所領域に対応するように設定する[1] ことにより，複数光源下で撮影された画像に対応することも可能である．

C2：$\mathbf{X}$ と $\langle \overline{\mathbf{x}}_p, \Phi_p \rangle$ の相関

$$C2_p(\mathbf{X}) = C(\mathbf{X}, \tilde{\Phi}_p \tilde{\Phi}_p^+ \mathbf{X}) \tag{25}$$

式 (25) は式 (22) において $P = I$ とした場合と等価である．すなわち，$C2$ により得られる認識結果は HES を用いて通常の部分空間法を適用したものと等価である．

また，比較のために，IS 内に原画像から構成された固有空間 Ψ_p を用いて以下の評価値 $C1'$，$C2'$ を定義した．

$$C1'_p(\mathbf{X}) = C(P\mathbf{X}, P\Psi_p (P\Psi_p)^T \mathbf{X}) \tag{26}$$

$$C2'_p(\mathbf{X}) = C(\mathbf{X}, \Psi_p \Psi_p^+ \mathbf{X}) \tag{27}$$

4.3　実 験 結 果

評価関数 $C1$，$C2$，$C1'$，$C2'$ を用いて認識実験を行った．**表 1** に各サブセットにおける誤り率を示す．また，同じデータベース上での実験結果が報告されている[5),14)] ので，これらを併記する．表中の IC（atttached）[5] は照明錐による実験結果であり，IC（cast）は照明錐を拡張し，cast shadow の表現を可能

表 1　Yale Face Database B 上での誤識別率の比較
Table 1　Comparison of misdiscrimination rates[%] on Yale Face Database B.

Method	Subset2	Subset3	Subset4	Subset5
IC(attached) [5]	0	0	8.6	-
IC(cast) [5]	0	0	0	-
Linearization [14]	0	0	0	10.1
$C1$	0	0	0	12.2
$C2$	0	0	6.5	43.9
$C1'$	0	0	1.4	18.0
$C2'$	0	0	6.5	43.9

にした方法による実験結果である．Linearization [14] は，画像の線形化を利用した方法の結果である．IC（attached）では，cast shadow が表現できないため，cast shadow を多く含む Subset4 では認識率が低下している．IC（cast）は Subset4 でもうまく動作するが，対象物体の法線が様々な方向を向いている場合，大量の画像を保持しておく必要がある．Linearization では，Subset4，5 ともに高い認識率が得られている．この方法はランダムサンプリングを用いてノイズの検出と距離の算出を同時に行う．そのため，Subset4，5 のように cast shadow，attached shadow を多く含む画像の場合，正しい結果を得るためには多くのサンプリングが必要になる（ただし，影領域をノイズと見なし対象から除外することにより，サンプリング回数を減少できる）．$C2$，$C2'$ は本質的には通常の部分空間法と変わらないため，影領域が少ない Subset2，3 では誤り率 0 が得られている．しかし，画像全体を固有空間へと射影するため，影領域を多く含む Subset4，5 では正しく射影が行えず，その結果，認識率が低下している．一方，$C1$ を用いた場合，Subset2，3 において誤り率 0 が得られている．さらに $C2$，$C2'$ では対応できなかった Subset4，5 においても十分に高い認識率が得られている．また，$C1$ を利用することにより，$C1'$ よりも高い認識率が得られていることから，部分射影が有効に有効に作用していることが分かる．**図 10** に Subset4 の画像において射影に使用された領域および，この領域を用いて正解の固有空間に部分射影を行った例を示す．この図では，上段に入力画像を，中段に使用された領域を，下段に部分射影結果を示してある．この中には，半分近くの領域が射影に使用されていない画像も存在しているが，そのような画像を用いた場合でも，部分射影がうまく行われることにより，正しく認識が行えている．このことから，提案した部分射影の有効性が確認できる．なお，本実験はノイズ領域の取扱いが近似的であるため，今後はノイズ領域の厳密な取扱いを含めた検証が必要である．

図 10　部分射影の例：入力画像（上段）を閾値処理した結果（中段）と，これを有効領域として得られる部分射影
Fig. 10　Examples of partial projection.

5. まとめ

本稿では，正規化固有空間への最適部分射影問題とその応用について論じた．まず，同次固有空間の概念を導入することにより，正規化固有空間への最適部分射影が，線形射影に帰着できることを示した．次に，最適部分射影の利用例として，顔認識を取り上げ，簡単な例により有効性を示した．最適部分射影は固有空間を取り扱う問題に対して広く適用可能であり，その応用範囲は非常に広い．

なお，部分射影と深く関連する技術としてロバスト射影があり，コンピュータビジョンやパターン認識において広い応用が考えられる[2),3),8),9),16)]．今後はこれらの方法を組み合わせることにより，ノイズの厳密な取扱いを含めた検討を行う．また，正規化固有空間上への部分射影を用いてロバスト射影を効率良く実現する方法については，坂上・尺長[15)] を参照されたい．

謝辞　本稿の執筆にあたり，有益なご意見を多数いただいた査読者の方々に感謝します．本研究の一部は，科学技術振興事業団 CREST 池内プロジェクトの援助を受けて行った．

参考文献

1) Batur, A.Z. and III, M.H.H.: Linear Subspaces for Illumination Robust Face Recognition, *Proc. ICCV2001*, Vol.II, pp.296–301 (2001).
2) Black, M. and Jepson, A.: Eigentracking: Robust Matching and Tracking of Articulated Objects using a View-based Representation, *International Journal of Computer Vision*, Vol.26, No.1, pp.63–84 (1998).
3) De la Torre, F. and Black, M.: Robust Principal Component Analysis for Computer Vision,

Proc. ICCV2001, pp.362–369 (2001).
4) Georghiades, A.S., Belhumeur, P.N. and Kriegman, D.J.: From Few To Many: Generative Models For Recognition Under Variable Pose and Illuminations, *Proc. IEEE Int. Conf. on Automatic Face and Gesture Recognition*, pp.277–284 (2000).
5) Georghiades, A.S., Belhumeur, P.N. and Kriegman, D.J.: From Few To Many: illumination cone models for face recognition under variable lighting and pose, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.23, No.6, pp.643–660 (2001).
6) Hartley, R. and Zisserman, A.: *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press (2000).
7) 石井育規，福井孝太郎，向川康博，尺長　健：光学現象の分類に基づく画像の線形化，情報処理学会論文誌：コンピュータビジョンとイメージメディア，Vol.44, No.SIG 5(CVIM 6), pp.11–21 (2003).
8) Kurita, T., Takahashi, T. and Ikeda, Y.: A Neural Network Classifier for Occluded Images, *Proc. ICPR 2002*, Vol.3, pp.45–48 (2002).
9) Leonardis, A. and Bischof, H.: Dealing with Occlusions in the Eigenspace Approach, *Proc. CVPR'96*, pp.453–458 (1996).
10) Moghaddam, B. and Pentland, A.: Probabilistic Visual Learning for Object Representation, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.19, No.7, pp.696–710 (1997).
11) 向川康博，宮木　一，三橋貞彦，尺長　健：Photometric Image-Based Rendering による仮想照明画像の生成，情報処理学会論文誌：コンピュータビジョンとイメージメディア，Vol.41, No.SIG 10(CVIM 1), pp.19–30 (2000).
12) Murase, H. and Nayar, S.: Visual Learning and Recognition of 3-d Objects from Appearance, *International Journal of Computer Vision*, Vol.14, pp.5–24 (1995).
13) Oja, E.: *Subspace Methods of Pattern Recognition*, Research Studies Press Ltd. (1983).
14) 岡部孝弘，佐藤洋一：画像の線形化に基づく物体認識，画像の認識・理解シンポジウム（MIRU 2002）論文集，Vol.1, pp.453–459 (2002).
15) Sakaue, F. and Shakunaga, T.: Natural Image Correction by Iterative Linear Projection onto Eigenspaces, *Proc. MVA2002*, pp.36–39 (2002).
16) Shakunaga, T. and Sakaue, F.: Natural Image Correction by Iterative Projections to Eigenspace Constructed in Normalized Image Space, *Proc. ICPR 2002*, Vol.1, pp.648–651 (2002).
17) Shakunaga, T. and Shigenari, K.: Decomposed Eigenface for Face Recognition under Various Lighting Conditions, *Proc. CVPR2001*, Vol.1, pp.864–871 (2001).
18) Shashua, A.: Geometry and Photometry in 3D visual recognition, Ph.D. Thesis, MIT (1992).
19) Turk, M. and Pentland, A.: Eigenfaces for Recognition, *Journal of Cognitive Neuroscience*, Vol.3, No.1, pp.71–86 (1991).

(平成 15 年 3 月 24 日受付)
(平成 15 年 9 月 9 日採録)

（担当編集委員　佐藤 洋一）

坂上　文彦

平成 15 年岡山大学大学院博士前期課程修了．現在同大学院博士後期課程に在学中．コンピュータビジョンの研究を行っている．

尺長　　健（正会員）

昭和 53 年京都大学大学院修士課程修了．同年 NTT 入社．平成 5 年〜6 年カーネギーメロン大学ロボティクス研究所客員研究員．平成 8 年より岡山大学教授．画像認識・理解，人工知能，パターン認識の研究に従事．工学博士．共訳書『ロボットビジョン』（朝倉書店）．電子情報通信学会，IEEE 各会員．