

個人別セールスプロモーション効果の推定

奥野 拓也^{1,2,a)} 中村 和幸¹

受付日 2016年6月3日, 再受付日 2016年7月27日,
採録日 2016年9月27日

概要: セールスプロモーションは顧客の購買行動へ直接的に働きかけるため, 多用されているマーケティング施策である. しかし, セールスプロモーションの効果に関しては他の要因から複雑な影響を受けているため純粋な計測が難しいが, 要請は強い. 本研究はそういったニーズに鑑み, 市場反応が動的であると仮定し, プロモーション活動が来店・購買に与える影響を推定する. そのために, 来店と購買の生起行動を確率モデルで構築する. 構築した確率モデルを状態空間モデルで記述し, 個人ごとに提供するプロモーションが与える影響の時間変化を推定する. スーパーマーケットの ID 付き POS データから価格帯の異なる 2 商品を用いた結果, 長期的なプロモーションの購買へ与える影響が異なることが示唆された. 両商品において継続的なプロモーション効果があるが, 高価格帯で割引率の高い商品は低価格帯で割引率の低い商品よりも長期的にはプロモーション効果が弱くなることが確認された.

キーワード: マーケティング, プロモーション, ブランド選択モデル, 状態空間モデル, 粒子フィルタ

Estimating the Individual Effect of Sales Promotion

TAKUYA OKUNO^{1,2,a)} KAZUYUKI NAKAMURA¹

Received: June 3, 2016, Revised: July 27, 2016,
Accepted: September 27, 2016

Abstract: In the marketing field, sales promotion is used extensively because it can directly work on consumer buying behavior. The measurement of the effect of the sales promotion is required though it is difficult because the effect is complexly affected from other factors. In this research, we estimate the effect of sales promotion on a shopping trip and purchase behavior by assuming dynamic market response. Probability model of the occurrence of the shopping trip and purchase behavior is constructed. This model is transformed to state space model and we estimate the time course of the effect of the individual promotion. We have targeted two items in analysis using ID-POS data of a supermarket. The result implies that the effect of long-term promotion is different between two items. More specifically, the effect of the promotion of the item that is high price and high discount becomes weaker than the one that is low price and low discount in long-term period though it is continued for both items in analyzed period.

Keywords: marketing, promotion, model of brand choice, state space model, particle filter

1. はじめに

スーパーマーケットやコンビニエンスストアなどにおいて会計時のポイントカードの提示が普及し個人ごとの購買データが簡単に蓄積されるようになった. それにともない

企業は, 販売個数, 販売金額の向上を目的として, 様々なマーケティング施策を実施している. マーケティング施策の代表的なものにリピート購買商品のディスカウントや会員限定価格などの価格訴求型のセールスプロモーション(以下, セールスプロモーション)があげられる. セールスプロモーションは購買に直接的に働きかけるため購買行動を誘発する販売促進手法である. そのため, 短期的な効果が出やすくマーケティングの実務において多用されるプロモーションである. しかし, 企業においてセールスプロモーションの費用対効果や顧客ごとの購買に与える影響に

¹ 明治大学
Meiji University, Nakano, Tokyo 164-8525, Japan
² エヌ・ティ・ティ アイティ株式会社
NTT IT CORPORATION, Yokohama, Kanagawa 231-0032, Japan
^{a)} okuno.takuya@ntt-it.co.jp

については明確な測定指標が存在しておらず、その把握は困難である。

セールスプロモーションが与える効果は短期的な効果と長期的な効果の2種類に分けられる。短期的な効果として、セールスプロモーションを実施する前後では売上が10倍以上になることは珍しくなく、大幅な売上増が期待される。そのため実務においてセールスプロモーションが多用されている。短期的な売上増の源泉はブランドスイッチ・購買量の増加・購買間隔の短縮があげられ、これらの効果測定に関する先行研究は数多く存在する (Gupta [6], Guadagni ら [5], Krishnamurthi ら [12])。またセールスプロモーションの長期的な効果としてブランドをリピート購買する確率を上げ、継続的に同一ブランドを購入する習慣を形成するといった効果の存在が先行研究で報告されている (Blattberg ら [2])。

セールスプロモーションは売上増などの短期的に好ましい効果をあげる反面、継続的なプロモーションの長期的な効果として顧客の購買行動にはマイナスな影響をもたらすことも指摘されている。セールスプロモーションが実施されていなければ購入しなくなる・ブランドイメージの低下・参照価格 (顧客が商品の価格を評価するのに用いる内的な基準価格) の低下があげられる。これらの長期的なマイナス効果を抑制するためにセールスプロモーションの効果の時間変動をとらえることは重要である。

本研究の目的は、セールスプロモーション効果の時間変動を評価可能にするモデルの構築およびその有効性を実データを用いて検証することである。本稿で提示するモデル化は、マーケティング研究では市場反応モデルと呼ばれ、特に市場反応が動的であるという仮定の入った動的市場反応モデルと呼ばれるものである。

動的市場反応モデルでは状態空間モデルを適用した研究が報告されている (Kondo ら [11], 山口ら [23], Bruce [3], Bass ら [1], 青柳ら [16])。動的市場反応モデルのプロモーション効果の分析において、Bass ら [1] は複数の広告を同時に配信した際のそれぞれの影響について検証し、異なる広告を同時に配信することが互いの広告効果を減減させることを示した。本稿ら [22] はセールスプロモーションによって価格に敏感な顧客とそうでない顧客の割合が変化すると仮定し、顧客の購買数に着目したブランド選択モデルを構築した。その結果、プロモーションの前後で感度が異なる消費者の混合割合が変動していることを示した。ただし、これらのモデルは集計レベルのデータに適用したものである。動的市場反応モデルを個人レベルに適用した研究として佐藤ら [18], [19] がある。これらは来店生起行動とカテゴリ購買生起行動に状態空間モデルを適用し、個人ごとの時変回帰係数を推定した。その結果、来店生起行動および牛乳カテゴリ購買生起行動を高い精度で判別可能であることを示した。また推定した時変回帰係数から個人ごと

の市場反応の変化を把握するフレームワークを提案した。

本研究ではセールスプロモーションは購買生起行動に影響すると仮定し、佐藤ら [18], [19] が提案したフレームワークを用いて、個人レベルの単品 (SKU) の購買生起における動的市場反応モデルを構築する。構築したモデルを用いて、あるスーパーマーケットの1年分のID付きPOSデータを用いて有効性を検証する。本稿で扱うセールスプロモーションは、個人の過去の購買履歴に基づいて発行されるもので、いわゆるパーソナルレコメンデーションシステムによって、個人ごとにカスタマイズされたクーポンが月初に発行されるフリークエント・ショッパーズ・プログラム (Frequent Shoppers Program: FSP) である。利用者はレジで会員カードを提示することで発行されたクーポンが自動的に利用される仕組みであるため、セールスプロモーションの効果分析は、個人ごと・時点別に推定する必要がある。

モデルの構築にあたって、先行研究との違いはセールスプロモーションが与える影響は購買行動へ直接的に寄与すると仮定している点である。佐藤ら [18], [19] ではマーケティングのセールスプロモーションの一種であるチラシの効果は来店行動へ与えると仮定しモデル化した。その結果、個人ごとにチラシの影響が高い時期が把握可能となるため、効果の高かったチラシの掲載内容を検証することで個人に有効な内容を抽出することが可能となる。しかしチラシの影響が来店行動へ寄与すると仮定されているため、購買行動へ影響を与えているか不明である。またチラシ効果の推定はカテゴリレベルで行われているため、同一カテゴリの商品が複数掲載されているケースではどの商品が効果的であったかまでは把握が困難である。そのため、本研究ではセールスプロモーションが購買行動へ寄与すると仮定のもとでモデル化し、プロモーションの影響度の推定は商品レベルで行った。その結果、個人ごと・商品別に発行したプロモーションの購買行動へ与える影響度が推定可能となる。

2. モデル

FSP によるプロモーションの効果を推定するために顧客の来店の生起行動と購買の生起行動を確率モデルで構築する。構築する確率モデルでは、FSP は個人ごとに異なるクーポンが発行されることを前提とし、顧客の来店・購買の有無を動的かつ個人単位で解析する。そのため、モデル化には一般状態空間モデルの枠組みで構築する [17]。これにより、来店・購買の効用をその要因となる構成要素に分解することが可能となる。また構築したモデルにおける状態推定は粒子フィルタ/平滑化アルゴリズムで行う。

2.1 来店・購買の生起モデル

来店・購買の生起モデルは第 n 日における顧客 i の来店

(来店: $y_{1,n,i} = 1$, 非来店: $y_{1,n,i} = 0$) と, ある商品の購買 (購買: $y_{2,n,i} = 1$, 非購買: $y_{2,n,i} = 0$) を離散選択モデルで表現する. このとき $y_{1,n,i}$, $y_{2,n,i}$ はベルヌーイ過程に従うと仮定すると, 来店と購買の同時確率 $p(y_{1,n,i}, y_{2,n,i})$ は次のようになる:

$$\begin{aligned} p(y_{1,n,i}, y_{2,n,i}) &= p(y_{2,n,i}|y_{1,n,i})p(y_{1,n,i}) \\ &= (y_{1,n,i}p_{2,n,i})^{y_{2,n,i}}(1-y_{1,n,i}p_{2,n,i})^{1-y_{2,n,i}} \\ &\quad (p_{1,n,i})^{y_{1,n,i}}(1-p_{1,n,i})^{1-y_{1,n,i}}. \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $p_{1,n,i}, p_{2,n,i}$ は顧客 i の第 n 日における来店確率および購買確率である. それらは, 次節で示す顧客 i の第 n 日における来店と購買の効用関数を用いることで示すことができる.

2.2 効用最大化モデル

離散選択モデルでは, 顧客が与えられた選択肢ごとに効用をある関数により与え, 選択肢間の効用が最大となる選択肢を選ぶ (合理的選択行動) ことを仮定する. 選択肢の効用は直接観測することはできないが, 効用関数は連続変数であり, 説明変数の線形和であると仮定することで効用関数は次式で与えられる:

$$\begin{aligned} V_{1,n,i} &= \sum_j \beta_{n,i}^j x_{n,i}^j, \\ V_{2,n,i} &= \sum_j \gamma_{n,i}^j x_{n,i}^{j+s}. \end{aligned}$$

ここで $V_{1,n,i}$, $V_{2,n,i}$ は顧客 i の第 n 日における来店の効用関数と購買の効用関数を示す. $\beta_{n,i}^j$, $\gamma_{n,i}^j$ は顧客 i の第 n 日における時変パラメータ, $x_{n,i}^j$ は顧客 i の第 n 日における来店または購買効用に関する j 番目の説明変数を示し, s は来店効用に対応する説明変数の個数を表す.

効用関数には説明変数 $x_{n,i}^j$ の観測誤差や未知の変動成分による影響などが含まれているため, 効用関数は測定可能な効用と不可能な効用による和であると考えられる. つまり効用関数は,

$$\begin{aligned} u_{1,n,i} &= V_{1,n,i} + \epsilon_{1,n,i} \\ &= \sum_j \beta_{n,i}^j x_{n,i}^j + \epsilon_{1,n,i} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u_{2,n,i} &= V_{2,n,i} + \epsilon_{2,n,i} \\ &= \sum_j \gamma_{n,i}^j x_{n,i}^{j+s} + \epsilon_{2,n,i} \end{aligned} \quad (3)$$

と表される確率変数である. ここで $u_{1,n,i}$, $u_{2,n,i}$ は来店と購買の確率効用 (以下, 来店効用・購買効用と呼ぶ) を表す. $V_{1,n,i}$, $V_{2,n,i}$ は効用の説明変数によって決まる確定的部分 (効用が構成される要因の線形和) を示し, $\epsilon_{1,n,i}$, $\epsilon_{2,n,i}$ は効用のそれ以外の様々な要因を含んだ不確定的部分 (効用の誤差項) を示す. 効用の不確定的部分に含まれる要因は確定的部分に含まれる説明変数以外の要因, 説明

変数の観測誤差などの要因である.

そして, 顧客 i の第 n 日に来店・購買確率は効用の誤差項 $\epsilon_{1,n,i}$, $\epsilon_{2,n,i}$ をそれぞれ独立なガンベル分布に従うと仮定することで, 顧客 i の第 n 日における来店確率 ($p_{1,n,i}$) と購買確率 ($p_{2,n,i}$) は,

$$p_{1,n,i} = \frac{\exp(V_{1,n,i})}{1 + \exp(V_{1,n,i})}, \quad p_{2,n,i} = \frac{\exp(V_{2,n,i})}{1 + \exp(V_{2,n,i})} \quad (4)$$

と表せる. 離散選択モデルにおいて誤差項にガンベル分布を仮定したものをロジットモデルと呼び, 来店と購買のように階層化しているものをネステッドロジットモデルと呼ぶ.

誤差項 $\epsilon_{1,n,i}$, $\epsilon_{2,n,i}$ を正規分布で近似したほうが自然であると考えられるが, ガンベル分布を採用した理由は以下である.

- ガンベル分布では確率が解析的に与えられるが, 正規分布を仮定した場合は解析的に与えられない.
- ガンベル分布は正規分布を右に歪めたような形状であるため, 正規分布の近似と見なすことができ, 効用の推定値にほとんど差異がない [7].

これらの理由により本モデル化ではガンベル分布を仮定したロジットモデルを採用する.

2.3 来店の効用モデル

本節では来店効用 $u_{1,n,i}$ を定式化する. 定式化にあたって来店効用は, 顧客間での共通性は仮定せず, 連続的に変動すると仮定する. また来店効用は時系列的影響要素 (トレンド成分, 前回来店からの経過日数, 前日来店の有無) が影響すると仮定し, 本モデルでは次のように定式化する:

$$\begin{aligned} u_{1,n,i} &= V_{1,n,i} + \epsilon_{1,n,i} \\ &= t_{n,i} + \beta_{n,i}^1 x_{n,i}^1 + \beta_{n,i}^2 x_{n,i}^2 + \\ &\quad \beta_{n,i}^3 \ln(1 + \exp(u_{2,n,i})) + \epsilon_{1,n,i}. \end{aligned} \quad (5)$$

ここで, $t_{n,i}$ は第 n 日における個人 i の長期的変動傾向を示すトレンド成分, $\beta_{n,i}^j$ ($j = 1, \dots, 3$) は顧客 i の第 n 日における説明変数の影響度を示す時変回帰係数である. 説明変数である $x_{n,i}^1$, $x_{n,i}^2$ は「前日来店の有無」ならびに「前回来店からの経過日数の対数」をそれぞれ示す. また, 最終項は顧客 i の第 n 日において購買生起の効用から来店効用が受ける影響を表すログサム変数と呼ばれるものであり, 商品の購入時に今回の来店へ寄与する影響度である.

2.3.1 来店効用の時変係数のモデル化

来店効用のトレンド成分 $t_{n,i}$ と時変係数 $\beta_{n,i}^j$ はランダムウォークに従うと仮定し,

$$t_{n,i} = t_{n-1,i} + v_{n,t_{n,i}}, \quad (6)$$

$$\beta_{n,i}^j = \beta_{n-1,i}^j + v_{n,\beta_{n,i}^j}, \quad (j = 1, 2) \quad (7)$$

$$\log \left(\frac{\beta_{n,i}^j}{1 - \beta_{n,i}^j} \right) = \log \left(\frac{\beta_{n-1,i}^j}{1 - \beta_{n-1,i}^j} \right) + v_{n,\beta_{n,i}^j}, \quad (j = 3) \quad (8)$$

と定式化する．式 (6), (7), (8) 中の $v_{n,t_{n,i}}$, $v_{n,\beta_{n,i}^j}$ はそれぞれ $N(0, \tau_{t_i}^2)$, $N(0, \tau_{\beta_i^j}^2)$, $j = 1, 2, 3$ に従う確率的変動項である．式 (8) のモデル化は $0 < \beta_{n,i}^3 < 1$ に制約するための変換であり, $\beta_{n,i}^3$ は 2 つの選択肢の選択確率のオッズが, 他の選択肢の存在に依存しないという IIA (Independence from Irrelevant Alternatives) 特性を緩和するための制約である (MacFadden [13], [14])．

2.4 購買の効用モデル

本節では購買効用のモデル化を示す．購買効用は来店効用と同様に顧客間で共通性は仮定せず, 連続的に変動すると仮定する．そのため, 購買効用は FSP によるプロモーションによる影響と時間的に変動する時系列的要素が影響すると仮定し, 次のように定式化する:

$$\begin{aligned} u_{2,n,i} &= V_{2,n,i} + \epsilon_{2,n,i} \\ &= \gamma_{n,i}^1 x_{n,i}^3 + \gamma_{n,i}^2 x_{n,i}^4 + \\ &\quad \gamma_{n,i}^3 x_{n,i}^5 + \gamma_{n,i}^4 x_{n,i}^6 + \epsilon_{2,n,i}. \end{aligned} \quad (9)$$

ここで, 式 (9) 中の説明変数である $x_{n,i}^3$, $x_{n,i}^4$, $x_{n,i}^5$, $x_{n,i}^6$ は, 「前日購買からの経過日数の対数」, 「月内の FSP の利用可能数」, 「店舗販売価格と FSP が利用可能時の価格差」, 「FSP の利用有無」をそれぞれ表す． $\gamma_{n,i}^j$ ($j = 1, \dots, 4$) は, 来店効用と同様に顧客 i の第 n 日における説明変数の影響度を示す時変回帰係数である．

$x_{n,i}^4$ は月内で利用可能な FSP の数を表す．FSP は月内に利用可能な商品とそれに基づく数量が月初に発行 (発行される商品・数量は個人ごとに異なる) される．そのため $x_{n,i}^4$ は月初では FSP の利用可能な上限値とし, FSP を利用するごとに 1 減らした値である．また $x_{n,i}^4$, $x_{n,i}^5$, $x_{n,i}^6$ はいずれも FSP に関する項であるが, 特に $x_{n,i}^4$ の月内の FSP の利用可能数と $x_{n,i}^6$ の FSP の利用有無に相関が予想され, 高い場合には推定がうまくいかず意図しない値をとる可能性がある．そこであとで述べる分析対象となる顧客の $x_{n,i}^4$, $x_{n,i}^6$ の相関係数を確認したところ相関係数の平均値, 分散値はそれぞれ 0.1547, 0.0014 とそれほど高くない．また次項で $x_{n,i}^4$ の時変係数である $\gamma_{n,i}^2$ には制約を課しているため符号が反転してしまうなどの意図しない推定値を得ることはない．

2.4.1 購買効用の時変係数のモデル化

購買効用の時変回帰係数 $\gamma_{n,i}^j$ も来店効用の時変回帰係数である $\beta_{n,i}^j$ と同様にランダムウォークに従うと仮定し,

$$\begin{aligned} \gamma_{n,i}^j &= \gamma_{n-1,i}^j + v_{n,\gamma_{n,i}^j}, \quad (j = 1, 4) \\ \log(\gamma_{n,i}^j) &= \log(\gamma_{n-1,i}^j) + v_{n,\gamma_{n,i}^j}, \quad (j = 2, 3) \end{aligned} \quad (10)$$

と定式化する．ただし, 式 (10) 中の $v_{n,\gamma_{n,i}^j}$ ($j = 1, \dots, 4$) は平均 0, 分散 $\tau_{\gamma_i^j}^2$ ($j = 1, \dots, 4$) の正規分布に従う確率的変動項である．なお, $j = 2, 3$ は対数変換がランダムウォー

表 1 効用で用いる変数
Table 1 Variables used in utility.

変数	説明
$t_{n,i}$	トレンド成分
$x_{n,i}^1$	前日来店の有無
$x_{n,i}^2$	前回来店からの経過日数の対数
$x_{n,i}^3$	前回購買からの経過日数の対数
$x_{n,i}^4$	月内の FSP の利用可能数
$x_{n,i}^5$	店舗販売価格と FSP が利用可能時の価格差
$x_{n,i}^6$	FSP の利用有無
$\beta_{n,i}^1$	前日来店の有無の影響度を表す時変回帰係数
$\beta_{n,i}^2$	前回来店からの経過日数の対数の影響度を表す時変回帰係数
$\beta_{n,i}^3$	購買効用からの影響度を表す時変回帰係数
$\gamma_{n,i}^1$	前回購買からの経過日数の対数の影響度を表す時変回帰係数
$\gamma_{n,i}^2$	月内の FSP の利用可能数の影響度を表す時変回帰係数
$\gamma_{n,i}^3$	店舗販売価格と FSP が利用可能時の価格差の影響度を表す時変回帰係数
$\gamma_{n,i}^4$	FSP の利用有無の影響度を表す時変回帰係数
$y_{1,n,i}$	来店の有無
$y_{2,n,i}$	購買の有無
$y_{n,i}$	$y_{1,n,i}, y_{2,n,i}$ を成分とするベクトル

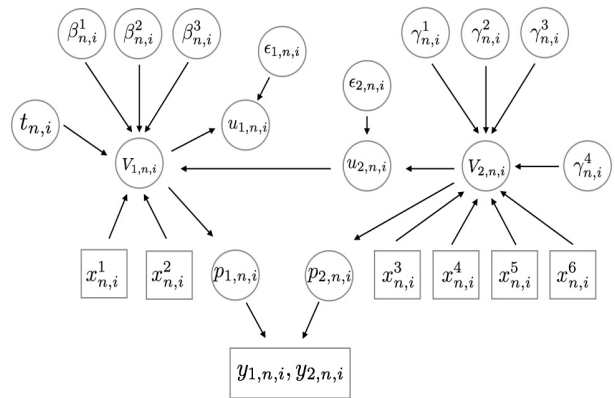


図 1 モデルの有向非循環グラフ．丸は時間的に変動する項を表し, 四角は観測可能なデータを表す

Fig. 1 A directed acyclic graph of model. A circle is temporally varying term, and a square is observed data.

クに従うとしている．これはセールスプロモーションの影響を表す $\gamma_{n,i}^2$ (「月内の FSP の利用可能数」の影響度), $\gamma_{n,i}^3$ (「店舗販売価格と FSP が利用可能時の価格差」の影響度) は購買へ正の効果をもたらすかもしれないが, その効果が負になることはないとは仮定した．そのため $\gamma_{n,i}^j > 0$, ($j = 2, 3$) の制約を満たす必要があるためである．

構築したモデルを整理すると, 来店効用はトレンド成分, 説明変数である $x_{n,i}^1$, $x_{n,i}^2$, および購買効用からの影響とその影響度を表す時変回帰係数 $\beta_{n,i}^1$, $\beta_{n,i}^2$, $\beta_{n,i}^3$ からなる．購買効用は説明変数である $x_{n,i}^3$, $x_{n,i}^4$, $x_{n,i}^5$, $x_{n,i}^6$ と, その影響度を表す時変回帰係数 $\gamma_{n,i}^1$, $\gamma_{n,i}^2$, $\gamma_{n,i}^3$, $\gamma_{n,i}^4$ からなる．各変数をまとめたものを表 1 に示し, それらの変数間の依存関係を図 1 に示す．図中のグラフはリンクによって接続されたノードの集まりからなる有向非循環グラフである．

ノードのうち丸で囲まれたものは時変回帰係数であり、四角で囲まれたものはデータである。

2.5 非線形非ガウス型状態空間モデルによる表現

前節までに示した来店と購買の同時モデリングは非線形非ガウス型状態空間モデルによって表現する（以下では非線形非ガウス型状態空間モデルを単に状態空間モデルと呼ぶ）ことができ、時変回帰係数の推定は状態空間モデルにおける状態を推定する問題として定式化できる [17]。状態空間モデルは観測モデルとシステムモデルと呼ばれる 2 つの式で定式化され、データの観測される定式化を記述するモデルを観測モデル、時変回帰係数の時間発展の定式化を記述するモデルをシステムモデルと呼ぶ。本モデルでは、観測モデルを式 (1) とし、システムモデルを

$$z_{n,i} = f(z_{n-1,i}, v_{n,i}) \quad (11)$$

とおくことで、状態空間モデルの形式で表現できる：

$$p(y_{1,n,i}, y_{2,n,i}) = (y_{1,n,i} p_{2,n,i})^{y_{1,n,i}} (1 - y_{1,n,i} p_{2,n,i})^{1-y_{1,n,i}} (p_{1,n,i})^{y_{1,n,i}} (1 - p_{1,n,i})^{1-y_{1,n,i}} \quad (12)$$

$$z_{n,i} = f(z_{n-1,i}, v_{n,i}) \quad (13)$$

ただし $z_{n,i}$, $v_{n,i}$ は状態ベクトルおよびシステムノイズを示し、次式になる：

$$z_{n,i} = \left(t_{n,i}, \beta_{n,i}^1, \beta_{n,i}^2, \log \left(\frac{\beta_{n,i}^3}{1 - \beta_{n,i}^3} \right), \gamma_{n,i}^1, \log(\gamma_{n,i}^2), \log(\gamma_{n,i}^3), \gamma_{n,i}^4, p_{1,n,i}, p_{2,n,i} \right)^T, \quad (14)$$

$$v_{n,i} = (v_{n,t_{n,i}}, v_{n,\beta_{n,i}^1}, v_{n,\beta_{n,i}^2}, v_{n,\beta_{n,i}^3}, v_{n,\gamma_{n,i}^1}, v_{n,\gamma_{n,i}^2}, v_{n,\gamma_{n,i}^3}, v_{n,\gamma_{n,i}^4}, \epsilon_{2,n,i})^T.$$

T は転置を表す。さらに、

$$v_{n,i} \sim N(0, \Sigma_i)$$

$$= \text{diag}(\tau_{t_i}^2, \tau_{\beta_i^1}^2, \tau_{\beta_i^2}^2, \tau_{\beta_i^3}^2, \tau_{\gamma_i^1}^2, \tau_{\gamma_i^2}^2, \tau_{\gamma_i^3}^2, \tau_{\gamma_i^4}^2)$$

とする。

2.5.1 状態ベクトルおよびパラメータ推定

構築した状態空間モデルの状態推定方法として粒子フィルタを用いる。状態空間モデルにおける状態ベクトルの推定方法として有名な方法はカルマンフィルタであるが、カルマンフィルタが適用可能であるのは線形ガウス型状態空間モデルに限られる。本研究で構築したモデルはシステムモデルは非ガウス型であるためカルマンフィルタを用いることができない。そこで、非線形非ガウス型状態空間モデルの状態ベクトル $z_{n,i}$ を推定するために開発された粒子フィルタを用いる [10]。粒子フィルタは一般の非ガウス型分布を多数の粒子で近似し、非線形・非ガウス型の状態空間モデルの状態推定に適用可能な手法である。

本モデルには時変回帰係数のほかにも次の未知パラメータ

$$\theta = (\tau_{t_i}^2, \tau_{\beta_i^1}^2, \tau_{\beta_i^2}^2, \tau_{\beta_i^3}^2, \tau_{\gamma_i^1}^2, \tau_{\gamma_i^2}^2, \tau_{\gamma_i^3}^2, \tau_{\gamma_i^4}^2), \quad (15)$$

を含む。これらの最尤推定値は対数尤度の最大化によって決定する。ただし粒子フィルタで求めた対数尤度にはモンテカルロ法に由来する近似誤差が存在する。そのためパラメータの探索には微分情報を不要とし直接的に対数尤度を評価する最適化手法を用いる必要がある。微分情報を用いずにパラメータを最適化する汎用的な方法として Nelder-Mead 法がある。多角形の探索領域を拡大・縮小・反転を繰り返すことで最適値を探索する。そのため、計算量が小さく実装も容易であるといったメリットがあげられるが、関数の評価回数が多くなるため効率的な探索方法であるとはいえない。本研究で探索する未知パラメータ θ の次元は低くないため効率的な探索が必要となる。そこで本研究では、微分情報を用いず複数の初期値から大域的最適解を効率良く探索する粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO) [8] を用いる。PSO は生物の集団行動をもとに開発されたアルゴリズムあり、「探索点が複数個存在する多点探索アルゴリズムである」、「多点間で互いに最良解に関する情報を共有しパラメータ空間を探索する」といった特徴を有する。またアルゴリズムは基本的な算術演算しか用いないため、計算量も大きくないといった特徴もあわせ持つ。

PSO のアルゴリズムの詳細は付録 A.1 に示すが、PSO を用いることで未知パラメータ θ 以外にも PSO のパラメータを選択する必要がある。PSO のパラメータの選択については過去に様々な提案がされており、本研究では、計算量が小さく複雑な手続きが不要である Clerc ら [4] が安定性解析から導出した値を設定 ($w = 0.729$, $c_1 = c_2 = 1.4955$) した。

3. 解析結果

本章では、解析に用いたデータの概要と 2 章で示したモデルを実データへ適用した結果を示す。

3.1 データ概要

本研究は経営科学系研究部会連合協議会主催、平成 26 年度データ解析コンペティションで提供されたデータを利用した。これは、2013 年 7 月から 2014 年 6 月までのスーパーにおける ID 付きの POS データであり、10 店舗分（北海道 5 店舗、関東 5 店舗）の購買履歴と FSP の発行情報からなる。FSP は過去の購買状況から個人ごとにパーソナライズされた 20 商品の割引券が月初に発行される。本研究の分析対象はプロモーション効果を推定するため、スーパーの中でも高価格帯であるソーセージと低価格帯である納豆を対象とする。先行研究である佐藤ら [19] では 2 階層目のデータにカテゴリレベルの購買履歴を利用していた

表 2 全店舗のソーセージ販売数ベスト 5 に関する統計量
Table 2 Statistics for sausage sales best 5 of all stores.

製品名	平均販売価格	販売数	FSP による購買回数
ソーセージ A	371.25	37607	25652
ソーセージ B	260.76	13360	167
ソーセージ C	189.25	12369	0
ソーセージ D	238.69	8010	3017
ソーセージ E	219.69	7234	1072

表 3 全店舗の納豆販売数ベスト 5 に関する統計量
Table 3 Statistics for natto sales best 5 of all stores.

製品名	平均販売価格	販売数	FSP による購買回数
納豆 A	72.5	95950	51678
納豆 B	95.2	11880	3763
納豆 C	90.1	14168	5510
納豆 D	73.0	6460	3457
納豆 E	80.3	3047	1059

が、本研究では個人ごとにカスタマイズされたセールスプロモーションの影響を推定するために商品レベルの購買履歴を利用する。

使用するデータの販売総数ベスト 5 のソーセージ・納豆に関する統計量を表 2、表 3 に示す。ソーセージ A は FSP によるプロモーションを利用して購買する顧客が多く全店舗での販売総数が 1 位となっている。またその他のソーセージと比べて FSP によるプロモーションの利用も多い。そのため本研究では FSP の利用による購買が多いソーセージ A の購買履歴を利用する。同様に低価格帯の納豆においても販売数・FSP の利用が多い納豆 A のデータを利用する。

また推定の対象とした顧客は、期間中に FSP を利用して 10 回以上ソーセージ A を購入した顧客に限定した（ソーセージ A の対象顧客数：478 名）。これは FSP が購買に与える効果の時間変化を見るために、ある程度のデータが必要であるためである。データから、顧客は月に最大で 3 回の割引を利用する権利を得ることができるため、FSP の利用回数が 10 回以上の顧客は 3 カ月以上の利用がある顧客である。そのため FSP の長期的な変動を見るにあたって適当な期間であると判断した。ゆえに、本制約は検証の目的から課したものであり、推定に必須の条件ではない。したがって、FSP の利用がなくても推定は可能であるが、本稿の目的に沿わないため対象外としている。また、納豆 A の対象顧客は高価格帯のソーセージ A と比較するため、ソーセージ A と納豆 A を 10 回以上購買した顧客を対象とした（納豆 A の対象顧客数：105 名）。

表 4 には対象顧客のソーセージの購買回数の比率（商品ごとの購買回数÷総購買回数）を示す。表から分かるとおり、ソーセージ A が他の商品に比べて圧倒的に購買回数の比率が高い。そのためソーセージ A に限っては他の商品か

表 4 対象顧客のソーセージカテゴリにおける購買回数比率
Table 4 Purchase rate in sausage category of target customers.

製品名	平均値	分散値
ソーセージ A	96.6	0.76
ソーセージ B	1.3	0.31
ソーセージ C	0.2	0.08
ソーセージ D	1.4	0.29
ソーセージ E	0.02	2.14

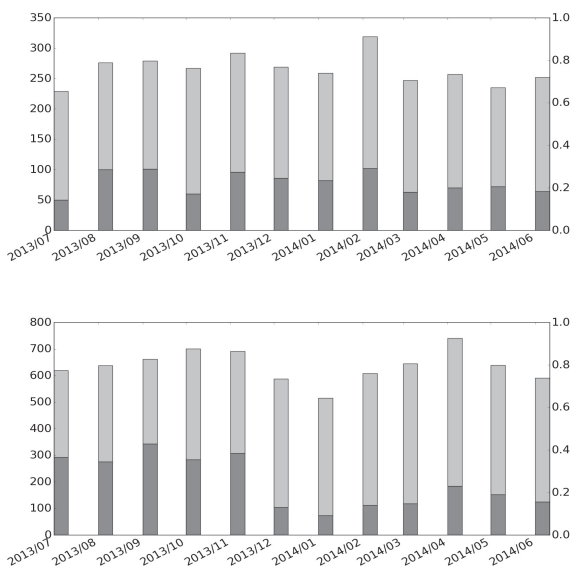


図 2 ソーセージ A の月別販売数（上：北海道の店舗，下：関東の店舗）。グラフの色の薄い部分が FSP 価格による販売個数，色の濃い部が通常販売価格での販売個数である。FSP の利用状況は地域による差はほとんどない

Fig. 2 Monthly sales of sausage A (top: store in Hokkaido, bottom: store in Kanto). The thin part of the graph is the number sold by the FSP price and the dark part of the color is the selling quantity at the normal selling price. The use situation of the FSP is hardly different depending on the region.

らの影響は無視できると仮定し、モデル化は来店の有無とソーセージ A の購買の有無を考えネスト型の 2 項ロジットモデルを用いる。

図 2、図 3 は北海道と関東の店舗におけるソーセージ A と納豆 A の月別の販売個数を示している。図中の棒グラフ下部の色の濃い部分が FSP の利用がない販売個数で、上部の色の薄い部分が FSP の利用による販売個数である。両店舗の販売数に違いはあるものの FSP の利用による購買が大部分を占めていることが分かる。

図 4、図 5 に月別のソーセージ A・納豆 A の価格変動を示す。図中の点線が FSP を利用しない通常購入の場合の価格の平均値であり、黒線が FSP による割引後の購買価格の平均値である。ただし、2014 年 1 月以降は現金値引きからポイント付与制度へと移行しているため、付与されるポイント分を購買価格から差し引いた値である。ソー

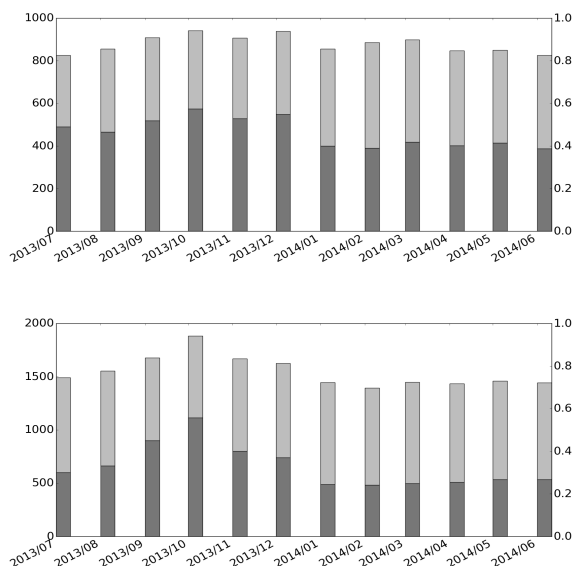


図 3 納豆 A の月別販売数（上：北海道の店舗，下：関東の店舗）．グラフの色の薄い部分が FSP 価格による販売個数，色の濃い部分が通常販売価格での販売個数である．ソーセージ A と同様に FSP の利用状況は地域による差はほとんどない

Fig. 3 Monthly sales of natto A (top: store in Hokkaido, bottom: store in Kanto). The thin part of the graph is the number sold by the FSP price and the dark part of the color is the selling quantity at the normal selling price. The use situation of the FSP is hardly different depending on the region.

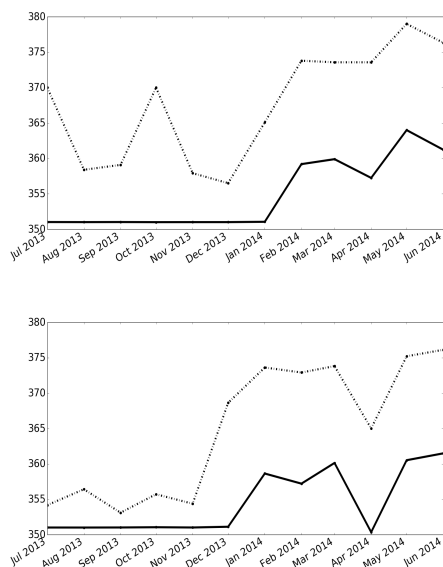


図 4 ソーセージ A の月別平均販売価格（上：北海道の店舗，下：関東の店舗）．実線が FSP の平均販売価格，破線が店頭販売価格と示す．FSP の利用状況と同じく平均販売価格は地域による差はほとんどない

Fig. 4 Monthly average sales price of sausage A (top: store in Hokkaido, bottom: store in Kanto). The solid line indicates the average selling price of FSP and the broken line indicates over-the-counter sales price. Like the usage status of FSP, the average selling price has little difference depending on the area.

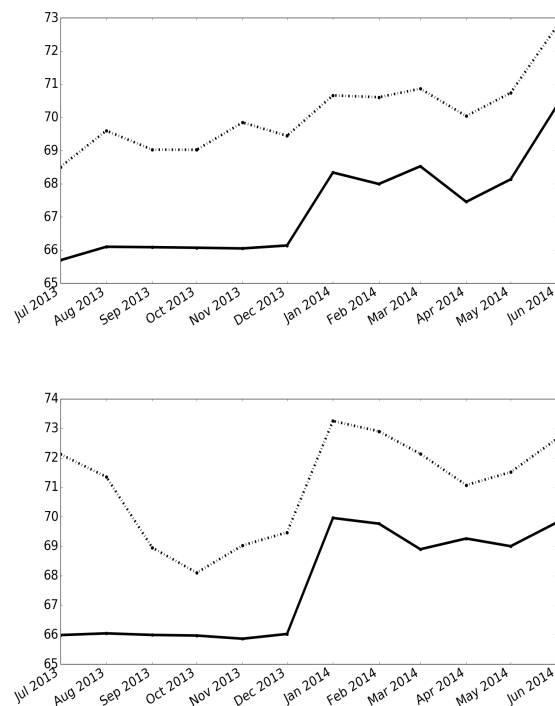


図 5 納豆 A の月別平均販売価格（上：北海道の店舗，下：関東の店舗）．実線が FSP の平均販売価格，破線が店頭販売価格を示す．関東では期間の前半で価格差が大きくなっているが後半では北海道の店舗と差額は変わらない

Fig. 5 Monthly average sales price of natto A (top: store in Hokkaido, bottom: store in Kanto). The solid line indicates the average selling price of FSP and the broken line indicates shop front selling price. In Kanto, the price difference is large in the first half of the period, but in the latter half the difference with the store in Hokkaido does not change.

セージ A の価格はデータの 350 円～380 円の間を推移しており，FSP 利用時の価格差はデータの前半では一定価格で販売されているが，中盤以降からは店頭販売価格の変動に左右され価格が上下している．また北海道の店舗と関東の店舗ではともに FSP 利用時の店頭販売価格との価格差は最大で 15 円程度になり，地域による差は見られない．納豆 A は前半に価格差が大きくなっているものの，後半にいくに従って北海道と関東に価格差はなくなっている．

3.2 推定結果

本節では 2 章で示したモデルのソーセージ A に対する推定結果を示す．なお推定には粒子フィルタを用い，固定ラグ数 $L = 20$ として粒子スモージにより平滑化分布を求めた．

図 6 は期間中の顧客 A の来店確率の推定値（平滑化後）と来店 ($y_{1,n,i}$) の有無と購買確率の推定値（平滑化後）と購買 ($y_{2,n,i}$) の有無を図示したものである．グラフ上の中央に引いたラインは確率が 50%となる位置である．実際に来店している（購買している）場合には推定値が 50%を超

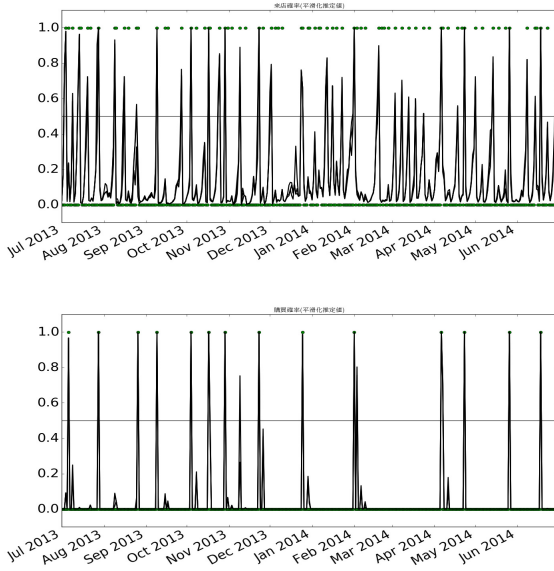


図 6 来店確率 [上] と購買確率 [下] の推定値 (丸が来店と購買の有無を示す)

Fig. 6 Estimated visit probabilities [top] and purchases probabilities [bottom] (A circle shows a visit and purchase).

えており、そうでない場合は 50% を下回っている。モデルの推定値は顧客の来店と購買を的確に判別している様子が見て取れる。

佐藤ら [18], [19] と同様に来店確率、購買確率を式 (16) に従って算定し、モデルの現況再現性を確認した。はじめに来店と購買の有無の推定値を式 (16) で定義する。

$$\begin{aligned} y_{1,n,i}^s &= \begin{cases} 1 & (p_{1,n,i}^s \geq 0.5) \\ 0 & (p_{1,n,i}^s < 0.5), \end{cases} \\ y_{2,n,i}^s &= \begin{cases} 1 & (p_{2,n,i}^s \geq 0.5) \\ 0 & (p_{2,n,i}^s < 0.5). \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

ただし、 $y_{1,n,i}^s$ 、 $y_{2,n,i}^s$ は来店の有無、購買の有無の推定値を示し、 $p_{1,n,i}^s$ 、 $p_{2,n,i}^s$ はそれぞれ個人 i の第 n 日における来店確率と購買確率の平滑化推定値を示す。次に算出した来店・購買の有無の推定値を用い、式 (17) で実績値と推定値の誤判別率を算出し、モデルの判別の良さを検証する：

$$\begin{aligned} RC_k &= \frac{\sum_{i=1}^N RC_{i,k}}{N}, \\ RC_{i,k} &= \frac{\sum_{n \in C_{i,k}} I(y_{l,n,i}^s, y_{l,n,i})}{N_k}, (l = 1, 2). \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 N_k は来店生起の判別における 3 つのカテゴリ (非来店の誤判別、来店の誤判別、全体の誤判別) に応じて、「非来店日数 ($k = 1$)」、「来店日数 ($k = 2$)」、「総サンプル数 ($k = 3$)」となる。また購買生起の場合も同様に、「来店し購買しないの日数 ($k = 4$)」、「来店し購買した日数 ($k = 5$)」、「総購買日数 ($k = 6$)」を用いる。一方、 $C_{i,k}$ は来店生起の判別における 3 つのカテゴリに応じた「非来店だった日の集合 ($k = 1$)」、「来店した日の集合 ($k = 2$)」、「すべての日の集合 ($k = 3$)」である。また購買生起の判別

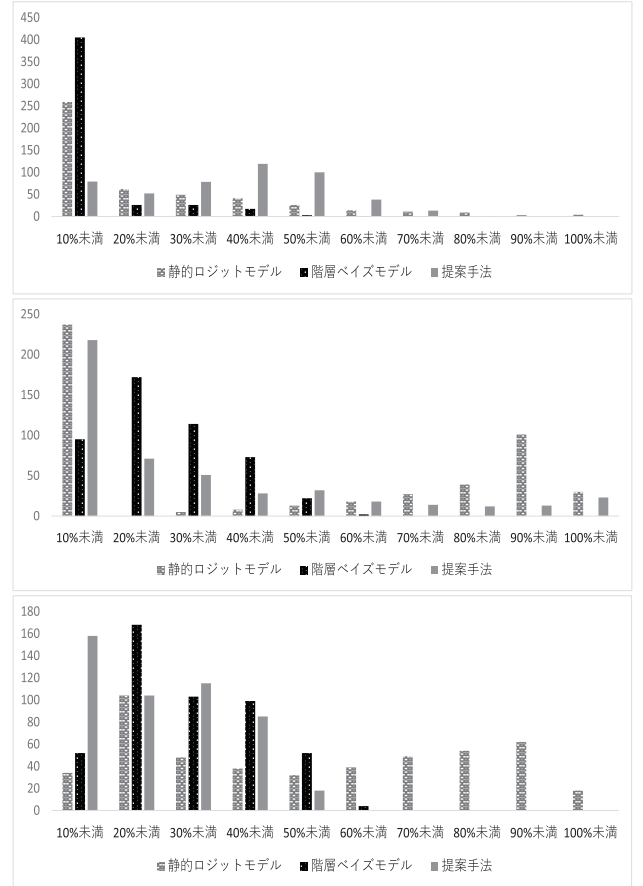


図 7 来店確率の誤判別率の分布状況 [上：来店の誤判別数，中：非来店の誤判別数，下：全体の誤判別数]

Fig. 7 Distribution of misdiscrimination rate of visit probability [top: misdiscrimination number of visit, middle: misdiscrimination number of not visit, bottom: misdiscrimination number of all].

の場合、「来店し非購買だった日の集合 ($k = 4$)」、「来店し購買した日の集合 ($k = 5$)」、「購買した日の集合 ($k = 6$)」を用いる。また式 (17) の $I(y_{l,n,i}^s, y_{l,n,i})$ を

$$I(a, b) = \begin{cases} 1 & (a \neq b) \\ 0 & (a = b) \end{cases} \quad (18)$$

と定義する。

図 7 には来店を非来店、非来店を来店、全体の誤判別数の分布状況を示す。図中には提案手法と他の手法とを比較するために個人ごとに推定する静的ネステッドロジットモデル (以下、静的モデル) と全データ用いて個人ごとに推定する階層ベイズネステッドロジットモデル (以下、階層ベイズモデル) の結果を示す。ただし、静的モデルと階層ベイズモデルはでは来店効用 (式 (5)) と購買効用 (式 (9)) をそれぞれ式 (19), (20) のように修正し推定した。

$$\begin{aligned} u_{1,n,i} &= t_i + \beta_{1,i}^1 x_{n,i}^1 + \beta_{1,i}^2 x_{n,i}^2 + \\ &\quad \beta_{1,i}^3 \ln(1 + \exp(u_{2,n,i})) + \epsilon_{1,n,i}. \end{aligned} \quad (19)$$

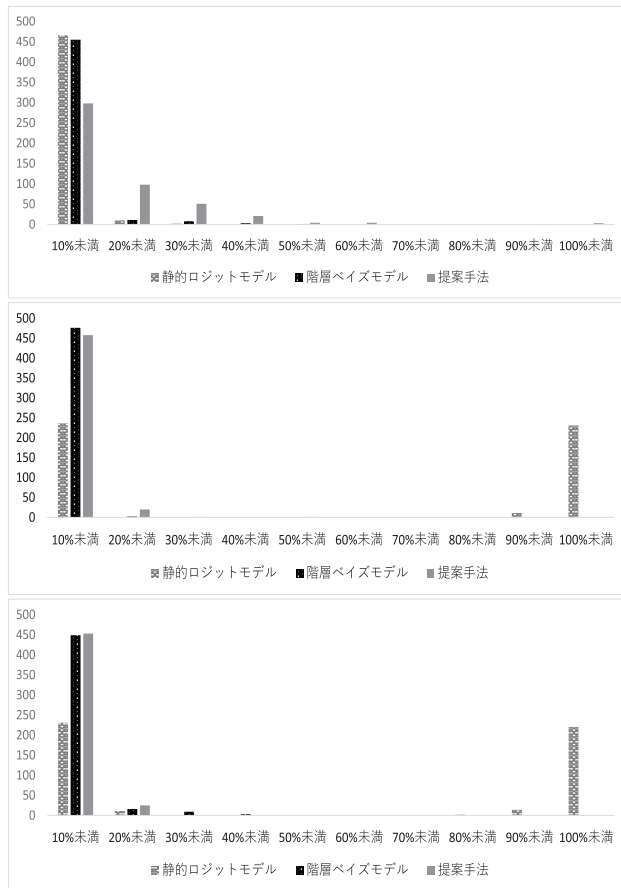


図 8 購買確率の誤判別率の分布状況 [上：購買の誤判別数，中：非購買の誤判別数，下：全体の誤判別数]

Fig. 8 Distribution of misdiscrimination rate of purchases probability [Top: misdiscrimination number of purchases, middle: misdiscrimination number of not purchases, bottom: misdiscrimination number of all].

$$u_{2,n,i} = \gamma_i^1 x_{n,i}^3 + \gamma_i^2 x_{n,i}^4 + \gamma_i^3 x_{n,i}^5 + \gamma_i^4 x_{n,i}^6 + \epsilon_{2,n,i}. \quad (20)$$

また階層ベイズモデルにおいては個人間の異質性を表現するためにパラメータ $(t_i, \beta_n^1, \beta_n^2, \beta_n^3, \gamma_n^1, \gamma_n^2, \gamma_n^3, \gamma_n^4)$ の事前分布として正規分布を仮定し階層化した。階層ベイズモデルの推定では 20000 回のサンプリングを行い、最初の 10000 回をバーンイン期間として捨て、残りのサンプルを統計量の算定に利用した。

静的モデルでは誤判別率が高く推定がうまくいかない。また階層ベイズモデルの来店を非来店と誤判別率、非来店を来店と誤判別率、全体の誤判別率はそれぞれ 4.23%, 19.66%, 23.89%であり、提案手法のそれぞれの誤判別率は 30.78%, 23.98%, 19.01%である。全体の誤判別率から提案手法が正確に推定できていることが分かる。

同様に図 8 には購買を非購買、非購買を購買、全体における誤判別率の分布を示している。購買を非購買と誤判別、非購買を購買と誤判別、全体の誤判別は提案手法ではそれぞれ 11.23%, 2.97%, 3.4%, 階層ベイズモデルでは

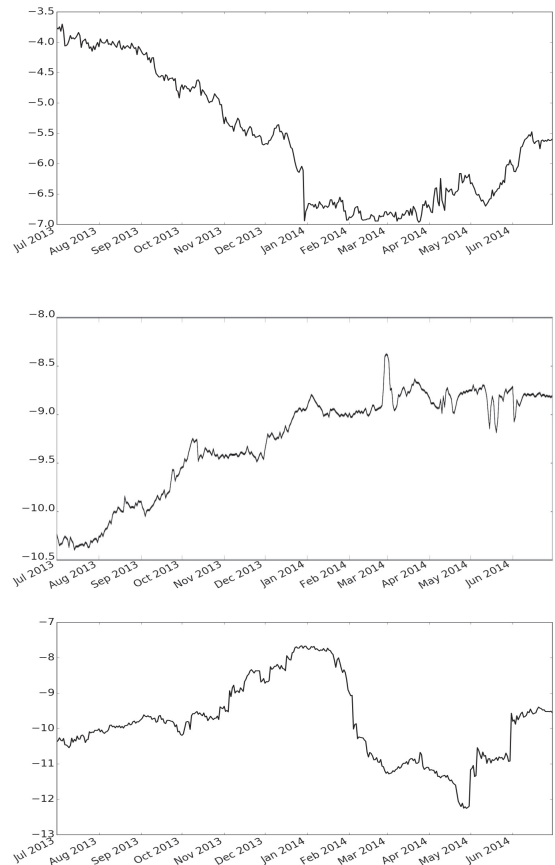


図 9 来店効用のトレンド成分（平滑化分布の推移）。

上：上下の変動はあるものの検証期間中で下降傾向であるため、ロイヤリティが低下傾向にある

中：上昇傾向にあるため店舗へのロイヤリティが上昇傾向にある

下：期間中上下変動はあるものの、大きな変動はない

Fig. 9 Smoothed trend component of visit utility. top: There is a downward trend in the verification period although there is a vertical variation, so the royalty tends to decline. middle: Since it is on an upward trend, royalties to stores tend to rise. bottom: Although there is vertical fluctuation during the period, there is no big change.

1.68%, 0.77 %, 2.45%であり、提案手法が階層ベイズモデルに比べて誤判別率では劣っている。しかし、階層ベイズモデルで推定したパラメータ γ_i^2, γ_i^3 の平均値はそれぞれ $-0.48, -0.41$ である。事前に想定した値として $\gamma_i^2, \gamma_i^3 > 0$ であるため、FSP の利用に購買されているが値引きによる効果はないとなり、整合的な結果となっていない。

購買誤判別率が低く本手法では阿部 [15] によりオーバーフィットの可能性も考えられるが、佐藤ら [19] では来店の誤判別率がそれぞれ 5% 未満であり、購買の誤判定率がそれぞれ 7% 未満という高い数値を示しているが問題ではないと考える。

次に個人ごとの推定結果から 3 人を抽出し、そのトレンド成分 $t_{n,i}$ の推定値の推移を図 9 に示す。 $t_{n,i}$ は対象店舗へのロイヤリティ（忠誠心）を表している指標であると

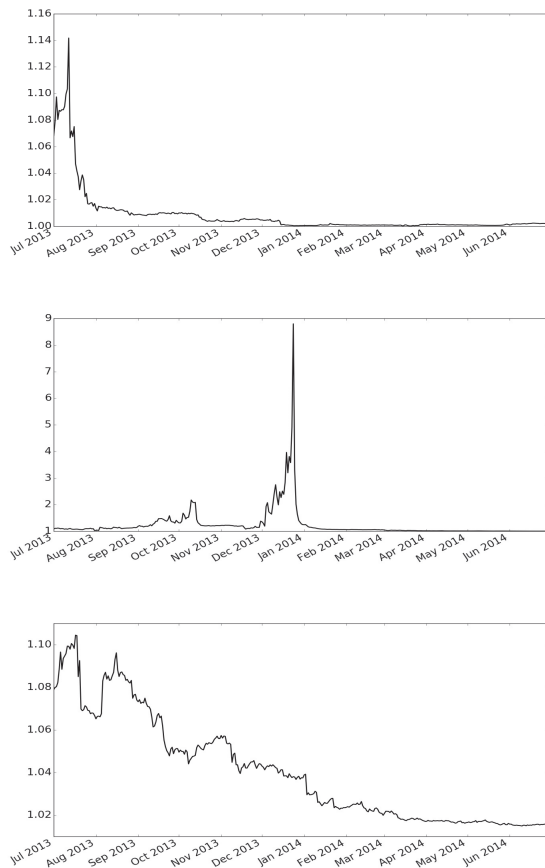


図 10 $\gamma_{n,i}^2$ (FSP の利用可能数) の個人ごとの疑似オッズ比 ($\Delta x_{n,i}^4 \approx 10$).

上：初期が最大となり時間の経過とともに低下している
中：強く反応している期間もあるが全体的に購買への影響は小さい
下：緩やかに減衰している

Fig. 10 Odds ratio for each individual of $\gamma_{n,i}^3$ (Available number of FSP).

Top: Initial becomes maximum and it decreases with the passage of time. Center: Although there are periods that are strongly reacting, overall impact on purchasing is small. Bottom: It is gently decaying.

考えられ、トレンド成分が減少傾向であると店舗に対するロイヤリティが低下しており、上昇傾向であるとロイヤリティが高まっていると理解できる。図 9 の上段の顧客 1 は検証期間を通して減少傾向にある。そのため店舗のベースとなる魅力度が低下傾向であることを表している。中段の顧客 2 は顧客 1 と反対に検証期間を通して上昇傾向であることから店舗へのロイヤリティが高まっている。下段の顧客 3 は上下の変動はあるものの期間を通してトレンド成分が大きく変動していない様子が見て取れる。

次に FSP の購買推進効果を検証するため、オッズ比 (ϕ) を計算する。オッズ比とは、対象とする変数以外を固定した場合に対象の変数の違いで、選択確率の変化を評価できる指標である。しかし、本研究で用いる FSP に関する変数は連続量であるため通常のオッズ比は使用できない。

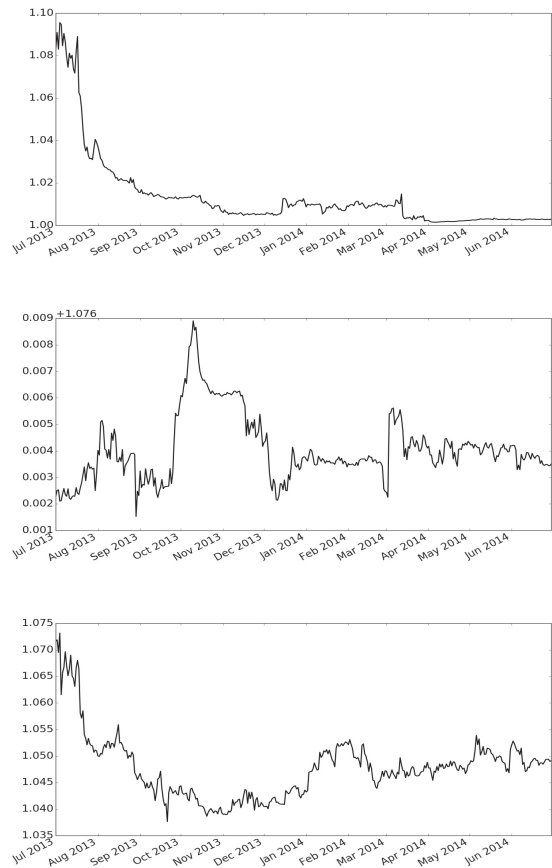


図 11 $\gamma_{n,i}^3$ (店舗販売価格と FSP 利用可能時の価格差) の個人ごとの疑似オッズ比 ($\Delta x_{n,i}^5 \approx 10$).

上：初期が最大となり、時間の経過とともに低下している
中、下：期間を通してほぼ一定値である

Fig. 11 Odds ratio of $\gamma_{n,i}^3$ for each individual. (Store sales price and price difference when FSP is available). Top: Initial becomes maximum and it decreases with the passage of time. Center and bottom: It is almost constant throughout the period.

そのため、オッズ比を拡張した連続量のオッズ比を用いる。連続量のオッズ比は説明変数間の差 ($\Delta x_{n,i}^4, \Delta x_{n,i}^5$) にオッズ比 (以降では疑似オッズ比と呼ぶ) が従属し、 $\phi_n^1 = \exp(\gamma_{n,i}^2 \Delta x_{n,i}^4)$ (月内の FSP の利用可能数の影響度を表す時変係数の疑似オッズ比)、 $\phi_n^2 = \exp(\gamma_{n,i}^3 \Delta x_{n,i}^5)$ (店舗販売価格と FSP が利用可能時の価格差の影響度を表す時変係数の疑似オッズ比) で算定できる。

図 10 は月内の FSP 利用可能数の疑似オッズ比 ϕ_n^1 を表す。これは発行する FSP のクーポンに対する反応を示していると考えられる。つまり、クーポンの実施が有効であったかを表していると考えられる。上段の顧客 1 は初期が最大となり急激に低下しおり、効果が弱まっている。中段の顧客 2 は途中に大きく反応していることがあるが、全体としては低い値を示している。顧客 3 についても顧客 1 と同様に減少傾向にある、そのため、時間の経過とともに FSP の利用可能数の与える影響は小さくなっているが顧客 1 と異なり緩やかに減衰している。

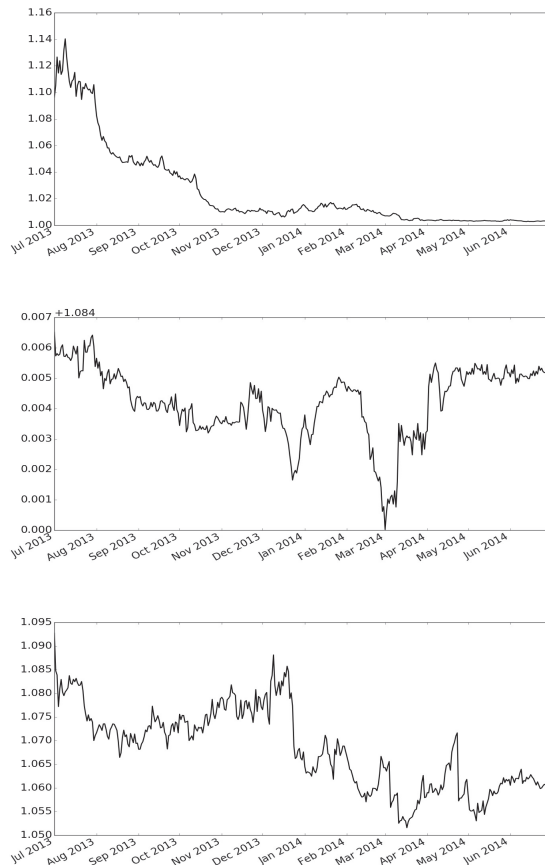


図 12 納豆 A における $\gamma_{n,i}^3$ (店舗販売価格と FSP 利用可能時の価格差) の個人ごとの疑似オッズ比 ($\Delta x_{n,i}^5 \approx 10$).
上: 初期が最大となり時間の経過とともに低下しているが、一定値の効果を保っている
中: 期間を通して大きな変動もなくほとんど一定を推移している
下: 全体的に低下傾向にあるが、一定値をキープしている

Fig. 12 Odds ratio for each individual of natto of $\gamma_{n,i}^3$. Top: Early became maximum and decreased with the passage of time, but the effect of a fixed value is maintained. Center: Almost constant throughout the period without major fluctuations. Bottom: Although it is on a downward trend overall, it keeps a constant value.

図 11 も同様に店舗販売価格と FSP が利用可能時の価格差の疑似オッズ比 (ϕ_n^2) を表す。これは割引に対する選択確率に与える影響であるため、 ϕ_n^2 は初期が高くなり時間とともに低下し、与える影響は弱くなると予測できる。これは毎回の購入において、FSP を利用し値引きされた金額で商品を購入していれば顧客の参照価格が低下するため、割引値に対する反応が鈍くなるためである。

本研究でも ϕ_n^2 は、大部分の顧客は図 11 の上段に示した顧客 1 と同様に初期に最大となり時間とともに低下することを確認した。しかし、すべての顧客が初期が最大で時間とともに低下するだけではない。検証対象顧客の中には図中の中段や下段に示すようにほとんど変動せずに一定の影響を与える顧客も存在する。これは静的な市場反応モデ

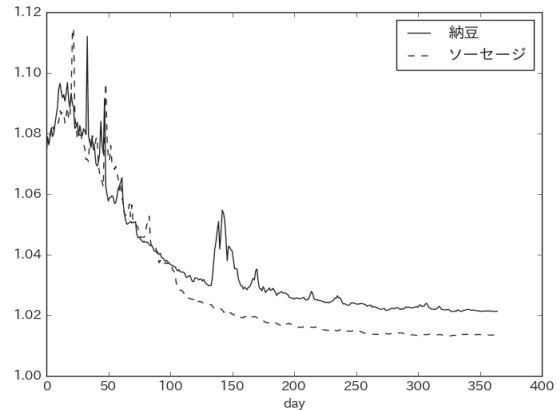


図 13 $\phi_{n,i}^2$ の平均時間変化 ($\Delta x_{n,i}^5 \approx 10$).

点線: ソーセージ A, 罫線: 納豆 A

両者とも時間の経過とともに、購買に与える影響は小さくなるが、ソーセージ A が納豆 A より減衰が早い

Fig. 13 Average time variation of $\phi_{n,i}^2$. Dotted line: sausage A, Solid line: natto A. Both of them have less impact on purchasing with the passage of time, but sausage A decays faster than natto A.

ルではとらえられないが、動的市場反応モデルを用いて時変回帰係数を推定したため得られる利点である。本研究は購買に与える影響を推定できるため、他の商品にも適用することで、効果の高い個人ごとのクーポンを発行することが可能となる。

ここまではスーパーでも嗜好品のソーセージ A に焦点を当ててきたが、図 12 には納豆 A の ϕ_n^2 の推定結果を示す。図中に表示している 3 名は他の図で提示している顧客と同一人物である。上段の顧客 1 ではソーセージ A と同様に初期において効果は高く、時間の経過とともに低下している。中段、下段の顧客 2, 3 では、値は高くないものの期間を通して一定値である、納豆 A ではソーセージ A に比べて時変係数である $\gamma_{n,i}^3$ が一定である顧客は多い。紙面の都合上、納豆 A のその他の変数を用いた議論はこのようにソーセージ A と同種の枠組みで議論できるため割愛する。

最後にソーセージ A と納豆 A の ϕ_n^2 の違いを見るために ϕ_n^2 の平均時間変化を図 13 に示す。

図 13 からソーセージ A および納豆 A のセールスプロモーション効果は全体として購買に与える影響は継続していると考えられる。ただしソーセージ A は前半においては納豆 A より高い値を示したが、後半は衰退が早い様子が見て取れる。推定の対象とした顧客のそれぞれの商品の購買における FSP 利用率はソーセージ A が 82.8%, 納豆 A が 53.6% と高いため内的参照価格が低下したのではないかと示唆される。参照価格と値引きの回数、値引きの大きさと参照価格については清水 [21] の報告で、値引きの回数が増えれば増えるほど参照価格が低下し、値引き額が高ければ高いほど参照価格が低下すると報告されている。本研究でも値引き回数が多く、値引き額が高いソーセージ A が長期

表 5 $\phi_{n,i}^2$ の統計量 (上段が平均値を表し, カッコ内が分散を表す)Table 5 Statistics of $\phi_{n,i}^2$ (The upper row shows the average value, the parenthesis shows the variance).

	ソーセージ A	納豆 A
店舗販売価格と FSP 利用 可能時の価格差のオッズ比	1.03053 (0.00058)	1.03743 (0.00042)
FSP の利用可能数のオッズ比	1.04757 (0.00073)	1.04663 (0.00066)

的には価格差に対するオッズ比 (ϕ_n^2) が低く推定されており, 先行研究と同様の結果を得た。

表 5 には ϕ_n^2 の全体での平均変化率を示した。表からもセールスプロモーションは, 両商品ともに継続的にプラスの効果があると考えられるが, 静的な値で施策を評価しているとソーセージ A のプロモーション効果が納豆よりも早く減衰していることに気づかない。そのため, 本研究のような時間変化をとまなう推定が重要である。

4. おわりに

本研究では個人ごとに異なったプロモーションである FSP が購買行動へ与える影響度を推定するために来店・購買生起を状態空間モデルの枠組みで構築し, スーパーマーケットの 1 年間の購買データを用いて検証した。来店・購買生起行動をプロモーション効果は購買生起行動へ影響すると仮定しモデル化し, 粒子フィルタで時変回帰係数の時間的な変動を推定した。その結果, セールスプロモーション効果は継続的に続くが, 商品によって購買へ与える影響度の時間変化は異なることを示した。

今後の課題として, 本研究で提案したモデルが実際のプロモーション活動において以下のように活用し, 効果を検証する必要がある。具体的には毎月発行する FSP のプロモーションの内容を, 本研究で得られた推定値を用いてプロモーション効果の推定値を用いて最適化することがあげられる。

謝辞 本研究にあたり, 明治大学田野倉葉子博士からは, 多くの有用かつ建設的なコメントいただきました。また数値実験にあたり明治大学先端数理科学インスティテュート現象数理学研究拠点のコンピュータシステムを利用させていただきました。

参考文献

- [1] Bass, F.M., Bruce, N., Majumdar, S. and Murthi, B.P.S.: Wearout Effects of Different Advertising Themes: A Dynamic Bayesian Model of the Advertising-Sales Relationship, *Marketing Science*, Vol.26, No.2, pp.179–195 (2007).
- [2] Blattberg, R.C., Briesch, R. and Fox, E.J.: How Promotions Work, *Marketing Science*, Vol.25, No.6, pp.601–603 (1995).
- [3] Bruce, N.I.: Pooling and Dynamic Forgetting Effects in Multitheme Advertising: Tracking the Advertising Sales

- Relationship with Particle Filters, *Marketing Science*, Vol.27, No.4, pp.659–673 (2008).
- [4] Clerc, M. and Kennedy, J.: The particle swarm: Explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.6, pp.58–73 (2002).
- [5] Guadagni, P.M. and Little, J.D.C.: A logit model of brand choice calibrated on scanner data, *Marketing science*, Vol.2, No.3, pp.203–238 (1983).
- [6] Gupta, S.: Impact of sales promotions on when, what, and how much to buy, *Journal of Marketing Research*, Vol.25, No.4, pp.342–355 (1988).
- [7] Hausman, J.A. and Wise, D.A.: A conditional probit model for qualitative choice: Discrete decisions recognizing interdependence and heterogeneous preferences, *Econometrica: Journal of the econometric society*, pp.403–426 (1978).
- [8] Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, *IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol.4, pp.1942–1948 (1995).
- [9] Kitagawa, G.: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of computational and graphical statistics*, Vol.5, No.1, pp.1–25 (1996).
- [10] Kitagawa, G.: A self-organizing state-space model, *J. Am. Stat. Assoc.*, Vol.93, No.443, pp.1203–1215 (1998).
- [11] Kondo, F.N. and Kitagawa, G.: Time series analysis of daily scanner sales: extraction of trend, day-of-the-week effect and price promotion effect, *Marketing Intelligence & Planning*, Vol.18, No.2, pp.53–66 (2000).
- [12] Krishnamurthi, L. and Raj, S.P.: A model of brand choice and purchase quantity price sensitivities, *Marketing Science* (1988).
- [13] MacFadden, D.: *Econometric Models of Probabilistic Choice, Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*, MIT Press (1981).
- [14] MacFadden, D.: *Qualitative Response Models, Handbook of Econometrics*, North-Holland (1983).
- [15] 阿部 誠: コメント (日本統計学会 75 周年記念特集 (3))—(動的個人モデルによる消費者来店行動の解析), 日本統計学会誌, Vol.38, No.1, pp.21–23 (2008).
- [16] 青柳憲治, 佐藤忠彦: 3 階層多変量状態空間モデリングによる動的市場反応形成メカニズムの解明, 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, Vol.58, pp.70–100 (2015).
- [17] 北川源四郎: 時系列解析入門, 岩波書店 (2005).
- [18] 佐藤忠彦, 樋口知之: 動的個人モデルによる購買生起行動の解析, マーケティング・サイエンス, Vol.16, No.1-2, pp.49–73 (2007).
- [19] 佐藤忠彦, 樋口知之: 動的個人モデルによる消費者来店行動の解析, 日本統計学会論文誌シリーズ J, Vol.38, pp.1–19 (2008).
- [20] 佐藤忠彦, 樋口知之: ビックデータ時代のマーケティング, 講談社 (2013).
- [21] 清水 聡: 検証消費者行動 (V) プロモーションの消費者に与える影響, 流通情報, Vol.10, pp.1–20 (2002).
- [22] 本橋永至, 樋口知之: 市場構造の変化を考慮したブランド選択モデルによる購買履歴データの解析, マーケティング・サイエンス, Vol.21, No.1, pp.37–59 (2013).
- [23] 山口 類, 土屋映子, 樋口知之: 状態空間モデルを用いた飲食店売上の要因分解, オペレーションズ・リサーチ: 経営の科学, Vol.49, No.5, pp.316–324 (2004).

付 録

A.1 Particle Swarm Optimization

Particle Swarm Optimization (PSO) は Kennedy らによって提案された発見的最適化手法である [8]. 最適解の探索方法は鳥や昆虫などの生物が餌を探す際に情報を群れ全体で共有する行動するという仮説に基づいた手法である. つまり, 群れの個体は独立に行動するのではなく, 個体の持つ情報と群れの情報を相互に組み合わせることで最適解を探索する.

最適化手法の 1 つである PSO の特徴として以下があげられる.

- 探索点が複数個存在する多点型探索アルゴリズムである.
- 微分情報を用いないため基本的な算術演算で計算が可能であり, 従来の手法と比較して高速に解を探索できる.

PSO は, 探索空間に位置と速度を持った多数の粒子 (探索点) が存在し, 各粒子のベストポジションと全体のベストポジションが共有されることで, 各粒子の位置と速度を更新する. 粒子 i の反復回数 k における n 次元の位置ベクトルと速度ベクトルをそれぞれ $\mathbf{x}_{k,i}$, $\mathbf{v}_{k,i}$ とすると更新式は,

$$\mathbf{x}_{k+1,i} = \mathbf{x}_{k,i} + \mathbf{v}_{k,i} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{v}_{k+1,i} = w\mathbf{x}_{k,i} + c_1r_1(\mathbf{pbest}_{k,i} - \mathbf{x}_{k,i}) + c_2r_2(\mathbf{gbest}_k - \mathbf{x}_{k,i}) \quad (\text{A.2})$$

である. ただし, r_1, r_2 は 0 から 1 の一様乱数, w, c_1, c_2 はそれぞれの項に対する重みパラメータ, $(\mathbf{pbest}_{k,i})$ は粒子 i が反復回数 k までに探索した最良解, $\mathbf{gbest}_k$ はすべての粒子における反復回数 k までに探索した最良解である. 図 A.1 に PSO における粒子の探索位置決定の概念図を示す. 各粒子は現在の位置 $\mathbf{x}_{k,i}$ からそれぞれの最良解へ向かうベクトル $(\mathbf{pbest}_{k,i} - \mathbf{x}_{k,i})$, 群全体の最良解へ向かうベクトル $(\mathbf{gbest}_k - \mathbf{x}_{k,i})$, および速度ベクトルの重み付き線形結合で速度ベクトルを更新する. 更新した速度ベクトル $\mathbf{v}_{k+1,i}$ から次の位置 $\mathbf{x}_{k+1,i}$ に移動する.

A.2 粒子フィルタ

粒子フィルタは, 与えられた観測値の時刻によって異なる推定すべき分布 (予測分布・フィルタ分布・平滑化分布) を M 個の粒子を用いて以下のように近似する:

$$\{p_n^{(1)}, \dots, p_n^{(M)}\} \sim p(x_n | Y_{n-1}) \quad (\text{A.3})$$

$$\{f_n^{(1)}, \dots, f_n^{(M)}\} \sim p(x_n | Y_n) \quad (\text{A.4})$$

$$\{s_n^{(1)}, \dots, s_n^{(M)}\} \sim p(x_n | Y_N) \quad (\text{A.5})$$

$$\{v_n^{(1)}, \dots, v_n^{(M)}\} \sim p(v_n). \quad (\text{A.6})$$

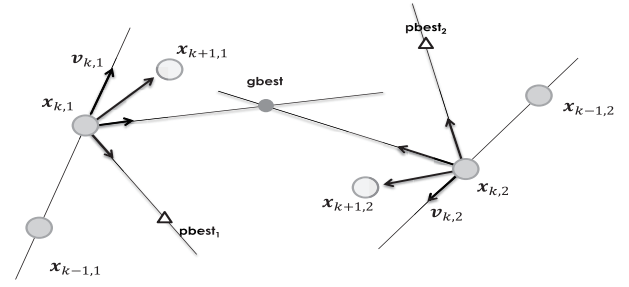


図 A.1 PSO における Particle の移動

Fig. A.1 Movement of Particle in PSO.

ここで, M, n および Y_n は粒子数, 時刻, 時刻 n までに得られた観測値の集合である. 粒子数が多いほど分布の精度を高く近似できるが, 分布の次元が高いほど多数の粒子が必要となる.

粒子フィルタのアルゴリズムは下記のとおりである.

- (1) $j = 1, \dots, M$ について l 次元の乱数 $f_0^j \sim p_0(x)$ を生成する.
- (2) $n = 1, \dots, N$ について以下のステップを繰り返す.
 - (a) $j = 1, \dots, M$ について l 次元の乱数 v_n^j を生成する.
 - (b) $j = 1, \dots, M$ についてシステムモデルに基づいて p_n^j を計算する.
 - (c) $j = 1, \dots, M$ について尤度 $\alpha = p(y_n | p_n^{(j)}, \theta)$ を計算する.
 - (d) $\{p_n^{(1)}, \dots, p_n^{(M)}\}$ から $\{\alpha_n^{(1)}, \dots, \alpha_n^{(M)}\}$ に比例する確率で M 回の復元抽出し, $\{f_n^{(1)}, \dots, f_n^{(M)}\}$ を生成する.

平滑化分布 $\{s_n^{(1)}, \dots, s_n^{(M)}\}$ は上記の粒子フィルタのアルゴリズムを過去の粒子を保存する形に修正することにより実現できる. 具体的には $\{s_n^{(1)}, \dots, s_n^{(M)}\}$ は同時分布 $p(x_1, \dots, x_n | Y_n)$ の j 番目の実現値を示すものとし, 2(d) を以下に変更する.

- (d') $j = 1, \dots, M$ について $(s_{n-L|n-1}^{(j)}, \dots, s_{n-1|n-1}^{(j)}, p_n^{(j)})^T$ のリサンプリングにより, $(s_{n-L|n}^{(j)}, \dots, s_{n-1|n}^{(j)}, s_{n|n}^{(j)})$ を生成する. ただし, $f_n^{(j)} = s_{n|n}^{(j)}$ で L は固定値とする. L を大きくとると, $p(x_n | Y_{n+L})$ は $p(x_n | Y_n)$ をよく近似するが, 復元抽出の繰返しにより分布が退化するため, L はあまり大きくしないほうが良い. そのため, 通常は $L = 20$ 程度, 最大でも 50 以下にするほうが良いとされている [9].



奥野 拓也

1985年生。2008年龍谷大学工学部数理情報科学科卒業。2010年広島大学大学院理修士課程修了。同年エヌ・ティ・ティ アイティ株式会社入社。データ分析業務に従事。計算機統計学会，日本データベース学会各会員。



中村 和幸

2007年総合研究大学院大学複合科学研究科統計科学専攻修了。科学技術振興機構CREST研究員，情報・システム研究機構統計数理研究所特任研究員等を経て，2009年より明治大学特任講師，2013年より明治大学総合数

理学部准教授。博士（学術）。専門は時空間データのベイズ分析，データ同化とその応用。日本統計学会，日本シミュレーション学会，地盤工学会，日本地球惑星科学連合，American Statistical Association 各会員。