Vol.2017-MPS-112 No.25
2017/2/28

力学系学習木における誤差ベース予測アルゴリズム

金天海† 菅原康滉† 三浦勇気† 栗林倫† 沼倉彬雄†
加藤成将† 佐藤和幸† 冨澤武弥‡ 三好扶† 明石卓也†
岩手大学† 大船渡市役所‡

1 まえがき

任意の系の入出力関数の近似関数を，入出力値を学習することで生成する関数近似という手法がある．特に，入出力値の間の関係が非線形かつ連続である場合，非線形連続関数近似§と呼ばれており，その中の一つに力学系学習木 (Dynamics Learning Tree:DLT)[1] がある．DLT は木構造を用いた手法であり，そのノードは予測出力値を保持し出力値により予測出力値を更新している．また，入力値によりノードを選択し，そのノードから予測出力値を得る．DLT は，小型船舶の無波無動力時加速度のモデリング [2] の研究に応用されている．上記のように実機から入出力値を取得する場合，入出力値の出力値にノイズが付加されている．従来法は，このノイズの影響を受け易いため，予測出力値と真の出力値の間の平均予測誤差が大きくなり易い．

そこで本研究では，DLT の性質を利用した手法と，ある誤差を用いた手法を導入することで平均予測誤差を縮小させる．

2 DLT(力学系学習木)

DLT について一般的に議論する．任意の系の入出力関数 f が与えられた際に，与えられた制約の中で f と最も類似するような近似関数 $\hat{f}$ の最適解 $\hat{f}^*$ を得る関数近似問題は以下のように定義できる．

$$\hat{f}^* \coloneqq \arg\min_{\hat{f}} E \tag{1}$$

ただし，

$$E \coloneqq \int_I \|\mathbf{o} - \hat{\mathbf{o}}\| \, d\|\mathbf{i}\| \tag{2}$$

$$\mathbf{o} \coloneqq f(\mathbf{i}) \tag{3}$$

$$\hat{\mathbf{o}} \coloneqq \hat{f}(\mathbf{i}) \tag{4}$$

であり，E は f と $\hat{f}$ の間の平均予測誤差，$I \subseteq \mathbb{R}^\mu$ は入力空間，$\mathbf{o} \in O$ は出力値，$\hat{\mathbf{o}} \in O$ は予測出力値，$\mathbf{i} \in I$ は入力値，$O \subseteq \mathbb{R}^\kappa$ は出力空間，$\mathbb{R}$ は実数の全体集合である．なお，$\mathbf{i}$，$\mathbf{o}$，$\hat{\mathbf{o}}$ の第 k 成分はそれぞれ i_k，o_k，$\hat{o}_k$ である．この問題は，f が未知であり式 3 に従って入出力値

$$d \coloneqq \{\mathbf{i}, \mathbf{o}\} \tag{5}$$

が取得できるという制約条件を伴う．また，この問題に $\hat{f}$ を式 6 により更新関数 χ で逐次更新するという制約条件を加えるとオンライン関数近似問題となる．

$$\hat{f} \leftarrow \chi(\hat{f}, d) \tag{6}$$

この問題において，逐次更新時の汎化と記憶保持の間にトレードオフの関係がある．DLT は，その関係を ξ 分木を用いることで解消させたオンライン関数近似器である．

2.1 ξ 分木

ξ 分木は，各ノード v が ξ 個以下の子ノードを持つ順序根付き木である．v は以下のように定義する．

$$v \coloneqq \{l, p, \mathbf{c}, \hat{\mathbf{o}}, u.S\} \tag{7}$$

l は v の深さ，p は v の親ノード，$\mathbf{c}$ は v の子ノード，u は $\hat{\mathbf{o}}$ の更新回数，$S \subseteq I$ は部分入力空間¶である．なお，v の最大の深さは ρ，v の第 x 番目の子ノードは $c_x \in \mathbf{c}$ である．根ノードが保持する部分入力空間は入力空間と同値である．それ以外のノードが保持する部分入力空間について説明する．任意の v の第 x 番目の子ノード c_x が保持する部分入力空間を S_x とする．v の子ノード $\mathbf{c}$ のすべての要素が保持する部分入力空間の集合

$$\mathfrak{P}(S) \coloneqq \{S_x \subset S \,|\, S_x \in c_x \in \mathbf{c}, 1 \leq x \leq \xi\} \tag{8}$$

は，v が保持する部分入力空間 S の直和分割であり，$\mathfrak{P}(S)$ の相異なる 2 要素は互いに素である．すなわち，

$$\mathfrak{P}(S) \ni S_x, S_{x'}; \quad S_x \neq S_{x'} \Rightarrow S_x \cap S_{x'} = \varnothing \tag{9}$$

が成り立つ．さらに，v の子ノード $\mathbf{c}$ のすべての要素の部分入力空間の総和は，v の部分入力空間 S である．これを次のように表すことができる．

$$S = \bigcup_{x=1}^{\xi} S_x \tag{10}$$

†Yasuhiro Sugawara, Yuki Miura, Hitoshi Kuribayashi, Akio Numakura, Narimasa Kato, Kazuyuki Sato, Tamotsu Miyoshi, Takuya Akashi, and Chyon Hae Kim are with Iwate University
‡Takeya Tomizawa is with Ofunato City Hall.
§以降，非線形連続関数近似を単に関数近似と表記する．
¶部分入力空間とは，入力空間の部分空間のことである．

また，$\mathfrak{P}(S)$ は S の要素 $\mathbf{i}$ の第 ζ 成分 i_ζ に関する直和分割であり，この ζ は v の深さ $l \in v$ に従属する正の整数である．ζ は次の式から求める．

$$\zeta \coloneqq (l \bmod \xi) + 1 \quad (l \in v) \tag{11}$$

i_ζ の区間を

$$A \coloneqq \{i_\zeta \in \mathbf{i} \,|\, \mathbf{i} \in S, i_{\min} \leq i_\zeta \leq i_{\max}\} \tag{12}$$

とし，A の長さを

$$|A| \coloneqq |i_{\max} - i_{\min}| \tag{13}$$

とする．この A の直和分割を

$$\mathfrak{P}(A) \coloneqq \{A_x \subset A \,|\, 1 \leq x \leq \xi\} \tag{14}$$

とし，$\mathfrak{P}(A)$ の要素 A_x を次のように定義する．

$$A_x \coloneqq \{i_\zeta \in A \,|\, a_{\min} \leq i_\zeta \leq a_{\max}\} \tag{15}$$

ただし，$a_{\min}$，$a_{\max}$ はそれぞれ A_x の要素の最小値，最大値であり，次のように定義する．

$$a_{\max} \coloneqq \frac{|A|}{\xi}x + i_{\min} \tag{16}$$

$$a_{\min} \coloneqq a_{\max} - \frac{|A|}{\xi} \tag{17}$$

上記の関係より，v の第 x 番目の子ノード c_x が保持する部分入力空間 S_x は次の式のように定義する．

$$S_x \coloneqq \{\mathbf{i} \in S \,|\, S \in v, i_\zeta \in A_x\} \tag{18}$$

このように部分入力空間 S を形式的に定義している．

2.2 学習

任意の入出力値 d に対応するノードが保持する予測出力値 $\hat{\mathbf{o}}$ を，次の式により更新することを学習と呼ぶ．なお，未学習時の ξ 分木は根ノードのみから構成される．

$$\hat{\mathbf{o}} \leftarrow \frac{u\,\hat{\mathbf{o}} + \mathbf{o}}{u+1} \quad (\mathbf{o} \in d) \tag{19}$$

対応するノードとは，d の入力値 $\mathbf{i} \in d$ を含む部分入力空間を保持するノードのことである．根ノード v が保持する部分入力空間 S は入力空間 I と同値であるため，$\mathbf{i}$ を S に含んでおり，$\mathbf{i} \in S$ が成り立つ．そして，$\mathbf{i}$ を含む部分入力空間を保持するノードを，子ノード $\mathbf{c} \in v$ の中から次の式を用いて探索する．

$$m \coloneqq \mathrm{ceil}\left(\frac{i_\zeta - i_{\min}}{|A|}\xi\right) \quad (i_\zeta \in \mathbf{i} \in d,\, i_{\min} \in A) \tag{20}$$

この式により，第 m 番目の子ノード $c_m \in \mathbf{c}$ が保持する部分入力空間 S_m は，$\mathbf{i}$ を含んでおり，$\mathbf{i} \in S_m$ が成り立つということがわかる．部分入力空間が形式的に定義されているため，式 20 により $\mathbf{i} \in S_m$ が成り立つノードを探索することができる．ただし，c_m が未生成である場合は，c_m を生成する．上記の探索と生成を，ノードの深さが ρ と等しくなるまで繰り返す．

図 1 により学習について具体的に説明する．図 1 の左側が入力空間

$$\{\mathbf{i} \in \mathbb{R}^2 \,|\, \forall k(-4q \leq i_k \leq 4q)\} \tag{21}$$

であり，右側が 2 分木である．なお，出力空間 O は $\mathbb{R}^2$ の部分空間である．入出力値 $\{(3q, 3q), (q, q)\}$ を用いて学習すると，ノード v_{12}, v_{13}, v_{14} が生成され，ノード $v_1, v_2, v_{12}, v_{13}, v_{14}$ が保持する予測出力値が式 19 により更新される．なお，三角形は入力値 $(3q, 3q)$ である．

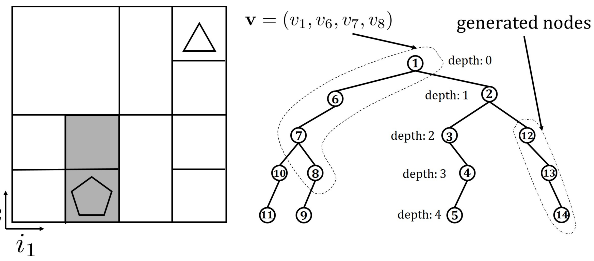


図 1: 力学系学習木の学習・予測 $(\mu = 2, \rho = 4, \xi = 2)$

2.3 予測

任意の入力値 $\mathbf{i}$ に対応するノードの配列

$$\mathbf{v} \coloneqq (v_1, \cdots, v_j, \cdots) \tag{22}$$

から深さ l が最も大きいノード $v_t \in \mathbf{v}$ を選択し，v_t が保持している予測出力値 $\hat{\mathbf{o}} \in v_t$ を得ることを予測と呼ぶ．v_t は，次のように定義する．

$$v_t \coloneqq \mathop{\arg\max}_{v_j} l \tag{23}$$

ノードの配列 $\mathbf{v}$ は，$\mathbf{i}$ を含む部分入力空間を保持するノード v_j を要素とする．v_j は，学習と同様に根ノードから式 20 を用いて探索する．ただし，ノードの生成は行わない．

図 1 により予測について具体的に説明する．入力値 $(-q, -3q)$ を用いて予測すると，ノードの配列が $\mathbf{v} = (v_1, v_6, v_7, v_8)$ となり，$\mathbf{v}$ の中で最も深いノード v_8 が選択され v_8 の予測出力値を得られる．なお，五角形が入

力値 $(-q, -3q)$，灰色の空間が v_8 が保持する部分入力空間である．

3 ノイズの影響

実機から入出力値 d を取得する場合，出力値 $\mathbf{o} \in d$ にノイズ $\mathbf{z}$ が付加されている．このような入出力値をノイズ付加入出力値 d^z とし，次のように定義する．

$$d^z \coloneqq \{\mathbf{i}, \mathbf{o}^z\} \quad (\mathbf{o}^z = \mathbf{o} + \mathbf{z}) \tag{24}$$

ただし，$\mathbf{o}^z$ はノイズ付加出力値である．d^z を用いて学習した DLT における予測について議論する．ノードの配列 $\mathbf{v}$ から選択されるノード v_t は，$\mathbf{v}$ の中で更新回数 u が最も少ない．これは，任意のノード v の部分入力空間 $S \in v$ と，v の第 x 番目の子ノード $c_x \in \mathbf{c} \in v$ の部分入力空間 $S_x \in c_x$ の間に式 8 のような包含関係 $S_x \subset S$ があるからである．予測出力値 $\hat{\mathbf{o}}$ は式 19 により更新しているため，更新回数 u が少ないほどノイズの影響を受けやすく平均予測誤差が大きくなり易い．

そこで，従来法より平均予測誤差を縮小させる手法として

- 更新回数ベース予測
- 深さベース予測
- 誤差ベース予測

を提案する．

4 更新回数ベース予測

更新回数が少なすぎると予測出力値がノイズの影響を受けやすい．そこで，DLT の学習回数 N_L 以下の一定更新回数 η を定めることで，平均予測誤差を縮小させる更新回数ベース予測を提案する．更新回数ベース予測は，従来の予測と同様にして入力値 $\mathbf{i}$ に対応するノードの配列 $\mathbf{v}$ を求め，$\mathbf{v}$ の中で更新回数 u が η 以上のノードの配列

$$\mathbf{v}^\eta \coloneqq \{v_j \in \mathbf{v} \,|\, u \in v_j, u \geq \eta\} \tag{25}$$

を求める．そして，$\mathbf{v}^\eta$ の中で深さ l が最も大きいノードを選択し，そのノードが保持している予測出力値を得る．

5 深さベース予測

ノードの深さが小さいほど更新回数が多く，深さが大きいほど更新回数が少ない．そこで，ノードの最大の深さ ρ 以下の一定深さ ι を定めることで，平均予測誤差を縮小させる深さベース予測を提案する．深さベース予測は，従来の予測と同様にして入力値 $\mathbf{i}$ に対応するノードの配列 $\mathbf{v}$ を求め，$\mathbf{v}$ の中で深さ l が ι 以下のノードの配列

$$\mathbf{v}^\iota \coloneqq \{v_j \in \mathbf{v} \,|\, l \in v_j, l \leq \iota\} \tag{26}$$

を求める．そして，$\mathbf{v}^\iota$ の中で深さ l が最も大きいノードを選択し，そのノードが保持している予測出力値を得る．

6 誤差ベース予測

誤差ベース予測は，ある誤差を用いることで平均予測誤差を縮小させる手法である．ならびに，従来の予測と同様にして入力値 $\mathbf{i}$ に対応するノードの配列 $\mathbf{v}$ を求め，$\mathbf{v}$ の中である誤差が最も小さいノードを選択し，そのノードが保持している予測出力値を得る．なお，この手法にはパラメータ ϵ があり，$0 \leq \epsilon < 1$ である．

DLT を実機に用いたときに提案法が従来法より平均予測誤差を縮小させられるかを検証するために，単振動と小型船舶の運動に対して実験を行った．

7 実験 1

単振動の運動を DLT に学習させ従来法と提案法で予測を行った．

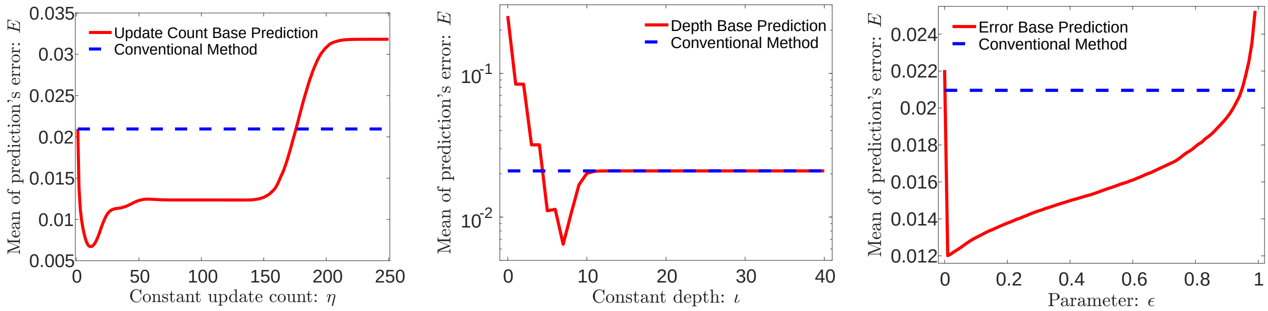
7.1 内容

単振動の運動方程式は

$$\ddot{y} \coloneqq -y \tag{27}$$

を用いた．なお，$\ddot{y}$ は加速度，y は位置である．位置と速度を入力値，加速度を出力値とした．この出力値にノイズを付加させることでノイズ付加出力値を生成し，実機から取得したようなノイズ付加入出力値を構成した．また，検証用の入出力値は式 27 により取得した．

$30000(= N_L)$ 個のノイズ付加入出力値と 15000 個の入出力値から構成されるデータを 60 個用意した．そして，そのデータのノイズ付加入出力値により学習し，



(a) 更新回数ベース予測　(b) 深さベース予測　(c) 誤差ベース予測

図 2: 実験 1 の結果

平均予測誤差を求めた．なお，$\mu = 2, \rho = 40, \xi = 3$ の DLT を用いた．そして，一定更新回数 η の変域は $1 \leq \eta \leq N_L$，一定深さ ι の変域は $0 \leq \iota \leq \rho$，パラメータ ϵ の変域は $0 \leq \epsilon < 1$ はである．

7.2 結果

従来法と提案法の平均予測誤差は図 2 となった．縦軸が平均予測誤差，横軸が各提案法のパラメータ η，ι，ϵ，破線が従来法，実線が提案法である．なお，図 2a は，平均予測誤差の変化が大きい部分をプロットしている．

更新回数ベース予測は，一定更新回数 η の値が $2 \leq \eta \leq 175$ のとき，更新回数ベース予測は従来法より平均予測誤差を縮小させた (図 2a)．深さベース予測は，一定深さ ι の値が $5 \leq \iota \leq 14$ のとき，深さベース予測は従来法より平均予測誤差を縮小させた (図 2b)．誤差ベース予測は，パラメータ ϵ の値が $0.01 \leq \epsilon \leq 0.94$ のとき，誤差ベース予測は従来法より平均予測誤差を縮小させた (図 2c)．以上より，全ての提案法は従来法より平均予測誤差を縮小させられることが確認できる．

8 実験 2

無波無動力時の小型船舶の運動を学習させ従来法と提案法で予測を行った [3].

8.1 内容

小型船舶には，船底にカメラ，船上にジャイロセンサが取り付けられている．カメラで前後方向の位置を取得し，その位置から速度を求め，そしてその速度から加速度を求めた．また，ジャイロセンサで角速度 (yaw) を取得し，その角速度から角加速度を求めた．上記の速度と角速度を入力値とし，加速度と角加速度をノイズ付加出力値として，ノイズ付加入出力値を構成した．そして，検証用の入出力値はモーションキャプチャを用いて取得した．

4 分間で取得したノイズ付加入出力値と入出力値から構成されるデータを 41 個用意した．そして，40 データのノイズ付加入出力値により学習し残りの 1 データを用いて交差検証を行い，平均予測誤差を求めた．なお，$\mu = 2, \rho = 22, \xi = 3$ の DLT を用いた．そして，一定更新回数 $\eta = 100$，一定深さ $\iota = 10$，$\epsilon = 0.01$ とした．

8.2 結果

従来法と提案法の平均予測誤差は表 1 となり，全ての提案法は従来法より平均予測誤差を縮小させられることが確認できる．

表 1: 実験 2 の結果

予測手法	平均予測誤差
従来法	0.702
更新回数ベース予測	0.491
深さベース予測	0.491
誤差ベース予測	0.526

9 結論・展望

本研究では，DLT を実機に用いたときに従来法より平均予測誤差を縮小させる手法として

- 更新回数ベース予測

- 深さベース予測
- 誤差ベース予測

を提案した．単振動と無波無動力時の小型船舶の運動を学習し提案法を試したところ，提案法は従来法より平均予測誤差を縮小させた．しかし，パラメータの値によっては従来法より平均予測誤差が大きくなる場合があった．

そこで，パラメータの値に依らない，またはパラメータを持たない手法で，従来法より平均予測誤差を縮小させたい．

参考文献

[1] 沼倉彬雄，加藤成将，佐藤和幸，富沢武弥，三好扶，明石卓也，金天海 :”力学系学習木-連続力学系の階層型学習-，”情報処理学会第 77 全国大会，(2015).

[2] Akio Numakura, Shigenobu Kato, Kazuyuki Sato, Takeya Tomizawa,Tasuku Miyoshi, Takuya Akashi and Chyon Hae Kim:”FAD learning: Separate Learning for Three Accelerations -Learning for Dynamics of Boat through Motor Babbling-,”ICRA, (2016).

[3] 三浦勇気，菅原康滉，栗林倫，沼倉彬雄，加藤成将，佐藤和幸，冨澤武弥，三好扶，明石卓也，金天海 :”力学系学習木による画像ベース小型船舶挙動学習，”平成 28 年度情報処理学会東北支部研究会，(2016).