

任意光源環境における画像生成のための物体の見えの標本化

佐藤 いまり[†] 岡部 孝弘^{††}
佐藤 洋一^{††} 池内 克史^{††}

任意光源環境下における物体の見えは周波数領域で定義される部分空間を用いて精度良く表現できることが従来研究により示されている。この部分空間は、任意照明下での顔認識や画像合成の研究分野において有効に利用されてきた。しかしながら、複雑な形状や反射特性を持つ実物体を対象とした場合、部分空間を張る基底画像を準備することは容易ではない。本研究では、点光源または拡散光源下で撮影された画像を用いて、任意光源環境下における物体の見えを表す基底画像を解析的に求める手法を提案する。提案手法では、物体の反射特性を表す双方向性反射率分布関数の周波数特性と球面調和関数のサンプリング定理に基づき、どのような光源をどのようなサンプリング間隔で配置しながら画像を撮影すれば十分であるかという点を解析する。これにより、従来は取り扱うことが困難であった複雑な形状・反射特性を持つ物体に対しても少数枚の入力画像から基底画像を正しく求めることができ、得られた基底画像に基づき、任意照明下の物体の見えを効率良く生成できるようになる。

Appearance Sampling for Image Synthesis under Variable Illumination

IMARI SATO,[†] TAKAHIRO OKABE,^{††} YOICHI SATO^{††}
and KATSUSHI IKEUCHI^{††}

The appearance of an object is known to change significantly under different illumination conditions. For the task of object recognition and image synthesis, it is thus important to be able to predict the variation of objects' appearance under varying illumination conditions. In this study, we present a novel method for analytically obtaining a set of basis images of an object for arbitrary illumination from input images of the object taken under a point light source based on the sampling theorem on spherical harmonics. Moreover, we demonstrate the effectiveness of using extended light sources for modeling the appearance of an object for varying illumination. Extended light sources have a radiance distribution that is similar to that of the Gaussian function, this enables us to obtain a set of basis images of an object for variable illumination from input images of the object taken under those light sources without suffering aliasing caused by insufficient sampling of its appearance.

1. はじめに

物体の見えは光源環境の変動にともない大きく変化する。任意光源環境下で物体の見えを生成するための技術は、物体認識および画像合成の分野で、活発に研究が進められてきた^{1),7),9),10),14),21),29)}。従来研究により、光源の変化にともなう物体の見えの変動は、線形部分空間によって表現できることが示されている。

たとえば、無限遠方光源下において完全拡散反射凸物体を観察した場合、アタッチドシャドウおよびキャストシャドウを考えないとすると、任意光源下における物体の画像は、異なる光源下で撮影された3枚の画

像の線形結合により表現することができる^{16),26),30)}。また、顔画像の場合には、多少影などが観察される場合であっても5次元程度の部分空間により見え方が表現できることが経験的に報告されており^{7),10),29)}、Georghiadesらはこれに基づき任意光源下での物体認識に関して成果をあげた^{8),9)}。

一般に、物体の見えの変動を表す部分空間を張ることのできる基底画像は、さまざまな光源下で撮影された複数の画像の主成分解析により求めることができる。しかしながら、入力画像を撮影する際の光源の配置は経験的に決められることが多く、どのような光源下で撮影された何枚の入力画像を準備すれば基底画像が正しく求まるのかという点はこれまで十分に検討されてこなかった。

また、点光源下で撮影された画像を基底画像として、その線形和および補間により任意光源下の物体の見え

[†] 国立情報学研究所

National Institute of Informatics

^{††} 東京大学生産技術研究所

Institute of Industrial Science, The University of Tokyo

を生成する手法も提案されている^{3),17),25)}。一般的な光源環境を対象とした場合、すべての方向からの入射光を考慮する必要があり、どのように点光源を配置して基底画像を準備すれば、基底画像の補間および線形和により物体の見えを現実感高く生成できるのかについては、やはり明らかにされていない。

光源の配置や撮影方向のプランニングという問題に対し、物体表面の反射特性の推定の研究分野において、限られた枚数の入力画像から効率良く反射特性を推定する手法も提案されている^{12),15)}。しかしながら、これらの手法は、パラメトリックな反射モデル式に基づき、さらに物体表面の形状を必要とするため、複雑な形状や反射モデル式により表現できないような複雑な反射特性を持つ物体を扱うことが難しかった。

一方、球面調和関数を用いた周波数領域での反射解析により、任意光源下における画像は周波数領域で定義される部分空間を用いて精度良く表現できることが報告されている^{1),21),23)}。この基底画像は、球面調和関数により表現される光源分布（球面調和光源）の下での物体の画像に相当し、本稿ではこの基底画像を調和基底画像と呼ぶことにする。調和基底画像の利用は、任意光源下での顔認識¹⁾や、複雑光源下における物体画像の効率的な生成²³⁾に有効であることが示されてきた。しかしながら、球面調和光源は正と負の両方の値をとる複雑な分布を持つ連続光源であるため、そのような光源を実際に構築し、実物体の調和基底画像を準備することは容易ではない。そのため、これまでは形状や反射特性が既知、あるいは何らかの方法を用いて推定できる場合にのみ、CGによって球面調和光源下における物体画像を合成し調和基底画像を求めていた^{1),23)}。

これに対し、Leeらは、たとえば人の顔といった物体のクラスを利用して、調和基底画像により張られる9次元の部分空間を点光源下で撮影された9枚の画像を用いて近似する手法を提案している¹¹⁾。この手法では、部分空間を近似する9つの光源方向がクラス内ではほぼ等しくなるという観察に基づき、クラスごとにそのような9光源方向を決定する。そのため、各クラスを代表する物体に関しては、やはり形状と反射特性をあらかじめ与えてCGにより調和基底画像を準備する必要があった。

本研究では、複雑な分布を持つ球面調和光源ではなく、一般的な点光源を用いて撮影された画像に基づき

調和基底画像を解析的に求める手法を提案する。提案手法では、物体の反射特性を表す双方向性反射率分布関数の周波数特性と球面調和関数のサンプリング定理に基づき、どのようなサンプリング間隔で光源を配置しながら画像を撮影すれば十分であるかという点を明らかにする。さらに、この解析に基づき、不十分な見えのサンプリングに起因するエイリアシングを回避する手法を提案する。

サンプリング定理に基づく手法では、必要とされる入力画像数が物体表面の反射特性の周波数帯域に応じて増減する。これに対し、撮像装置の制約などから十分な枚数の入力画像を準備できない場合やその周波数帯域を設定することが難しい場合も十分に予想される。これまであまり議論されてこなかったが、実物体を対象とした場合、反射特性のモデル化に利用できる入力画像枚数には限りがあるため、物体の見えの変動が十分に観察できなかった場合に生じるエイリアシングの影響を考慮することは重要である。

本研究では、拡散球を点光源で照らすことにより構築される拡散光源下で物体表面の見えを観察することにより、物体の見えのモデル化における3つの効果をもたらされることを示す：(1) 拡散光源の利用により物体表面の反射特性に帯域制限をかけ、不十分なサンプリングに起因するエイリアシングを回避する、(2) 鏡面反射と拡散反射の輝度差に起因するダイナミックレンジの問題を軽減する、(3) 物体の見えの高周波成分を破棄することにより生じる影響を軽減する。

これら利点により、限られた枚数の入力画像からも、物体表面の持つ周波数帯域に左右されず、入力画像のサンプリング間隔から決定される周波数帯域まで、エイリアシングの影響なく基底画像を獲得することが可能となる。そのため、従来は取り扱うことが困難であった複雑な形状・反射特性を持つ物体に対しても少数枚の入力画像から調和基底画像を正しく求めることができるようになり、求めた基底画像により任意光源環境下の物体の見えを効率良く生成することが可能となる。

本研究の目的は、エイリアシングを回避して基底画像を獲得することであり、入力画像数が十分でない場合には基底画像を高次まで求めることはできない。これに従い、提案手法の枠組みを用いて遠方単一光源のような高周波の成分を持つ光源環境で鏡のような高周波成分を持つ物体表面の見えを生成することは難しい。

一方、従来研究は、屋外などの一般的な光源環境に関して、低周波成分が強く、低周波から高周波へと次

照度差ステレオによる手法が提案されているが、一般にランバート反射物体に限られる。

元が上がるにつれ周波数係数が減衰することを示している⁶⁾。物体表面の明るさは、光源環境と反射特性の周波数係数の積により生成されるため、ある次元までの基底画像を正確に獲得できることは、任意光源環境下での物体認識および画像合成に有効であるということが出来る。高周波な成分を持つ光源環境下で観察される鏡のような艶のある物体の見えの生成に関しては、今後の研究課題と考えたい。

本稿の構成は以下のとおりである。2章で調和基底画像に基づく画像生成について概説し、3章で球面調和関数のサンプリング定理に基づく調和基底画像の獲得手法を説明する。さらに4章で、不十分なサンプリングに起因するエイリアシングの回避手法について検討する。5章で提案手法の実験結果を示し、6章でまとめと提案手法の今後の拡張を示す。

2. 調和基底画像を用いた画像生成

調和基底画像に基づく画像生成を概説する。物体表面の反射特性は双方向性反射率分布関数 (BRDF) を用いて表現され、BRDFは物体表面の法線方向を軸として定義される局所極座標系 (天頂角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$), 回転角 ϕ ($0 \leq \phi < 2\pi$)) を用いて (θ'_i, ϕ'_i) からの入射照度と (θ'_o, ϕ'_o) への反射光輝度の比率を示す関数 $\rho(\theta'_i, \phi'_i, \theta'_o, \phi'_o)$ として定義される。

光源環境を世界座標系 (θ, ϕ) により定義し、 (θ, ϕ) 方向から入射する光源輝度を $L(\theta, \phi)$ のように表記すると、任意光源下において視線方向 (θ'_o, ϕ'_o) 方向から観察される物体表面の明るさ I は、全方向からの入射光の寄与を考慮して、

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi L(\theta, \phi) \rho(M(\theta, \phi), \theta'_o, \phi'_o) \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi \quad (1)$$

のように求まる。 $M(\cdot)$ は世界座標系 (θ, ϕ) を局所座標系 (θ', ϕ') に変換するオペレータを表す。ここでは、遠方光源を考え、対象物体は凸物体、物体間の相互反射の影響はないとしている。

次に、固定視点から観察した際の物体表面の明るさについて考える。すなわち、視線方向 (θ'_o, ϕ'_o) は固定であるため、式 (1) の $\rho(M(\theta, \phi), \theta'_o, \phi'_o) \cos \theta$ を (θ, ϕ) に関する関数として $R(\theta, \phi)$ と表し、これを反射カーネルと呼ぶことにする。

ここで、単位球面上で定義される反射カーネルおよび光源環境は、球面上で完備直交系をなす球面調和関数を用いて表現することができ、球面調和関数

$Y_l^m(\theta, \phi)$ ($l \geq 0, -l \leq m \leq l$) は

$$Y_l^m(\theta, \phi) = N_l^m P_l^m(\cos \theta) e^{Im\phi} \quad (2)$$

のように定義される。ここで N_l^m は規格化定数、 $P_l^m(\cdot)$ は次数 l 、陪数 m のルジャンドル陪関数を表す。

球面上に定義された反射カーネル $R(\theta, \phi)$ および光源輝度 $L(\theta, \phi)$ はこの球面調和関数を用いて、

$$R(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l R_l^m Y_l^m(\theta, \phi), \quad (3)$$

$$L(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l L_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \quad (4)$$

のように表現でき、それぞれの関数の球面調和関数への展開係数 R_l^m, L_l^m は、

$$R_l^m = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi R(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi, \quad (5)$$

$$L_l^m = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi L(\theta, \phi) Y_l^m(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (6)$$

のように求まる。式 (3)、式 (4)、および球面調和関数の正規直交性に基づき、式 (1) の物体表面の明るさ I は展開係数 L_l^m, R_l^m を用いて表現できる^{1), 23)}：

$$I = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l L_l^m R_l^m. \quad (7)$$

調和基底画像とは、反射カーネルの展開係数 R_l^m により構成される画像であり、各画素は対応する物体表面上の点における展開係数 R_l^m の値を示す。物体表面の明るさ I は反射カーネルの展開係数 R_l^m の線形和として表現され、その際の結合係数が光源分布の展開係数 L_l^m であることを式 (7) は示している。すなわち、ある光源環境下の画像は、光源分布の展開係数 L_l^m に基づく調和基底画像の線形結合により求めることができる。

3. 調和基底画像の獲得

従来研究は、調和基底画像により、任意光源環境下の物体の見えが効率良く生成できることを示してきた。しかしながら、複雑な反射特性や形状を持つ実物体が対象の場合、その物体の調和基底画像を準備することは容易ではない。

式 (5) において、球面調和関数 $Y_l^m(\theta, \phi)$ の項を (θ, ϕ) 方向に $Y_l^m(\theta, \phi)$ の輝度を持つ光源 (球面調和光源) として考えると、この光源下で物体を観察した

詳しくは 2 章で説明する。

N 次まで考えた場合、調和基底画像の枚数は $(N+1)^2$ となる。

場合の明るさが反射カーネルの展開係数 R_l^m となる
ことが分かる。したがって、球面調和光源下で実物体
を観察することができれば、その物体の調和基底画像
を直接計測により獲得できる。

しかしながら、文献 1), 11) で指摘されているよう
に、球面調和光源は正と負の両方の値をとる複雑な連
続分布を持つため、実際に準備することは難しい。こ
のような背景のもと、本研究では、特殊な分布を持つ
球面調和光源ではなく、一般的な光源である点光源下
で観察された物体表面の明るさから、調和基底画像を
解析的に求めるアプローチを採る。

2章の反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の定義より、ある方向
(θ, ϕ) から単位輝度の光で照らした場合の物体の明る
さが、反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の値となる。ここで、無
限遠方に存在し単位輝度を持つ点光源を仮定すると、
この点光源をさまざまな方向に配置しその際の明るさ
計測することは、反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の値を離散的
にサンプリングしていることに相当する。

このようにして得られる離散的なサンプリングに基
づき展開係数 R_l^m を求め、求めた係数から反射カー
ネル $R(\theta, \phi)$ を復元するというのが提案手法の基本的
な考え方である。ここで重要となるのが、どれだけの
サンプリング、すなわち点光源下で撮影された何枚の
入力画像が必要となるかという問題である。本研究で
は、この問題を球面調和関数のサンプリング定理に基
づき考えていく。

3.1 サンプリング定理に基づく基底画像の獲得手法
フーリエ変換のサンプリング定理として、ある信号
 $f(x)$ が $B(Hz)$ 以上の周波数成分を有しない場合、サ
ンプリング間隔 Δx を $\Delta x \leq \frac{1}{2B}$ のように十分細か
く設定することによりサンプリングした不連続信号から
元の連続信号を完全に再現できることが広く知られて
いる。

単位球面上で定義された関数の場合においても、球
面上でサンプリングした不連続な関数の値から元の連
続関数を完全に正確に再現できることが証明されてい
る⁴⁾。本研究では、効率の良いサンプリング手法とし
て、Gauss の求積法に基づくサンプリング定理^{13), 19)}
を採用し、反射カーネルのサンプリングを行うことに
する。

ある関数 $R(\theta, \phi)$ の帯域幅が B 次の場合 (すなわ
ち、 $l \geq B$ 次の展開係数 R_l^m が 0 の場合)、サンプ
リング定理により球面上に定められたサンプル方向

(θ_j, ϕ_k) に点光源を配置し、その際に観察される明る
さとして得られる値 $R(\theta_j, \phi_k)$ を次式に代入すること
により、関数 $R(\theta, \phi)$ の展開係数 R_l^m を求めること
ができる：

$$R_l^m = \frac{2\pi}{2B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \sum_{k=0}^{2B-2} w_j R(\theta_j, \phi_k) Y_l^m(\theta_j, \phi_k). \quad (8)$$

ここで、 θ_j は Gauss の求積法²⁰⁾ により定義されるガ
ウス点 ($\cos \theta$ 上に定義)、 w_j は各標本の重み係数を
示し、回転角 $\phi_k = \frac{2\pi k}{(2B-1)}$ は均等に定義される¹⁹⁾。

したがって、画像中の各画素に対して、各光源下で
観察された明るさ $R(\theta, \phi)$ を式 (8) に代入し展開係数
 R_l^m を求め、求めた展開係数を各画素の明るさとして
保存することにより、全体として物体の調和基底画像
を得ることができる。

以下、対象物体の反射カーネルの持つ周波数帯域 B
の設定方法について検討し、不十分な反射カーネルの
サンプリングに起因するエイリアシングの回避を考慮
した手法を 4 章で提案する。

3.2 ランバート反射物体

まず、凸物体表面における反射が拡散反射のみであ
りランバート反射モデルに従う場合を考える。この場
合、 $l = 2$ 次までの球面調和関数を用いて反射エネル
ギーのうち 99% 以上が表現できることが報告されて
いる^{1), 21), 22)}。このことより、この物体の反射カー
ネル $R(\theta, \phi)$ は $l = 3$ 次の周波数に帯域制限されてい
ると考えることができ、サンプリング定理により定めら
れた $B = 3$ 次のサンプリング方向に点光源を配置し
て、反射カーネル $R(\theta_j, \phi_k)$ を観測値として得ること
により、この物体の調和基底画像を得ることができる。

3.3 鏡面反射を含む複雑な反射特性を持つ物体

鏡面反射などを含む複雑な反射カーネルの周波数帯
域の周波数帯域については、Phong モデル、Micro-
facet BRDF モデルといった反射モデルに基づき、解
析的にその周波数帯域が示されている²¹⁾。たと
えば、Microfacet BRDF モデルでは、微小面素の傾斜
角度の標準偏差 σ のパラメータに基づき、反射カー
ネルの展開係数がほぼ $B \approx \sigma^{-1}$ 次まで値を持つこと
が解析的に示されている。したがって、対象物体の面
の粗さを表す σ のおおよその値を予想することがで
ければ、その値から反射カーネルの周波数帯域を予測
することができる。

点光源は無遠方に存在すると仮定し、点光源の入射角度 (θ, ϕ) は物体表面のすべての点で同じと考える。

CURET データベースに示されたさまざまな物体の反射特性の周波数帯域に関する見解も報告されている²⁴⁾。

近年、実物体の BRDF 計測についての研究が広く進められており、計測した BRDF を近似する反射パラメータについての報告も行われている。BRDF 計測からの知見は対象物体の反射カーネルの持つ周波数帯域の予測に活用できると考える。

4. 拡散光源の利用によるエイリアシングの回避

サンプリング定理に基づく手法では、入力画像数が物体表面の反射特性の周波数帯域に応じて増減する。これに対し、装置の制約などから、サンプリング定理が導く $2B^2 - B$ 個の反射カーネルを点光源を利用して観測できないケースも十分に想定される。また、複雑な反射特性により構成される物体を対象とした場合、光源方向を決定するために必要となる反射カーネルの周波数の帯域幅 B を正しく設定できない場合も考えられる。

本章では、拡散球を点光源で照らした拡散光源を用いることにより、物体表面の反射特性に帯域制限をかけ、反射カーネルが不十分な間隔でサンプリングされた際に発生するエイリアシングの影響を回避して調和基底画像を獲得していく。

図 1 に点光源と拡散球により構築される拡散光源の概念図を示す。拡散光源の利用は、Nayar らにより提案され¹⁸⁾、物体の形状および反射特性の推定に用いられた。本研究では Nayar らの議論を周波数領域で展開することにより、拡散光源の利用が物体の見えのモデリングにおける 3 つの利点をもたらすことを示す。

1. アンチエイリアシングフィルタとしての役割：拡散光源はガウス分布に似た輝度分布を持つ。この特性により、拡散光源下で観察される反射カーネルに帯域制限をかけ不十分なサンプリングより生じるエイリアシングの問題を回避できる。

2. 任意の周波数帯域を持つ光源を構築：拡散球と点光源の距離を調節することにより、任意の広がりを持った拡散光源を構築できる。このことにより、光源の持つ周波数帯域を調整できる。

3. 輝度差に起因するダイナミックレンジ問題の軽減：点光源下で艶のある物体を観察した場合、物体表面の鏡面反射成分は拡散成分よりもはるかに高い輝度を持って観察される。そのため双方の成分を正確に観察するためには、シャッタースピードを変えて撮影した複数枚の画像に基づき入力画像のダイナミックレンジを仮想的に広げる必要がある。文献 18) で報告されたように、拡散光源下では拡散反射成分と鏡面反射成分の輝度差が緩和されるため、ダイナミックレンジの問題

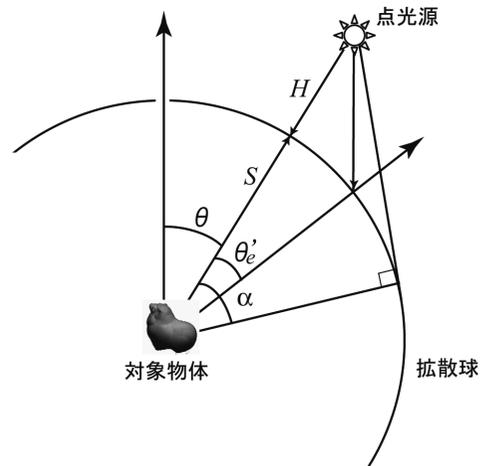


図 1 拡散球と点光源を用いて構築された拡散光源¹⁸⁾

Fig. 1 ELS are constructed by a spherical diffuser and a point light source¹⁸⁾.

を軽減できる。

以下、4.1 節で拡散光源の輝度分布を導き、4.2 節で拡散光源下で観察される反射カーネルについて考える。4.3 節で拡散光源の持つ周波数帯域を考慮し、4.4 節で拡散光源の周波数帯域を利用した基底画像の獲得手法を説明する。

4.1 拡散光源の輝度分布

拡散光源の輝度は点光源を中心に対称に広がり、回転角 (ϕ) に依存せず、頂点角 (θ) に応じて輝度値が変化する。したがって、拡散球上の各点の輝度 E は、図 1 に示す点光源と各点との天頂角 θ'_e の関数 $E(\theta'_e, \phi'_e) = E(\theta'_e)$ となり、拡散光源の輝度分布 $E(\theta'_e)$ は、

$$E(\theta'_e) = \frac{CP[(S+H)\cos\theta'_e - S]}{[(S+H - S\cos\theta'_e)^2 + (S\sin\theta'_e)^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (9)$$

のように求まる¹⁸⁾。 P は点光源の輝度を表し、 C は拡散球の内面と側面との間の輝度変化の線形性を示す定数、 S は拡散球の半径、 H は拡散球と点光源との距離を示す (図 1 参照)。

ここで、点光源が照らすことのできる拡散球面上の範囲 α (図 1 参照) は S と H の関係により $\alpha = \cos^{-1}(\frac{S}{S+H})$ のように計算でき、天頂角 $\theta'_e < \alpha$ を満たす拡散球上の点のみが点光源からの輝度を受けて光源として機能することになる。

入射光がすべての方向に等しく拡散するような理想的な拡散球を仮定して、この式は導かれている。

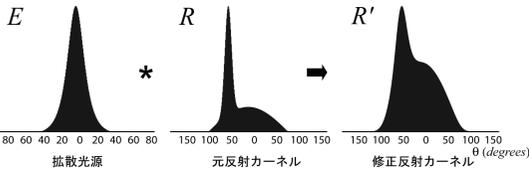


図2 修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ は、元反射カーネル $R(\theta, \phi)$ と拡散光源の輝度分布 $E(\theta'_e)$ の畳み込み積分により求まる

Fig.2 Modified Reflection Kernel obtained by convolving original reflection kernel $R(\theta, \phi)$ with distribution of ELS $E(\theta'_e)$.

4.2 拡散光源下で観察される修正反射カーネル

次に、点光源を (θ, ϕ) 方向に配置して構築された拡散光源、すなわち (θ, ϕ) 方向を中心とする拡散光源下で観察される反射カーネルについて考える。以下、物体表面の反射カーネル $R(\theta, \phi)$ を元反射カーネルと呼び、拡散光源下で観察される反射カーネルを修正反射カーネルとして $R'(\theta, \phi)$ と記述する。

拡散光源は拡散球上に広がる輝度分布を持つため、拡散光源下で観察される修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ は、拡散光源 $E(\theta'_e)$ からの入射光を受けた際の物体表面の元反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の積分として、

$$R'(\theta, \phi) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} R(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e))E(\theta'_e) \sin \theta'_e d\theta'_e d\phi'_e \tag{10}$$

のように求まる。ここで $M_\theta^\phi(\cdot)$ は、拡散光源の中心 $(\theta'_e = 0)$ が世界座標系の (θ, ϕ) となるように回転させるためのオペレータを表す。式 (10) より、元反射カーネル $R(\theta, \phi)$ を移動させながら拡散光源 $E(\theta'_e)$ との積を計算する、すなわち元反射カーネルと拡散光源との畳み込み積分により修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ が求まることが分かる。図2に概念図を示す。

ここで、式 (10) における元反射カーネルおよび拡張光源は単位球上に定義された関数であるため、式 (3) に示すように球面調和関数の線形和として表現でき、結果として式 (10) は球面調和関数を利用して求めることができる (式の展開を付録に示す)：

$$R'(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^\infty \sum_{m=-l}^l R_l^m E_l D_{m,0}^l(\theta) e^{Im\phi}. \tag{11}$$

R_l^m と E_l はそれぞれ元反射カーネルと拡散光源の球面調和関数への展開係数を表し、 $D_{m,0}^l(\theta) e^{Im\phi}$ は回転オペレータ $M_\theta^\phi(\cdot)$ の役割に対応し、元反射カーネルの展開係数 R_l^m を回転させた後の係数に変換する役割を果たしている。

ここで注意すべき重要なことは、式 (11) において

修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ が係数 R_l^m と E_l の積により求まっていることである。このことは、修正反射カーネルが、元反射カーネルまたは拡散光源の低い方の帯域幅に制限された帯域制限関数となることを示している。したがって、拡散光源の帯域幅を調整することは、修正反射カーネルの周波数に帯域幅を調整することを意味する。

4.3 拡散光源の周波数特性

次に、拡散光源の帯域幅について検討する。拡散球と点光源により構築される拡散光源はガウス分布に近い輝度分布を持ち、拡散光源の範囲 α は拡散球の半径 S と拡散球と点光源との距離 H により決定される。すなわち、双方の距離が近いほど拡散光源の範囲 α は狭くなり、逆に距離が遠いほど範囲は広がる。本研究では、この特性に基づき拡散光源の帯域幅を調整していく。

ガウス分布のフーリエ展開係数は周波数領域においてもガウス分布を示すことが知られている。また、周波数領域のガウス分布の標準偏差は σ_f は、空間領域のガウス分布の標準偏差 σ_s に対して $\sigma_f = \frac{1}{\sigma_s}$ という関係を持つ。同様に、球面上に定義されたガウス分布に関しても、その球面調和関数への展開係数はやはり周波数領域においてもガウス分布 (中心から片側に広がる半領域のガウス分布) として近似できることが従来研究により示されている。

そこで、異なる有効範囲 α を持つ拡散光源の輝度分布を式 (9) より求め、 α の違いが球面調和関数の展開係数にもたらす変化を確認した。図3に、 $\alpha = 30, 40, 50$ 度に対応する拡散光源の輝度分布を図の左側に、対応する拡散光源の展開係数 E_l を右側に示す。ここで、グラフの横軸は単一のインデックス $r = l^2 + l + m$ を用いて示された展開係数の次数 l と陪数 m を示し、縦軸は求められた係数 E_l を示す。また、グラフ中に示す矢印の左側の係数は $l = 8$ 次までの展開係数に対応し、グラフ中の P_8 は $l = 8$ 次までの球面調和関数を用いて反射カーネルの総エネルギーのうち何%が表現できているかを示す。

P_8 を比較すると、 α が大きくなり拡散光源の面積が広くなればなるほど、 P_8 も 100% に近づいていることが分かる。特に $\alpha = 50$ 度の場合、拡散光源の 99% 以上のエネルギーが $l = 8$ 次までの球面調和関数により表現できていることが分かる。このことより、 $\alpha = 50$ 度の広がりを持つ拡散光源の輝度分布は $l = 8$

ここでは、球面上の輝度分布のうち、 $\{\theta | 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ 、 $\{\phi | 0 \text{ or } \pi\}$ 方向の輝度値を可視化している。

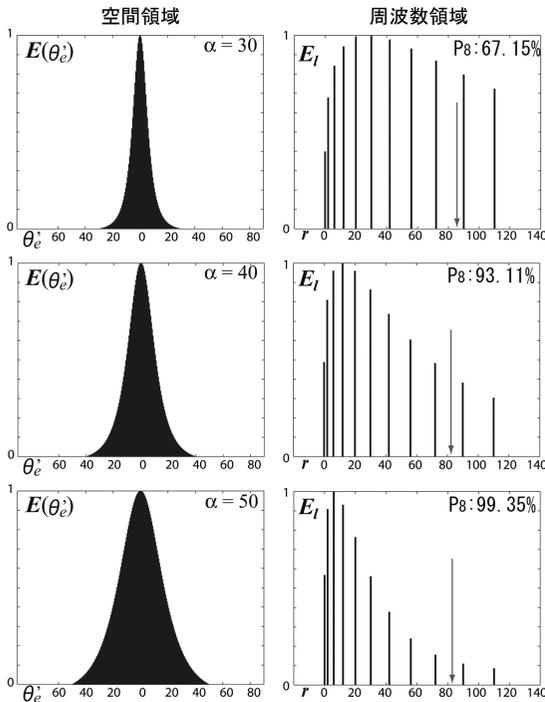


図 3 拡散光源の輝度分布 (左: 空間領域, 右: 周波数領域)
Fig. 3 Distribution of ELS (left: spatial domain, right: frequency domain).

次元の帯域幅を持つと考えることができる。よって、拡散光源の帯域幅はその有効範囲 α を調整することにより定めることができる。

4.4 拡散光源を用いた物体の見えのモデリング

前節までの議論に基づき、適切に調節された有効範囲 α を持つ拡散光源をアンチエイリアシングフィルタとして用いることにより、不十分なサンプリングに起因するエイリアシングの影響を回避して、反射カーネルの展開係数を求める手法を提案する。

式 (8) に示すサンプリング理論により、拡散光源下で観察された修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ の帯域幅が B 次の場合、球面上に定められたサンプル方向 (θ_j, ϕ_k) に拡散光源を配置した際に観察される $2B^2 - B$ 個の修正反射カーネル $R'(\theta_j, \phi_k)$ の重み付け和として展開係数 R_l^m を求めることができる：

$$R_l^m = \frac{2\pi}{2B-1} \sum_{j=0}^{B-1} \sum_{k=0}^{2B-2} w_j R'(\theta_j, \phi_k) Y_l^m(\theta_j, \phi_k). \tag{12}$$

したがって、4.3 節の解析に基づき拡散光源の帯域幅が B 次となるように点光源と拡散球の距離を調整し、この光源下で観察される修正反射カーネルに B 次の帯域制限をかけることにより、不十分なサンプリ

表 1 Ward isotropic model の反射パラメータ: K_d, K_s は拡散反射・鏡面反射成分の色と強度, σ は物体表面の粗さを表す定数

Table 1 Reflection parameters (Ward isotropic model): K_d and K_s are constants for the diffuse and specular reflection components, respectively, and σ is the standard deviation of the surface slope.

Material	K_d	K_s	σ
glossy gray paper	.29	.083	.082
lightly brushed aluminum	.15	.19	.088

ングに起因するエイリアシングの影響なく、修正反射カーネルの展開係数を式 (12) より求めていく。

5. 実験結果

5.1 CG を用いた実験

元反射カーネルの周波数特性に起因するエイリアシングの影響なく、修正反射カーネルの展開係数が獲得できるかどうか確認するために CG を用いて実験を行った。この実験では、Ward の反射モデル²⁷⁾ に基づき、表 1 に示す反射パラメータにより表現される材質 (光沢紙, アルミ) を対象として、法線方向は $\theta = 0, \phi = 0$, 視線方向は $\theta_o = 45, \phi_o = 0$ に設定した。これらの材質を $\alpha = 50$ 度の輝度分布を持つ拡散光源下で観察する例を考える。

4.3 節の議論より、この拡散光源の帯域幅を $B = 9$ と考えることができ、これに従い観察される修正反射カーネルの帯域幅も $B = 9$ となる。したがって、サンプリング定理により定められた方向に拡散光源を配置したときの 153 個の関数値を式 (12) に代入し修正反射カーネルの展開係数 R_l^m を求めた。

図 4, 図 5 の右側に提案手法により求められた展開係数と復元された修正反射カーネルを示す: b) は展開係数 R_l^m , d) と f) は式 (3) に基づき, $l = 8$ 次までの展開係数から復元された修正反射カーネルを示す。

また、これらの図の左側に元反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の展開係数とその分布を示す: a) は元反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の 100000 関数値より求めた展開係数, c) と e) は反射パラメータを Ward の反射モデル式に代入することにより求めた元反射カーネル $R(\theta, \phi)$ を可視化している。また、元反射カーネルを $l = 8$ 次までの成分により復元した場合, すなわち $l = 8$ 次まで

K_d, K_s は拡散反射および鏡面反射成分の色と強度を, σ は物体表面の粗さを表す定数。

f) では、法線方向を中心として半球上に存在する修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ が可視化されており、半径は $\{\theta | 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ を、回転角は $\{\phi | 0 \leq \phi < 2\pi\}$ を示している。

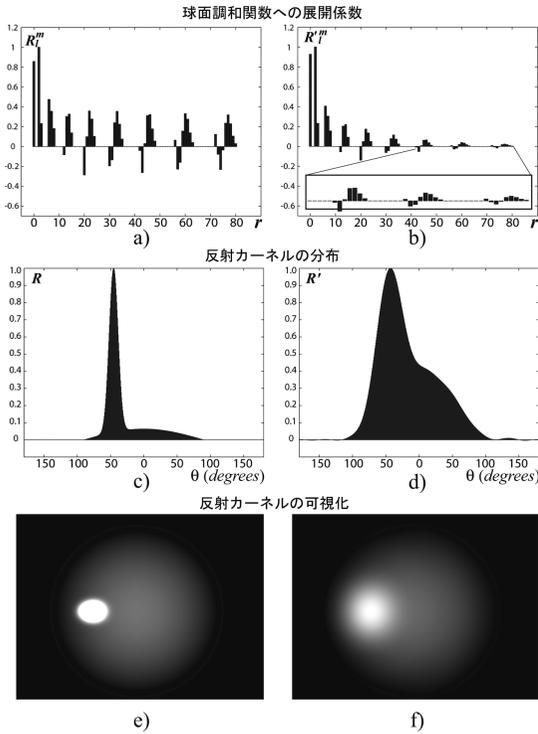


図 4 光沢紙：元反射カーネル（左），復元された修正反射カーネル（右）
 Fig.4 Glossy gray paper: original reflection kernel (left), and obtained modified reflection kernel (right).

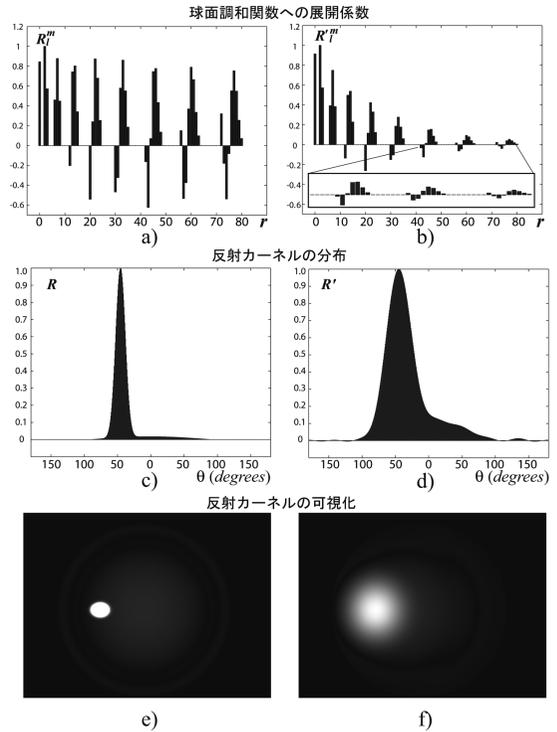


図 5 アルミ：元反射カーネル（左），復元された修正反射カーネル（右）
 Fig.5 Lightly brushed aluminum: original reflection kernel (left), and obtained modified reflection kernel (right).

の展開係数 R_l^m を式 (3) に代入して計算した結果を図 6 a) と b) に示す。いい換えれば、8 次以上の成分 ($R_l^m |l > 8$) が破棄された場合の元反射カーネルをこの図は表している。

図 4, 5 において a) と b) を比較してみると、拡散光源の展開係数と元反射カーネルの展開係数との積 (式 (11)) により係数の絶対的な大きさは異なっているものの、局所的に見ると係数の上がり下がりなどの変動が元反射カーネルに似ている様子が分かる。また、図 4, 5 の e) と f) と図 6 の a) を比較すると、f) に示す提案手法により復元された修正反射カーネルは、 $l = 8$ 次までの成分のみを考慮するため、e) に見られるような鏡面反射のピークは復元できないものの、図 6 の a) に示す元反射カーネルの $l = 8$ 次元までの見えをよく近似できていることが分かる。

さらに重要なことは、提案手法により復元された修正反射カーネル f) ではモアレなどのエイリアシングの影響がまったく観察されないことである。このことは拡散光源の利用により反射カーネルの帯域制限がうまく働いていることを示している。一方、Westin ら²⁸⁾ により指摘されるように、図 6 の a), b) のように単

純に $l > 8$ 次の成分を破棄して元反射カーネルを復元した場合、Gibbs 現象と呼ばれる影響 (たとえば、a) ではモアレとして、b) では波打って変化する様子) が観察される。

Gibbs 現象を軽減し、ある次元 ($l = N$ 次) までの球面調和関数を用いて関数を復元するためには、 $l = N$ 次の係数が 0 に近づくようにガウス分布 (中心から片側に広がる半領域を考慮) に従って係数を減衰させることが有効なことを Westin らは報告している。本研究で用いた拡散光源の展開係数はそのようなガウス分布 (図 3 参照) をもともと示しており、拡散光源の積により修正反射カーネルを求めることは、反射カーネルの $l \geq B$ 以上の成分の破棄に起因する Gibbs 現象を軽減するためにも有効であることが分かる。

5.2 実画像による実験

この実験では、構造物 (視点位置や光源環境の変化に応じて物体表面の見えが大きく変化する) を持

式 (11) において修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ は R_l^m , E_l と D^l の積により求まる。ここで E_l と D^l は計算可能な値であるため、 R_l^m は $R'(\theta, \phi)$ から推定することも可能である。

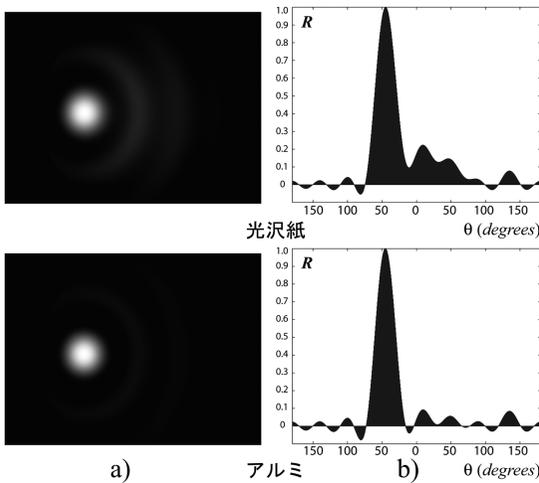


図 6 元反射カーネルの展開係数 R_l^m を $l = 8$ 次まで利用して復元された反射カーネル

Fig. 6 Reconstructed reflection kernel from coefficients R_l^m of original reflection kernel up to degree $l = 8$.

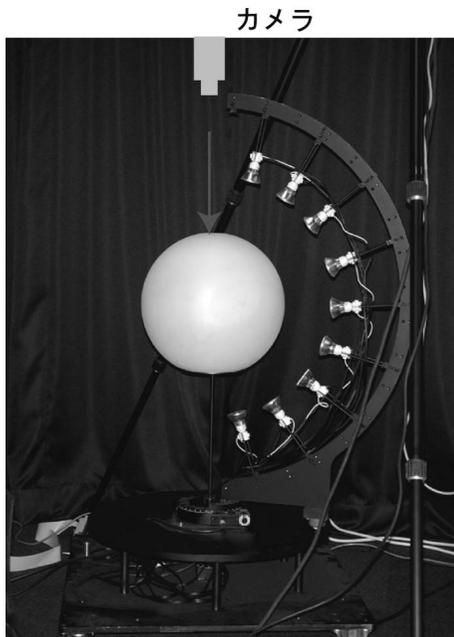


図 7 拡散光源を用いた撮像装置：拡散球の上部にカメラが配置されており、拡散球上に空けられたカメラ用の穴を通して、物体の見えを観察している

Fig. 7 Experimental setup.

つ貝殻（あわび）を対象物体として用いた．図 7 に撮像装置を示す．対象物体を包み込む形で拡散球を配置し、回転テーブルに取り付けられたアーム上の

9 つのガウス点に配置された点光源を $\phi_k = \frac{2\pi k}{18-1}$, ($k = 0, \dots, 16$) の間隔で拡散球の外側を回転させることにより、 $B = 9$ 次の調和基底画像を求めるために必要となる 153 枚の入力画像を獲得した．この際、拡散光源の帯域幅が $B = 9$ となるように点光源と拡散球との距離を調節した．さらに、文献 5) の解析に基づき、対象物体に対して、どの程度の半径を持つ拡散球を用いれば遠方光源の仮定が成り立つかを考慮している．

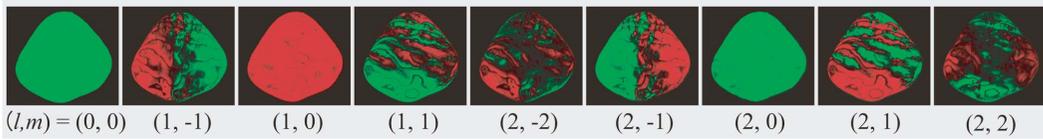
このように拡散球を用いて構築された拡散光源では、点光源からの輝度を受けて光源として機能する拡散球上の点（図 1 において、天頂角 $\theta'_e < \alpha$ を満たす拡散球上の点）からの直接光だけでなく、拡散球内の相互反射による他の点からの間接光も存在する．本実験で用いた拡散光源では、相互反射による間接光の影響は直接光に比べて十分小さいことを確認し、直接光の寄与分のみを考慮した式 (9) でこの拡散光源の輝度分布を近似できると判断した．

この装置を用いて撮像された入力画像の明るさを修正反射カーネルとして式 (12) に代入し、 $l = 8$ 次までの展開係数を R_l^m を求めて保存した調和基底画像のうち $l = 2$ 次までの 9 枚を図 8 (a) に示す．また、Debevec により提供されている Light Probe による光源環境の計測結果²⁾ を用いて、屋内外の複雑な光源環境下における貝殻の見えを求められた調和基底画像を用いて生成した結果を図 8 (b) に示す．屋内外の複雑な光源環境の変化に応じて、貝殻の持つ色合いが大きく変化し、その複雑な色合いや反射の変化が現実感高く生成されている様子がよく分かる．

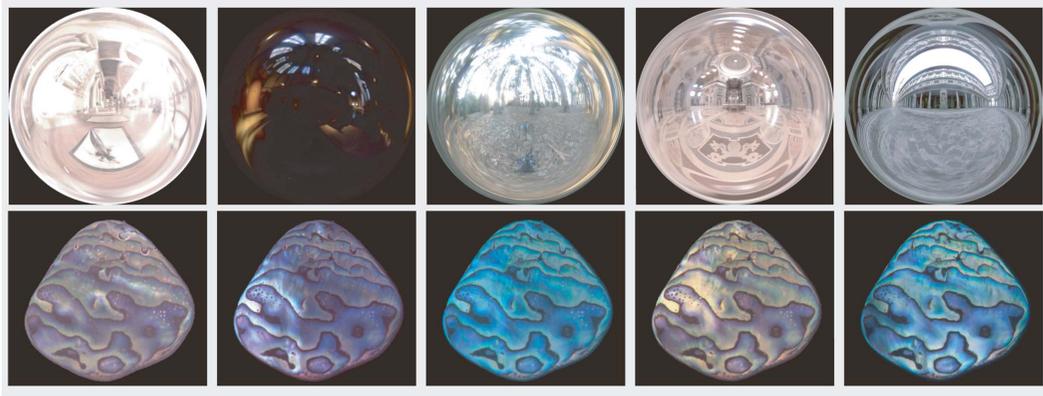
さらに、対象物体を一般的な室内光源環境下で撮影した画像と、調和基底画像の線形和として生成された画像とを比較した結果を図 9 に示す．ここでは、魚眼レンズ付きカメラを用いて光源分布を計測し、その展開係数 L_l^m を求めて式 (7) に基づき画像を生成している．

先に述べたように、この実験で用いた貝殻のような艶のある物体が対象の場合、鏡面反射は拡散反射よりもはるかに高い輝度を持って観察されることが多い．このことが、図 9 の実画像において、鏡面反射の画素値の飽和（サチュレーション）を生じさせる要因となっている．

これに対して、調和基底画像の線形結合として生成された物体の見えでは、拡散光源の利用により鏡面反射と拡散反射の輝度差が軽減されたため、画素値の飽和を生じさせるような強い鏡面反射は観察されない．このことは、入力画像の枚数に基づき生成される画像



(a) 調和基底画像



(b) 複雑光源環境下における合成画像

図 8 (a) 得られた調和基底画像：緑は正の値，赤は負の値を示す．(b) 複雑光源環境下において生成された画像：上段に光源環境を示す

Fig. 8 (a) Obtained harmonic images and (b) Synthesized images under natural illumination conditions.

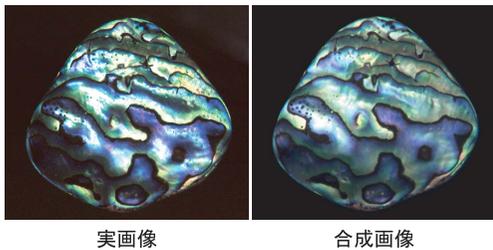


図 9 実画像と合成画像の比較：拡散光源により貝殻の見えをモデル化

Fig. 9 Comparison between real images and synthesized images under complex illumination.

の周波数帯域が決定されるという提案手法の限界を示している．画素値の飽和を生じさせるような強い鏡面反射を生成するためには，サンプリング間隔を狭めて入力画像数を増やす必要がある．

一方，提案手法により生成された物体の見えは，鏡面反射の位置や構造色の分布など，全体として実際の見えと非常によく一致していることが分かる．このことは，任意光源下での物体の見えを再現するのに，限られた枚数の入力画像から得られた調和基底画像が有効なことを示している．

6. 結 び

任意光源環境下における物体の見えは周波数領域で

定義される部分空間を用いて精度良く表現できることが従来研究により示されている．しかしながら，複雑な形状や反射特性を持つような実物体を対象とした場合，部分空間を張る基底画像（調和基底画像）を準備することは容易ではない．本研究では，点光源または拡散光源下で撮影された画像を用いて，調和基底画像を解析的に求める手法を提案した．提案手法では，物体の反射特性を表す双方向性反射率分布関数の周波数特性と球面調和関数のサンプリング定理に基づき，どのような光源をどのようなサンプリング間隔で配置しながら画像を撮影すれば十分であるかという点を明らかにした．また，複雑な形状や反射特性を持つ物体に対する不十分な見えのサンプリングの影響を回避するため，拡散球と点光源により構築される拡散光源の利用を提案し，拡散光源を用いることによりもたらされる 3 つの利点を明らかにした：(1) 物体表面の反射特性に帯域制限をかけることができ不十分なサンプリングに起因するエイリアシングを回避する，(2) 鏡面反射と拡散反射の輝度差に基づくダイナミックレンジの問題を軽減する，(3) 高周波成分の破棄により生じる Gibbs 現象を軽減する．

この 3 つの利点により，入力画像を撮像する際の拡散光源のサンプリング間隔から決定される周波数帯域まで，エイリアシングの影響なく基底画像を獲得する

ことが可能となった。視線方向の変動にともなう物体表面の見えの変化のモデル化や高周波な成分を持つ光源環境下で観察される鏡のような艶のある物体の見えの生成を今後の研究課題として考えている。

謝辞 本研究は、文部科学省研究費（特別研究員奨励費）および科学技術振興機構戦略的創造研究推進事業（PRESTO）の研究助成により行われた。

参 考 文 献

- 1) Basri, R. and Jacobs, D.: Lambertian Reflectance and Linear Subspaces, *Proc. IEEE Intl. Conf. Computer Vision 01*, pp.383-389 (2001).
- 2) Debevec, P.: Rendering Synthetic Objects into Real Scenes: Bridging Traditional and Image-based Graphics with Global Illumination with High Dynamic Range Photography, *Proc. SIGGRAPH 98*, pp.189-198 (1998).
- 3) Debevec, P., Hawkins, T., Tchou, C., Duiker, H., Sarokin, W. and Sagar, M.: Acquiring the Reflectance Field of a Human Face, *Proc. SIGGRAPH '00*, pp.145-156 (2000).
- 4) Driscoll, J. and Healy, Jr, D.: Computing Fourier transforms and convolutions on the 2-sphere, *J. Advanced in Applied Mathematics*, Vol.15, pp.202-250 (1994).
- 5) Frolova, D., Simakov, D. and Basri, R.: Accuracy of Spherical Harmonic Approximations for Images of Lambertian Objects under Far and Near Lighting, *Proc. European Conference on Computer Vision*, Vol.1, pp.574-587 (2004).
- 6) Dror, R.O., Leung, T.K., Adelson, E.H. and Willsky, A.S.: Statistics of Real-World Illumination, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition 01* (2001).
- 7) Epstein, R., Hallinan, P. and Yuille, A.: 5+/-2 eigenimages suffice: An Empirical Investigation of Low-dimensional Lighting Models, *Proc. IEEE Workshop on Physics-Based Modeling in Computer Vision*, pp.108-116 (1995).
- 8) Georgiades, A., Kriegman, D. and Belhumeur, P.: Illumination Cones for Recognition under Variable Lighting: Faces, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.52-59 (1998).
- 9) Georgiades, A., Kriegman, D. and Belhumeur, P.: From few to many: Generative Models for Recognition under Variable Pose and Illumination, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.23, No.6, pp.643-660 (2001).
- 10) Hallinan, P.: A Low-dimensional Representation of Human Faces for Arbitrary Lighting Conditions, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.995-999 (1994).
- 11) Lee, K.C., Ho, J. and Kriegman, D.: Nine Points of Light: Acquiring Subspaces for Face Recognition under Variable Lighting, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition 01*, pp.519-526 (2001).
- 12) Lensch, H.P.A., Lang, J., Sa, A.M. and Seidel, H.-P.: Planned Sampling of Spatially Varying BRDFs, *Proc. Eurographics 03*, pp.473-482 (2003).
- 13) Mohlenkamp, M.J.: A Fast Transform for Spherical Harmonics, *J. Fourier Analysis and Applications*, Vol.5(2/3), pp.159-184 (1999).
- 14) 向川, 宮木, 三橋, 尺長: Photometric Image-Based Rendering による仮想照明画像の生成, 情報処理学会論文誌: コンピュータビジョンとイメージメディア, Vol.41, No.SIG10 (CVIM1), pp.19-30 (2000).
- 15) 町田, 竹村, 横矢: 複数の照明条件の組合せによる物体の表面反射特性の密な推定, 電子情報通信学会 D-II, Vol.J84-D-II, No.8, pp.1873-188 (2001).
- 16) Murase, H. and Nayar, S.: Visual Learning and Recognition of 3-D Objects from Appearance, *Int. J. Computer Vision*, Vol.14, No.1, pp.5-24 (1995).
- 17) 苗村, 金子, 原島: 光線記述に基づく仮想光源画像の合成, 映像情報メディア学会誌, Vol.52, No.9, pp.1328-1335 (1998).
- 18) Nayar, S.K., Ikeuchi, K. and Kanade, T.: Determining Shape and Reflectance of Hybrid Surfaces by Photometric Sampling, *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol.6, No.4, pp.418-43 (1990).
- 19) Okabe, T., Sato, I. and Sato, Y.: Spherical Harmonics vs. Haar Wavelets: Basis for Recovering Illumination from Cast Shadows, *Proc. IEEE Conf. Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.1-50-57 (2004).
- 20) Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, Cambridge (1988).
- 21) Ramamoorthi, R. and Hanrahan, P.: A Signal-Procession Framework for Inverse Rendering, *Proc. SIGGRAPH 01*, pp.117-128 (2001).
- 22) Ramamoorthi, R. and Hanrahan, P.: On the relationship between radiance and irradiance: Determining the illumination from images of a convex lambertian object, *J. Optical Society of America A*, Vol.18, No.10, pp.2448-2459 (2001).

- 23) Ramamoorthi, R. and Hanrahan, P.: An Efficient Representation for Irradiance Environment Maps, *Proc. ACM SIGGRAPH 01*, pp.497-500 (2001).
- 24) Ramamoorthi, R. and Hanrahan, P.: Frequency space environment map rendering, *Proc. ACM SIGGRAPH 02*, pp.517-526 (2002).
- 25) 佐藤, 林田, 甲斐, 佐藤, 池内: 実光源環境下での画像生成: 基礎画像の線形形による高速レンダリング手法, 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol.J84-D-II, No.8, pp.1864-1872 (2001).
- 26) Shashua, A.: On Photometric Issues in 3D Visual Recognition from a Single Image, *Int. J. Computer Vision*, Vol.21, pp.99-122 (1997).
- 27) Ward, G.J.: Measuring and Modeling Anisotropic Reflection, *Proc. SIGGRAPH '92*, pp.265-272 (1992).
- 28) Westin, S., Arvo, J. and Torrance, K.: Predicting Reflectance Functions from Complex Surfaces, *Proc. SIGGRAPH 92*, pp.255-264 (1992).
- 29) Yuille, A., Snow, D., Epstein, R. and Belhumeur, P.: Determining Generative Models of Objects under Varying Illumination: Shape and albedo from multiple images using SVD and integrability, *Int. J. Computer Vision*, Vol.35, No.3, pp.203-222 (1999).
- 30) Zhao, L. and Yang, Y.: Theoretical Analysis of Illumination in PCA-based Vision Systems, *Pattern Recognition*, Vol.32, pp.547-564 (1999).

付 録

修正反射カーネル $R'(\theta, \phi)$ は, 拡散光源輝度分布 $E(\theta'_e)$ からの照度を受けた際の物体表面の反射カーネル $R(\theta, \phi)$ の積分として

$$R'(\theta, \phi) = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} R(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e)) E(\theta'_e) \sin \theta'_e d\theta'_e d\phi'_e. \quad (13)$$

のように求まる. ここで, $R(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e))$ と $E(\theta'_e)$ は球面調和関数の線形結合として表すことができる:

$$E(\theta'_e) = \sum_{n=0}^{\infty} E_n Y_n^0(\theta'_e) \quad (14)$$

$$R(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e)) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l R_l^m Y_l^m(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e)), \quad (15)$$

R_l^m と E_n は, それぞれの関数の球面調和関数への展開係数を示す. また, 回転を考慮した球面調和関数 $Y_l^m(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e))$ は,

$$Y_l^m(M_\theta^\phi(\theta'_e, \phi'_e)) = \sum_{m'=-l}^l D_{m,m'}^l(\theta) e^{Im\phi} Y_l^{m'}(\theta'_e, \phi'_e) \quad (16)$$

のように定義され²¹⁾, $e^{Im\phi}$ の項は回転角 ϕ に関数回転を表し, D^l は同じ次元 l の球面調和関数の線形形に基づき, 回転後の球面調和関数を計算するためのマトリックスを示す.

式 (14), (15) を式 (13) に代入すると

$$R'(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \sum_{m'=-l}^l R_l^m E_n D_{m,m'}^l(\theta) e^{Im\phi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_l^{m'}(\theta'_e, \phi'_e) Y_n^0(\theta'_e) \sin \theta'_e d\theta'_e d\phi'_e. \quad (17)$$

球面調和関数の正規直交性に基づき,

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} Y_l^{m'}(\theta'_e, \phi'_e) Y_n^0(\theta'_e) \sin \theta'_e d\theta'_e d\phi'_e = \delta_{ln} \delta_{m'0}$$

となり, したがって

$$R'(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \sum_{m'=-l}^l R_l^m E_n D_{m,m'}^l(\theta) e^{Im\phi} \delta_{ln} \delta_{m'0}. \quad (18)$$

ここで, $\delta_{ij} = 1$ はクロネッカーの δ を示し, その値は $i = j$ のとき 1, $i \neq j$ のとき 0 となり, これにより修正反射カーネルを表す式を得る

$$R'(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l R_l^m E_l D_{m,0}^l(\theta) e^{Im\phi}. \quad (19)$$

(平成 17 年 9 月 20 日受付)

(平成 18 年 3 月 20 日採録)

(担当編集委員 谷口 倫一郎)



佐藤いまり

1994年慶應義塾大学総合政策学部卒業，2002年東京大学大学院学際情報学府修士課程修了．2005年同大学院博士課程修了．学際情報学博士．現在，国立情報学研究所助手，科学技術振興機構さきがけ研究員．光源環境の推定，イメージ・ベースド・モデリング & レンダリングに関する研究に従事．1992～1993年 Carnegie Mellon University (CMU), Center for Machine Translation, Research Assistant, 1994～1996年 CMU, The Robotics Institute, Visiting Scholar. 1997～2000年東京大学生産技術研究所，研究補助．2003～2004年日本学術振興会特別研究員．



岡部 孝弘 (正会員)

1997年東京大学理学部物理学科卒業．1999年同大学大学院理学系研究科物理学専攻修士課程修了．2000年同博士課程中退．2001年より東京大学生産技術研究所技官（技術職員）．コンピュータビジョン，コンピュータグラフィックスに関する研究に従事．2005年度電子情報通信学会論文賞，MIRU2004，MIRU2005 優秀論文賞，2004年度PRMU 研究奨励賞を受賞．電子情報通信学会，IEEE 各会員．



佐藤 洋一 (正会員)

1997年カーネギーメロン大学計算機科学部ロボティクス学科博士課程修了．同年より東京大学生産技術研究所研究機関研究員，講師，助教を経て，現在同大学大学院情報学環助教授．Ph.D. in Robotics．コンピュータビジョン，ヒューマン・コンピュータ・インタラクション，コンピュータグラフィックスに関する研究に従事．MIRU2000 最優秀論文賞，MIRU 優秀論文賞 (MIRU2004，MIRU2005)，1999年度山下記念研究賞，1999年度日本バーチャルリアリティ学会論文誌論文賞，2005年度電子情報通信学会論文賞等を受賞．電子情報通信学会，日本バーチャルリアリティ学会，ACM，IEEE 各会員．



池内 克史 (正会員)

1973年京都大学工学部機械工学科卒業．1978年東京大学大学院工学系研究科情報工学専攻博士課程修了．工学博士．MIT人工知能研究所，電総研，CMU 計算機科学部を経て，1996年より東京大学生産技術研究所教授．人間の視覚機能，明るさ解析，物体認識，人間による組み立て作業の自動認識等の研究に従事．論文賞 (ICCV-90，CVPR-91，AIJ-92，ロボット学会誌-97，IEEE R&A 誌-98，画像の理解・認識シンポジウム (MIRU2000)，1999年度日本バーチャルリアリティ学会論文誌) 受賞．電子情報通信学会，人工知能学会，日本ロボット学会，日本バーチャルリアリティ学会各会員．OSA 会員，IEEE 会員 (Fellow)．