

幾何学の理解を支援するタブレット教材開発

藤井 研一^{1,a)} 古賀 歩¹ 山崎 伸久¹ 中川 玄¹

概要: 中学校で学習する初等数学は、学習者の論理的思考の基礎を築くために重要な科目であり、この理解の上に、その後の数理的な教科の学習が成り立つことになる。近年、学力の3要素として「知識・技能」の他に、「考える力」の獲得が学習者に課せられるようになってきている。中学校での数学は、「考える力」の元となり、学び方を学ぶというメタ認知獲得のためにも、中学校数学はより重要な役割も担うと考えられる。国際的な調査において、数学リテラシーは上位の成績を獲得しているが、依然として学習者にとって、数学は学習意欲を持ちにくい教科の一つとなっている。数学学習を魅力的にし、「考える力」の向上を目指すためには、学習者の思考を支援する教材をICT機材を用いて作成することは急務と考えられる。以前より、数学支援教材をタブレット上に作成してきたが、本研究では、図形を扱う数学教材の開発を行っている。さらに本教材を用いることで、数学的思考方法獲得に効果を発揮できるかについて調べることを目指している。ここでは中学校数学の単元のうち、幾何学分野における平面図形と立体図形の教材として開発したソフトウェアについて、その効果を議論する。

Keywords: 幾何学、ユーザーインターフェース、タブレット

Development of educational materials on tablet PC for understanding of geometry

FUJII KEN-ICHI^{1,a)} KOGA AYUMU¹ YAMAZAKI NOBUHISA¹ NAKAGAWA GEN¹

1. はじめに

中学校で学習する初等数学は、学習者の論理的思考を築くための基礎となる科目として重要であり、自然科学及び工学分野のみならず、経済学、社会学などの人文分野のさらなる学習のために、なくてはならない基礎を与えることになる。にもかかわらず、「10歳の壁」[1]という言葉で象徴されるように、中学校の教科内容は、抽象度の高まりのために、学習者に大きな負担を与えていることが知られている。学校教育における教育成果を検証するために国際的な調査が行われており、国際数学・理科教育動向調査(TIMSS)と国際学習到達度調査(PISA)が代表的なものとして知られている。PISAの調査は15歳の学生を対象としており、TIMSSは日本では小学校4年生と中学2年の学生を対象として行われている。このため、10歳前後の教育

水準を知るためには、TIMSSが適していることになる。

2015年度に実施された国際数学・理科教育動向調査(TIMSS2015)結果が文部科学省のサイト[2]に公表されたが、数学に関しては、日本からは小学校148校4,400名、中学校147校4,700名が参加し、国際的に同年代の学生との比較が行われ、小学4年生の結果は49カ国・地域の対応する27万人と、中学校2年生の結果は、39カ国の25万人との比較が行われた。数学に関する結果はどちらの学年も、国・地域別の5位となり、4年前の結果と比すれば、ともに上昇している。この結果だけを見れば望ましい結果と思われる。

この調査は同時に学習者の意識をアンケートにより調べており、1) 数学は楽しい、2) 数学は得意、3) 数学を勉強すると日常生活に役立つ、4) 将来自分が望む仕事につくために数学で良い成績をとる必要があるの4項目に関しての結果が公表されている。1)及び2)の結果について図1に示した。2007年以降では、「楽しい」と感じる学生数は

¹ 大阪工業大学情報科学部 大阪府枚方市北山1-79-1, Kitayama 1-79-1, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan

^{a)} kenichi.fujii@oit.ac.jp

増加している。しかし、国際平均との比較では、日本の学生が数学を「楽しい」と感じる割合は国際平均を大きく下回っている。また「数学を得意」と思う学生の割合は、国際平均も低い。日本はさらに低い値を示している。

この調査結果からは、日本の中学生は良い結果を示しているにもかかわらず、数学を「得意」とは思えないという結果になっており、数学への自信を持っていない学生が多数を占めていると考えられる。これは、同じアンケートの4)「数学を用いた仕事へつきたいか」という問いへの回答に肯定的に答えた学生数が65

この結果は、この10年の間に大きな変化は見受けられず、数学は「不得意科目」の地位を占め続けていることになる。

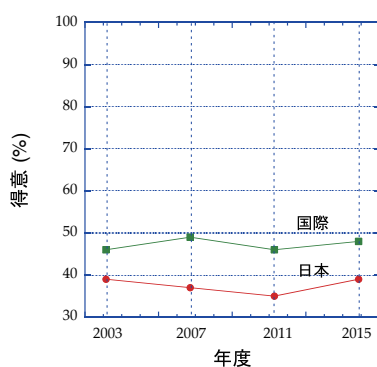
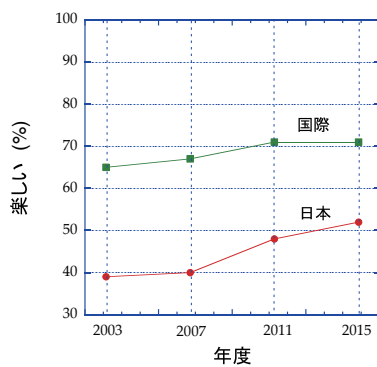


図 1

図 1 TIMSS 2015 の調査結果

この原因の一つは、既に述べたように、「10歳の壁」に当たる時期の算数から数学への変化が挙げられる。この時期、数学を含む学校教育での教育内容の抽象度が大幅に増加していることが、学習を困難としていると指摘されている。

数学においてこの傾向は顕著で、小学校までの数字を用いた計算から、中学校では、記号を用いた代数や、一般性を強く意識した論証を伴う幾何学の学習へと変化する。このような数学の学習は、その抽象性のために、他の教科に比しても学習が困難と捉えられている。中学校数学の主な教授内容である代数と幾何学のうち、代数は具体的な数値から抽象的な記号操作が主体となる。一方、幾何学は、合同や相似の証明を扱うことで論理的な思考力を形成する。幾何学の学習においては、作図が重要となり、例えば二等辺三角形の作図や角の二等分線描画などを定規、コンパス等を用いて実習する。もちろん、このような身体を用いた操作による学習は、理解獲得の重要な要素である。Van Hiele による「学習水準理論」にある幾何学週における五つの思考水準に従うと、このような作図は、第二及び第三水準の理解につながると考えられる。この水準の達成の上に、第四水準である、幾何学理論を構成する演繹法の理解が獲得されると思われる。すなわち具体から抽象に変容する段階が、作図と共に達成されていると考えられる。

しかしながら、作図に時間をとられたり、不正確な作図のせいで学習者の論理的な思考が中断される危険性も考えられる。

このような問題点は、ICT 機材の導入にある程度軽減できるものと考えられる。本研究では、何がどの程度軽減できるかを調べる目的で、平面図形と立体図形を作図し、その上で問題を扱う教材を作成した。これにより、学習者が、Van Hiele の第三水準以降の学習 [3] へ円滑に移行できるような教材作成を目指した。以下には、作成した教材の概要と数学的思考を妨げないインターフェースについての実装例を述べ、学習者の理解度への効果を考察する。

2. 取り扱う教授内容

中学校の幾何学問題を考える時、まず角度について考えることが必要になる。TIMSS2015 に出題された次の問題は、角度を考える時の基本問題の一つと考えられる。ここでは、三角形の内角の和を理解すれば x を求めることができる。また平行線における角度の関係、錯角、同位角などを理解すれば解が求められる。多角形（主に三角形）における問題では、角度の関係理解が重要であり、これが理解できれば解を得られる問題が多く存在する。

平行線を含む問題では、補助線を引くことで問題を

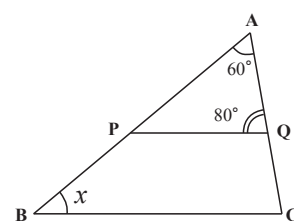


図 2 三角形において角 x を求める問題

解くことができる場合も多々ある。このような補助線をどう引くかは、図を注視することで、あるいは描線試行を繰り返すことでも理解することができる。いずれにしても、学習者には、まず正確な作図が要求される。厳密でなくとも、角度の大きさの関係の概略が描けていないと問題を正しく考えることができないことになる。また、補助線の的確な描線も要求され、図形の辺に対応した、あるいは補助線である直線をどこにどのように引くかが問題の解法に大きな影響を及ぼす。正確な描画に基づき、角度間関係と線と線との関係を掴み取ることが解法の第一歩となる。これらの要求を理解するためには、学習者は、繰り返しの試行が必要となる。教材では、このような繰り返しの試行を容易に実行可能にしなければならない。

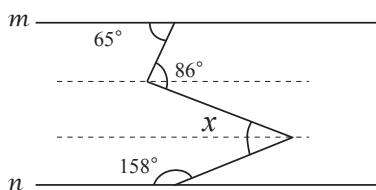


図 3 平行線において、角 x を求める問題

中学校の図形の問題には、立体図形の形の理解も含まれている。平面図形を回転させたとき、どのような立体図形が形成されるかを想像できるようになることが学習者に要求される。この想像力を養う上で、2次元の自由度の黒板、ノートといった筆記用具だけを用いた学習は、大きな制約となると考えられる。

3. 開発環境

本ソフトウェアの動作環境としてタブレットである iPad Air および iPad mini を想定し iOS での実行を考えた。統合開発環境である Xcode 上で Swift 言語を用いて開発を進めた。ユーザーインターフェース (UIF) のデザインのためにはインターフェースビルダーを用い、タブレットにおける基本的なインターフェースである、運指操作を、特定の数学的操作や特定の作図操作に対応づけることを試みた。iOS 用にはボタンやスライダーなどの多数の UIF ツールが用意されている。これらのどれを用いることが良いのかについては学習者による試行が必要と考え、これまでも様々な UIF の実装を行ってきた。しかしながら作図を考える時には指による操作が最も需要と考え、タップに代表される指の操作をどのように取り入れるかに主眼を置いて UIF の設計に当たった。この UIF の実装を含め、開発には apple 社が提供する UIKit を利用した [4]

上にも述べたように、作図は幾何学を考える上で必須の技能である。タブレット上ではドラッグ、タップ、フリック、スワイプなどの指による I/F 操作が基本になる。これ

らの運指により正確な平面図形および立体図形を描けることがまず必要になる。

作図を容易にするために、ドラッグ操作により任意の平面図形を正確に描けるようにインターフェースの設計を考えた。作成する必要がある図形としては、三角形を含む多角形、円、直線が挙げられる。幾何学を考える上で、作図に必要なものとしては、直線に関しては、平行、同一の長さがある。また角に対しては、直角が基本にあり、その整数による除算、乗算の角の作図が挙げられる。これらを特定の操作により実現出来るように考えた。さらには直線の交点の作る角が他の角とどのような関係にあるか見て取れることも考慮した。いずれにしてもタブレットを用いた作図は、試行錯誤が容易なため、思考に応じた作図が可能となる。

これまでに iOS に用意された UIF を用いて、2次関数のグラフ作成の教材を作成した。この教材では学習者の自由な発想に基づいた利用を考え、ボタンなどを用いた複数の UIF を利用可能とした。この効果は現在検証中であるが、柔軟な利用を可能とするためにも必要であると思われた。

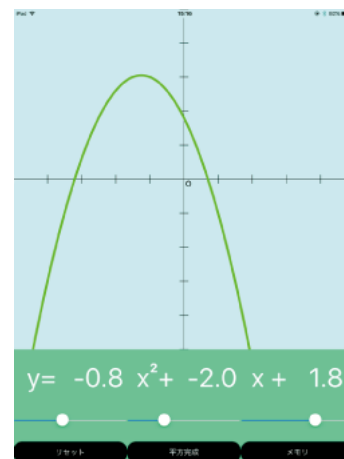


図 4 一、二次関数における係数とグラフの関係

4. 教材としてのソフトウェア

まずはドラッグ操作による直線の描画及び多角形の作図が必要となる。図 5 に、タブレット画面上に描画した多角形図を示す。フリーハンドによる操作から、直線で構成される図形の作図を可能としている。この図形の 2次元の頂点情報を有しているため、任意の頂点上のドラッグ操作により、頂点の数は保存したまま、図形の形を任意に変形できるようにしてある。これにより望みの多角形を描くことができる。頂点情報を用いれば、すべての内角の値を示すことも可能となり、すでに作成した五角形までの多角形の内角の和に関する教材 (図 6) を拡張して、任意の多角形の和について学ぶための教材としても利用可能となる。

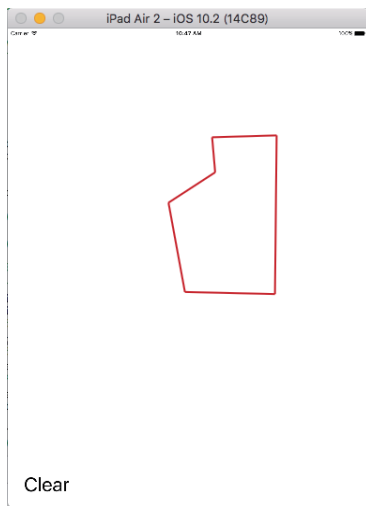


図 5 任意の平面図形のタブレット画面上への描画

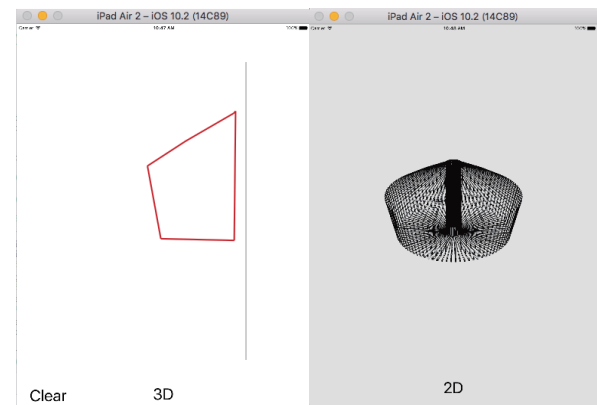


図 7 任意の平面図の回転による立体図形作成

な平面図の立体化の確認より、直感的に回転体の 3 次元図形の理解を促すことが可能になると考えている。

このように直感的な操作により平面及び立体図の作図を可能とする教材は、学習者に幾何学的問題の解法時に、容易な試行錯誤を可能とし、思考の手助けを可能とするだけではなく、空間イメージ形成を支援する上でも有益であると考えられる。実際の効果については現在中学生を対象に調査を行っている。

いずれにしても、タブレットを用いることで、作図を容易にし、様々な思考に基づく試みを、作図の形で具体的に確認可能とする。このような教材のさらなる開発、及び共通の UIF 実装が効果的な学習につながり数学が楽しい、得意という学習者の増加を確実なものとしたいと考えている。

5. まとめと今後の展望

作図に始まる幾何学の一般的な学習用教材をタブレット上に実装した。柔軟な思考に追従可能な UIF を有することにより、従来の方法より効果的な幾何学学習が可能になると思われる。幾何学への関心、理解が得られれば、論証の理解にもつながり、論理的思考の礎を築くことが可能になる。幾何学教材としては、論証のより深い支援を可能とし、合同相似の証明問題を扱えるようにする。さらには図形の求積問題にも、活用出来るよう機能を拡張する予定である。これにより、微分積分学習にも接続可能とし数学のより深い理解に繋がりたいと考えている。

実際の教育効果については、中学生対象の調査を実施後に議論する予定である。

参考文献

- [1] 子どもの「10歳の壁」とは何か？ 渡辺弥生（光文社新書）、2011.
- [2] 文部科学省、国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS) の調査結果, http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku-chousa/sonota/detail/1344312.htm
- [3] 数学教育の理論と実際 数学教育研究会（聖文新社）、2010.
- [4] <https://developer.apple.com/reference/uikit>

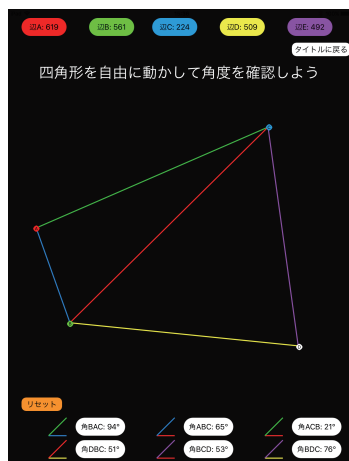


図 6 五角形までの内角の和学習教材

本教材では、平行線の描線も、1本の直線からコピーの形で2本目以降の平行線の描線を可能とした。

角度に関しては、数値を与えて望みの大きさの角度を描画することもできるが、直感的な利用を考えた時に、そのような操作が適切かについては議論の余地があると考えている。角に関しては、まずは直角の作図が容易にできることが必要と考え、直角に固有の UIF を設計している。

これらを用いるなら、学習者は図2にあるような三角形の角度問題をタブレットを利用しながら、考えることができるようになると考えている。補助線の描線も、消去も容易に実行可能なため、学習者は、問題に集中して取り組むことが可能となると予想している。

また、平面図形の回転より作画される立体図形をコンピュータグラフィックスで表示可能とした。上に示した平面図作図と同一の UIF を用いて、ディスプレイ上に描画した任意の平面図形の回転により得られる立体図を、OpenGL による 3 次元グラフィックスを用いて描いた (図 7)。様々