Vol.2016-AVM-95 No.16
2016/12/9

光線空間の直線構造に着目したshearletによるグループスパースコーディング

藤田 秀[1,a)]　高橋 桂太[1,b)]　藤井 俊彰[1,c)]

概要：光線空間法は，光線を単位として 3 次元空間の視覚情報を記述する手法である．光線空間は一般に 4 次元信号空間となるが，その信号は特有の構造をもつ．すなわち，光線空間の 2 次元部分空間では，信号は直線状の軌跡の集合となり，局所的にみれば，それらの直線の傾きはほぼ一定となる．この性質は，光線空間の補間等の処理において有用である．本研究では，光線空間の直線状の軌跡を効率よく記述するために，スパースコーディングの枠組みを検討する．従来研究においても，光線空間のスパースコーディングが試みられてきたが，直線の傾きが局所的に一定である性質は必ずしも十分に用いられていなかった．そこで，我々は，この性質を十分に用いるため，光線空間の離散フーリエ変換（DFT）領域に対して，グループスパース性を導入し，より効率的に光線空間を記述する．この際，DFT 係数に対して直接グループスパース性を適用する手法と，方向別の DFT 領域を記述する shearlet 変換係数に適用する手法を提案する．また，従来提案されていた shearlet の最適化手法を見直し，解析的に行うことで性能を向上させる．

Group Sparse Coding by Shearlet Transform using Line Structure of Light Field

Shu Fujita[1,a)]　Keita Takahashi[1,b)]　Toshiaki Fujii[1,c)]

1. はじめに

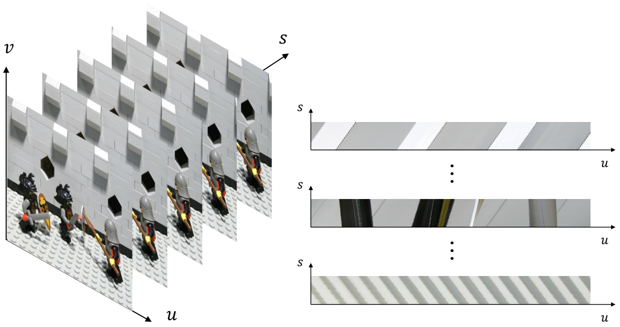
光線空間法 [1] は，3 次元空間の視覚情報を記述する手法であり，コンピュータグラフィックスやコンピュータビジョンなどの分野で広く応用されてきた．例えば，焦点を撮影後に変更するリフォーカス [2] や，自由視点画像生成 [3]，裸眼立体視ディスプレイ [4] などである．さらに，手軽に光線空間を取得できるカメラ [5], [6] が普及したことを背景に，光線空間法は近年より注目を集めている．

光線空間の信号は，ある基準面を通過する光線の位置 (u, v) と方向 (s, t) 成分の 4 次元信号により定義されるため，情報量が大きくなる．一方で，その信号は冗長かつ特有の構造を持ち，位置と方向に関する 2 次元部分空間では直線状の軌跡が観察できる（図 1）．特に，局所的にみれば，その直線の傾きはほぼ一定である．この性質は，光線空間の復元等の処理に有用である．

効率よく光線空間の信号を表現するためには，信号の冗長性などの観点から，スパースコーディングの枠組みが有効であった [7], [8]．特に，直線の表現に適した shearlet [9] を用いた手法 [10] は，信号の構造を効率的に表現することができた．しかし，これらの従来研究では，光線空間の直線の傾きが局所的に一定である性質は必ずしも十分に用いられていなかった．

本稿では，この性質を十分に用いるために，直線構造では直線の傾きに対応する方向の周波数成分にエネルギーが偏る性質に着目し，離散フーリエ変換（DFT）領域でのグループスパース性を導入する．これにより，より効率的に光線空間を記述する手法を実現する．そのために，まず，離散フーリエ変換（DFT）係数を方向ごとでグループ化し，DFT 領域のグループスパース性を直接定式化する．また，DFT 領域が方向別に記述できる手法の一つに，shearlet 変換 [9] がある．Shearlet は，光線空間のスパース表現の従

1　名古屋大学 大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Nagoya University
a)　s.fujita@fujii.nuee.nagoya-u.ac.jp
b)　keita.takahashi@nagoya-u.jp
c)　fujii@nuee.nagoya-u.ac.jp



(a) Light field w.r.t (u, v, s)　(b) (u, s) sections

図 1: 光線空間とその 2 次元部分空間の直線構造
Fig. 1　A light filed and its line structure.

来研究 [10] で用いられており，既に方向ごとのグループ性を考慮した手法である．そこで，我々は，shearlet 変換係数に対して明示的にグループスパース性を導入することで，より光線空間の特徴に基づいたスパース表現を行う．また，文献 [10] では，最適解を得るための最適化計算を経験的に行っていたため，本稿では解析的な導出法を求めることで，より最適な解を求める．

2. 従来手法

光線空間の信号 $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^N$ を，M 個の列ベクトル $(\boldsymbol{a}_1, \ldots, \boldsymbol{a}_M)$ からなる表現行列 $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{N \times M}$（例えば，離散コサイン変換（DCT）基底等）と，それに対応する係数ベクトル $\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}^M$ から生成できることを仮定する．

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{z} \tag{1}$$

このとき，光線空間のスパースコーディングでは，信号 $\boldsymbol{x}$ の冗長性を利用し，できる限りスパースな係数ベクトル $\boldsymbol{z}$ を用いて表現することを目的とする．従来手法 [7], [8], [10] ではそのスパースな $\boldsymbol{z}$ を，$\boldsymbol{z}$ の l_1 ノルムを考慮することで導出していた．そのため，光線空間に対する様々な処理は，一般に以下の最小化問題として表せる．

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \arg\min_{\boldsymbol{z}} ||\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z}||_2^2 + \lambda||\boldsymbol{z}||_1^1 \tag{2}$$

なお，$\boldsymbol{y}$ は観測信号，$\boldsymbol{\Phi}$ は観測行列，λ は非負の定数であり，$||\cdot||_2$ と $||\cdot||_1$ はそれぞれ l_2 と l_1 ノルムを表す．実際に用いる $\boldsymbol{\Phi}$ は，行う処理に合わせて変更する．例えば，与えられた光線空間 $\boldsymbol{y}$ に対するスパースコーディングやノイズ除去 $\boldsymbol{\Phi}$ の場合は単位行列，光線空間の補間 [10] の場合は対応する信号の間引きを行う行列を用いる．

効率よく信号 $\boldsymbol{x}$ をスパース表現するためには，表現行列 $\boldsymbol{A}$ が光線空間の特徴をよく捉えている必要がある．文献 [7] では，複数のテストデータから光線空間の信号を学習することで，主だった特徴を捉えた辞書を構築した．また，文献 [8] では，信号 $\boldsymbol{x}$ には高周波成分が比較的少ないことを利用した，重み付き DCT 基底を用いた．しかし，

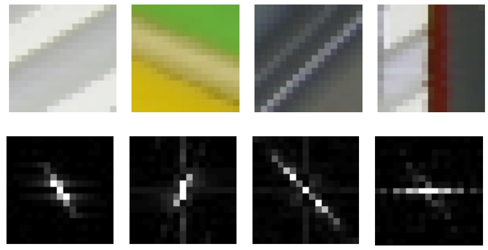


図 2: 局所的な EPI ブロックとその周波数空間
Fig. 2　A light filed and its line structure.

これらの手法は光線空間の統計的な性質を捉えることに成功した一方で，光線空間の信号が直線構造をもつという特徴を必ずしも活用できていなかった．

光線空間の 2 次元部分空間，つまり Epipolar Plane Image（EPI）は，局所的な領域ではほぼ一定の傾きの直線で構成されるため，対応する方向の周波数成分にエネルギーが偏る性質をもつ．図 2 は，EPI の局所ブロックの例と，それを DFT したときの結果を表したものである．この図から，DFT 領域において，エネルギーが直線状に分布することがわかる．文献 [10] ではその性質に着目し，DFT 領域を方向別に扱うことができる shearlet 変換 [9] を用いた．これにより，光線空間の信号の特有の構造を捉えることができ，効率的なスパース表現を行った．

3. 提案手法

3.1 光線空間のグループスパース性

文献 [8], [10] は，光線空間や EPI の周波数成分がスパースになることを用いて，効率的に光線空間を記述した．しかし，局所的な EPI は直線の傾きが一定であるため，対応する方向の周波数成分にエネルギーが偏る．この性質を考慮すると，単なるスパース性だけではなく，グループスパース性も重要であると考えられる．グループスパースモデルでは，係数をグループに分け，グループ単位でスパース性を評価するため，特定のグループにエネルギーが偏りやすい性質をもつ．そこで，周波数成分を各方向で分割したものをグループとすれば，局所領域において直線の傾きが一定である性質が表現されやすいと期待される．したがって，グループスパース性も考慮した最適な $\boldsymbol{z}$ は，式 (2) に対してグループ l_1 正則化項を追加した，以下の sparse group lasso [11] を解くことで求められる．

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \arg\min_{\boldsymbol{z}} ||\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z}||_2^2 + \lambda||\boldsymbol{z}||_1^1 + \eta||\boldsymbol{z}||_{\mathcal{G}} \tag{3}$$

$$||\boldsymbol{z}||_{\mathcal{G}} = \sum_{\boldsymbol{g}_i \in \mathcal{G}} ||\boldsymbol{z}_{\boldsymbol{g}_i}||_2^1 \tag{4}$$

ただし，η は非負の定数，$\mathcal{G} = \{\boldsymbol{g}_1 \ldots \boldsymbol{g}_{|\mathcal{G}|}\}$ はグループの集合，$|\mathcal{G}|$ はグループの数，$\boldsymbol{g}_i$ は i 番目のグループに属する要素へのインデックスの集合を表す．

前述したグループスパース性を考慮する際には，表現行列 $\boldsymbol{A}$ にどういったものを用いるかは非常に重要となる．そ

のため，以下の節ではグループスパース性の重要性を確認するために，各周波数成分を独立に扱える DFT と，方向別に扱える shearlet 変換を基にした 2 つのグループスパース表現を提案する．

3.2 離散フーリエ変換基底によるグループスパース表現

まず，各方向の周波数成分が扱えるような表現行列 $\boldsymbol{A}$ を，DFT を基に構築する．DFT 基底関数 ϕ を用いると，信号 $\boldsymbol{x}$ は以下の式で表現できる．

$$x(x_1, x_2) = \sum_{\omega_1=0}^{N_1-1} \sum_{\omega_2=0}^{N_2-1} \hat{x}(\omega_1, \omega_2)\phi(x_1, x_2, \omega_1, \omega_2) \quad (5)$$

ここで，信号 $\boldsymbol{x}$ のサイズを $N = N_1 \times N_2$ としており，$\phi(x_1, x_2, \omega_1, \omega_2) = e^{j(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)}$，$\hat{\boldsymbol{x}}$ は DFT 係数，(x_1, x_2) と (ω_1, ω_2) は空間および周波数領域における座標を表す．DFT 基底は複素数を用いて表される一方で，実際に扱う信号は実数であるため，基底は実数のみで表現できる方が望ましい．そのため，信号 $\boldsymbol{x}$ が実数のとき $\hat{x}(\omega_1, \omega_2)$ と $\hat{x}(N_1 - \omega_1, N_2 - \omega_2)$ が複素共役の関係にあることを用いて，基底関数 ϕ を実数表現する．$\hat{x}(\omega_1, \omega_2) = a + bj$，$\hat{F}(N_1 - \omega_1, N_2 - \omega_2) = a - bj$（$a, b$ は実数）となるため，式（5）の右辺は以下のように変形できる．

$$\sum_{\omega_1=0}^{N_1-1} \sum_{\omega_2=0}^{\frac{N_2}{2}-1} 2a\cos(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2) - 2b\sin(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2) \quad (6)$$

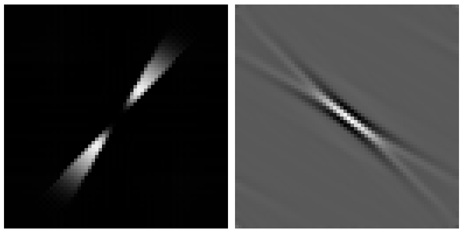
したがって，$\cos(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)$ と $\sin(\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2)$ をそれぞれ基底関数としてみれば，DFT 基底は実数表現できる．

DFT 基底を用いてグループスパース性を考慮するためには，各 (ω_1, ω_2) がどの方向の周波数成分グループに属するかを指定する必要がある．このグループを指定する際，DFT では取りうる周波数成分は量子化されているため，各方向のグループ間で要素が重複する場合がある．提案手法では，基底がグループ間で重複した場合，その基底を複製して該当するグループに割り振ることで表現行列 $\boldsymbol{A}$ を構築する．そのため，通常の DFT 基底では $N = M$ となるが，提案手法では $N < M$ となる．

3.3 Shearlet によるグループスパース表現

本節では，文献 [10] で EPI のスパース表現を効率的に行うために用いられた，shearlet [9] を用いた光線空間のグループスパースコーディングを検討する．Shearlet [9] は，ウェーブレット変換を基に，せん断変形を用いて周波数成分を方向別に扱えるよう拡張した手法であり，実際に shearlet が扱う周波数と空間領域の例を図 3 に示す．

Shearlet の基底関数 $\psi_{i,k,\boldsymbol{m}}$ は mother shearlet ψ から，スケーリング，せん断，シフトを行うことで以下のように与えられる．



(a) Frequency domain　(b) Spatial domain

図 3: Shearlet が扱う周波数領域と空間領域

Fig. 3 Examples of frequency and spatial domain supported by shearlet.

$$\psi_{i,k,\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{p}) = \psi(D_i^{-1} S_{s_{i,k}}^{-1}(\boldsymbol{p} - \boldsymbol{m})) \quad (7)$$

ここで，$i, k, \boldsymbol{m}$ はそれぞれスケーリング，せん断，シフトのパラメータ，$s_{i,k} = k2^{-i}$ であり，i_{max} をスケール方向の分割数，Ω を $\boldsymbol{x}$ のドメインとすると，$i = \{0, \ldots, i_{max} - 1\}$，$-2^i \leq k \leq 2^i, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{m} \in \Omega$ である．また，$D_i = \begin{pmatrix} 4^{-i} & 0 \\ 0 & 2^{-i} \end{pmatrix}$，$S_{s_{i,k}} = \begin{pmatrix} 1 & k2^{-i} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ である．ただし，mother shearlet ψ はフーリエ変換領域において，次のように定義される．

$$\hat{\psi}(\boldsymbol{\omega}) = \hat{\psi}_1(\omega_1)\hat{\psi}_2(\frac{\omega_2}{\omega_1}) \quad (8)$$

なお，$\hat{\psi}, \hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2$ は DFT 領域での関数であり，ψ_1 は一般に Meyer ウェーブレット，ψ_2 は隆起関数が用いられる [9]．したがって，各 $i, k, \boldsymbol{m}$ に対する信号 $\boldsymbol{x}$ の shearlet 変換は，一般に以下の式によって行われる．

$$\mathcal{SH}(\boldsymbol{x})(i, k, \boldsymbol{m}) = \sum_{x_1=0}^{N_1-1} \sum_{x_2=0}^{N_2-1} x(x_1, x_2)\psi_{i,k,\boldsymbol{m}}(x_1, x_2) \quad (9)$$

ただし，shearlet 変換において $i = 0$ のとき，つまり低周波領域については，方向の分割は行われない．

Shearlet 変換係数は，DFT 係数とは異なり DFT 領域においてせん断変形量 k に基づき，どの係数がどの方向の周波数グループに属するかが既に定義されている．そのため，shearlet 変換係数のスパース性を考えていた従来研究 [10] でも，潜在的に一定のグループスパース性が考慮されていた．我々は，光線空間の直線構造の性質に基づき，shearlet 変換係数の各グループに対して，グループスパースモデルを明示的に適用する．これにより，光線空間がもつグループスパース性を明確に用いることができ，直線構造を効率的に記述できる．

また，shearlet 変換行列について考える．処理対象の信号のサンプル数が N，周波数成分を c 分割する場合，shearlet 変換行列は $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{cN \times N}$ と表現できる．そのため，信号 $\boldsymbol{x}$ に対応する shearlet 変換係数は $\mathcal{S}\boldsymbol{x}$ で表される．文献 [12], [13] において，shearlet 変換ではパーセバルの等

式が成り立つことが示されており，$||\mathcal{S}\boldsymbol{x}||_2^2 = ||\boldsymbol{x}||_2^2$ および $\mathcal{S}^T\mathcal{S} = I$ が成り立つ．そのため，shearlet の逆変換行列 $\mathcal{S}^*$ は $\mathcal{S}^* = \mathcal{S}^T$ を満たし，$\boldsymbol{A} = \mathcal{S}^T$ とみなせる．

4. 最適化計算

本稿では，式（2）や（3）で表される最小化問題がどう解けるかについて議論する．まず始めに，最小化しなければならないエネルギー関数 E を次式で定義する．

$$E(\boldsymbol{z}) = L(\boldsymbol{z}) + h(\boldsymbol{z}) \tag{10}$$

ただし，本稿では，$L(\boldsymbol{z}) = ||\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z}||_2^2$，$h(\boldsymbol{z}) = \lambda||\boldsymbol{z}||_1^1$ もしくは $h(\boldsymbol{z}) = \lambda||\boldsymbol{z}||_1^1 + \eta||\boldsymbol{z}||_{\mathcal{G}}$ とする．ここで，$L(\boldsymbol{x})$ は凸かつ 2 階微分可能な関数であるため，Majorization-Minimization アルゴリズム [14] により，ある $\boldsymbol{z}^t$ における $E(\boldsymbol{z})$ の上界を次のように与えられる．

$$\begin{aligned} E(\boldsymbol{z}) &\le L(\boldsymbol{z}^t) + \nabla L(\boldsymbol{z}^t)(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}^t) + \frac{1}{2\rho}||\boldsymbol{z} - \boldsymbol{z}^t||_2^2 + h(\boldsymbol{z}) \\ &= \frac{1}{2\rho}\Big|\Big|\boldsymbol{z} - (\boldsymbol{z}^t - \rho\nabla L(\boldsymbol{z}^t))\Big|\Big|_2^2 + h(\boldsymbol{z}) + C \end{aligned} \tag{11}$$

なお，C は定数であり，ρ は $||\boldsymbol{z} - (\boldsymbol{z}^t - \rho\nabla L(\boldsymbol{z}^t))||_2^2$ を最小にする定数である．式（11）は，$\boldsymbol{z}^t$ が式（10）を最小化する最適な値を取らない限り等号が成り立つことはない．したがって，式（10）は，以下のように $\boldsymbol{z}^t$ を繰り返し更新することで最小化できる．

$$\boldsymbol{z}^{t+1} = \arg\min_{\boldsymbol{z}} \frac{1}{2}\Big|\Big|\boldsymbol{z} - \boldsymbol{w}\Big|\Big|_2^2 + \rho h(\boldsymbol{z}) \tag{12}$$

ただし，$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{z}^t - \rho\nabla L(\boldsymbol{z}^t)$ である．式（12）の形で表される問題は，近接分離最適化問題 [15] と呼ばれ，本稿で扱う関数 h に対して解析的に解くことができる．$h(\boldsymbol{z}) = \lambda||\boldsymbol{z}||_1^1$ のときの式（12）の解は，以下のようになり，

$$\boldsymbol{z}^{t+1} = \mathcal{T}_s(\boldsymbol{w}, \rho\lambda) \tag{13}$$

$$\Big[\mathcal{T}_s(\boldsymbol{w}, \lambda)\Big]_l = \begin{cases} w_l + \lambda, & w_l < -\lambda \\ 0, & -\lambda \le w_l \le \lambda \\ w_l - \lambda, & w_l > \lambda, \end{cases} \tag{14}$$

$h(\boldsymbol{z}) = \lambda||\boldsymbol{z}||_1^1 + \eta||\boldsymbol{z}||_{\mathcal{G}}$ のときの解は以下のようになる．

$$\boldsymbol{z}^{t+1} = \mathcal{T}_+(||\mathcal{T}_s(\boldsymbol{w}, \rho\lambda)||_2^1, \rho\eta)\frac{\mathcal{T}_s(\boldsymbol{w}, \rho\lambda)}{||\mathcal{T}_s(\boldsymbol{w}, \rho\lambda)||_2^1} \tag{15}$$

$$\Big[\mathcal{T}_+(||\boldsymbol{w}||_2^1, \lambda)\Big]_{\boldsymbol{g}_i} = \begin{cases} ||\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{g}_i}||_2^1 - \lambda, & ||\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{g}_i}||_2^1 > \lambda \\ 0, & otherwise, \end{cases} \tag{16}$$

なお，$[\cdots]_l$ および $[\cdots]_{\boldsymbol{g}_i}$ はそれぞれベクトルの l 番目の要素と i 番目のグループの要素を表す．式（13）もしくは（15）の更新を，ある正の定数 ε について $||\boldsymbol{z}^{t+1} - \boldsymbol{z}^t|| \le \varepsilon$ となるまで繰り返すと，式（2）および（3）の解が解析的に得られる．

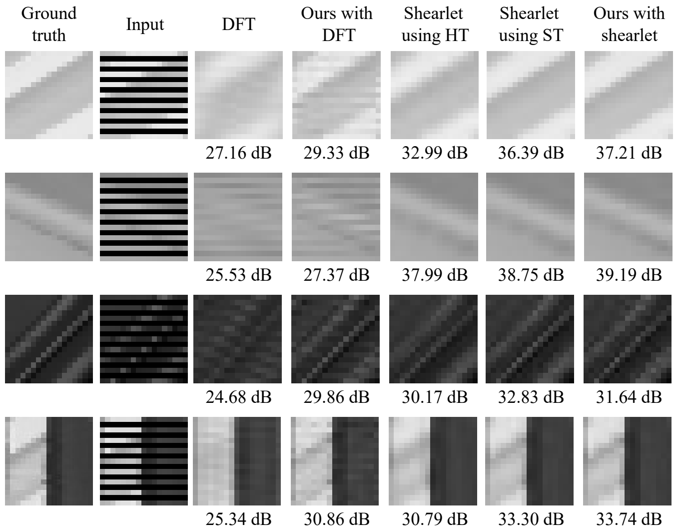


図 4: EPI 補間の結果（HT は hard-thresholding，ST は soft-thresholding を表す．）

Fig. 4 Results of EPI reconstruction. HT and ST represent hard-thresholding and soft-thresholding, respectively.

さらに，shearlet のように順変換と逆変換を行う行列が転置の関係にある場合，$\boldsymbol{w}$ は次のように表すこともできる．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{w} &= \boldsymbol{z}^t - \rho\nabla L(\boldsymbol{z}^t) \\ &= \boldsymbol{z}^t + \rho\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{\Phi}^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{A}\boldsymbol{z}^t) \\ &= \boldsymbol{A}^T(\boldsymbol{x}^t + \rho\boldsymbol{\Phi}^T(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}^t)) \end{aligned} \tag{17}$$

なお，$\boldsymbol{A} = \mathcal{S}^T$ の場合，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T = I$，$\boldsymbol{z}^t = \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{x}^t$ となることを用いた．文献 [10] では，$\boldsymbol{w}$ の表現に式（17）を用いていた．しかし，解の更新は，式（14）で表される soft-thresholding ではなく，経験的に hard-thresholding を用いて行っていた．5 節の実験では，これらの最適化計算の違いからくる処理結果の違いも明らかにする．

5. 実験結果

実験では，光線空間の (x, s) に関する EPI に対して，補間処理とノイズ除去を行うことで手法の性能を検証した．補間処理では，光線空間の方向成分 s を 1 サンプル間隔で間引いた EPI を入力とし，観測行列 Φ は間引きの演算子として用いられる．ノイズ除去では，標準偏差が 20 であるガウシアンノイズを付与した EPI を入力とし，観測行列 Φ は単位行列とした．なお，入力の光線空間は文献 [16] で提供されているもの用い，17×17 の方向解像度をもつため，17×17 のブロック単位（つまり，$N = 17^2$）で EPI で復元処理を行った．提案手法は直線の傾きを $[0, \pi]$ の区間で 16 分割（shearlet では $i_{max} = 2$，$c = 18$）したグループを用い，復元品質は正解画像に対する PSNR 値で評価を行った．実験で使用したパラメータ λ および η は，PSNR 値が最大となったものを使用した．

表 1: 光線空間全体の復元の PSNR 値
Table 1 PSNR accuracy of light field reconstruction.

Dataset	Bunny [16]	Knights [16]	Tarot [16]
Shearlet using HT [10]	41.78 dB	31.97 dB	29.8 dB
Shearlet using ST	43.18 dB	**34.23** dB	**32.87** dB
Ours with shearlet	**43.32** dB	34.01 dB	32.40 dB

5.1 光線空間の補間

図 4 はいくつかの EPI ブロックに対する補間を行ったときの結果であり，左から 1 列目は元の EPI，2 列目は間引いた EPI を表す．まず，DFT 基底を用いたときの結果について議論する．DFT 基底を用いて復元した結果は 3，4 列目であり，3 列目はスパース性のみ，4 列目はグループスパース性も考慮したときの結果を表す．スパース性のみの場合は，各 DFT 基底は各周波数成分を独立に扱うため直線構造を捉えられておらず，間引かれた領域が直線状に滑らかに接続していない．一方で，グループスパース性も考慮することにより，一定の精度で直線構造を捉えることに成功している．この結果から，光線空間においてグループスパース性を考慮することの有効性が確認できる．

Shearlet を用いたときの結果は 5，6，7 列目であり，それぞれ，スパース性のみを考慮して式 (12) の更新を hard-thred-holding (HT) で行った手法 [10]，soft-thredholding (ST) で行った手法，グループスパース性も考慮したときの結果を表す．5，6 列目を比較すると，解析的に導かれる ST を用いて更新を行った方が復元品質が高く，高周波領域で特に改善がみられる．6，7 列目を比較すると，DFT 基底を用いたときと比べて改善の幅が小さく，改善しない場合もある．これは，同一方向の周波数を考えたとき，shearlet はある範囲の周波数を同時に扱うことができるため，一定のグループスパース性を有しているためだと考えられる．

次に，データセット “Knights” [16] に対して補間を行ったときの結果を示す．図 5 は，間引かれたある方向成分について，shearlet を用いた手法 3 種類で復元したときの結果である．ST を用いて式 (2) を解く場合とグループスパース性を考慮した提案手法は，従来手法 [10] と比べるとエッジ付近の領域において改善がみられる．光線空間全体で復元品質を比べた結果については，表 1 に示すように，それらの差が大きいことが確認できる．しかし，ST を用いて最適化計算を行う場合と提案手法の差はほとんどなく，shearlet を用いた光線空間の補間においては，グループスパース性の有効性は薄いと考えられる．

5.2 光線空間のノイズ除去

図 6 において，(a) は図 4 で使用した元の EPI であり，(b) は (a) にノイズを付与した EPI である．(b) を入力として，shearlet 変換係数のスパース性のみを考慮した手法でノイズ除去した結果を (c)，グループスパース性も考慮した提案手法で復元した結果を (d) に示す．これら 2 つの手法を比べると，高周波成分が必要な EPI の場合は，グループスパース性を考慮した方が復元品質は高く，ロバストに直線構造を捉えている．そのため，表 2 に示すように，“Tarot” のような入力の光線空間が高周波領域が比較的多い光線空間の場合は，グループスパース性を考慮することで効果の改善がみられる．

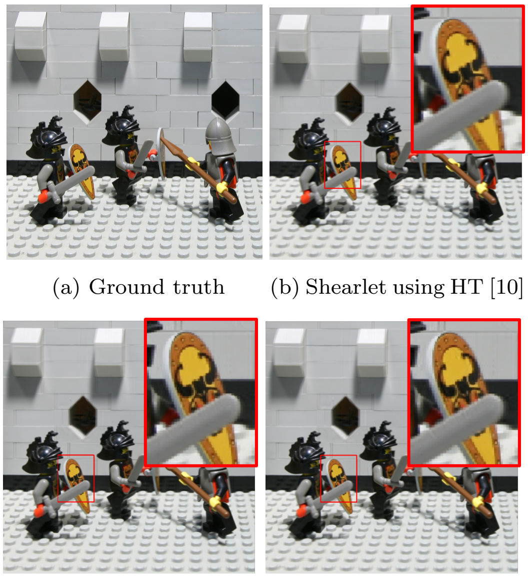

(a) Ground truth (b) Shearlet using HT [10]
(c) Shearlet using ST (d) Ours

図 5: 間引かれた方向成分の画像
Fig. 5 Results of subsampled light field reconstruction.

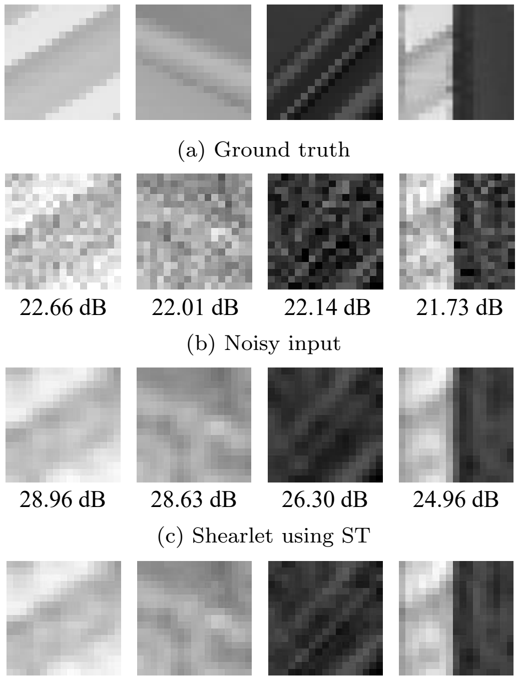

(a) Ground truth
22.66 dB 22.01 dB 22.14 dB 21.73 dB
(b) Noisy input
28.96 dB 28.63 dB 26.30 dB 24.96 dB
(c) Shearlet using ST
28.79 dB 28.53 dB 27.20 dB 26.73 dB
(d) Ours with shearlet

図 6: EPI ノイズ除去の結果
Fig. 6 Results of EPI denoising.

表 2: 光線空間のノイズ除去の PSNR 値
Table 2 PSNR accuracy of light field denoising.

Dataset	Bunny [16]	Knights [16]	Tarot [16]
Input	22.11 dB	22.11 dB	22.10 dB
Shearlet using ST	**29.43** dB	28.01 dB	27.09 dB
Ours with shearlet	29.24 dB	**28.21** dB	**27.93** dB

6. まとめ

本稿では，光線空間がもつ直線構造に着目したグループスパースコーディングを提案した．具体的には，離散フーリエ変換（DFT）と shearlet 変換の 2 つの変換手法を用い，それぞれの変換係数に対して新たにグループスパース性を導入した．グループスパース性を導入することで，各周波数成分を独立に扱う DFT 基底を用いても，光線空間の直線構造を記述することができた．また，既に各方向の周波数成分単位でグループ性を考慮している shearlet [9] を用いる場合でも，グループスパース性を明示的に考慮することで，ノイズのある信号に対してロバストに光線空間を記述できることを示した．さらに，従来提案されていた shearlet を用いたスパース表現 [10] の最適化計算は経験的に行われていたため，性能が最適ではなかった．しかし，本稿では，最適化計算を解析的に行うことで，shearlet を用いた光線空間の記述がより効率的となった．

参考文献

[1] 藤井俊彰: 3 次元統合画像符号化の基礎検討, PhD Thesis, 東京大学工学系研究科 (1995).
[2] Ng, R.: Fourier Slice Photography, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 24, No. 3, pp. 735–744 (2005).
[3] Tanimoto, M.: Overview of Free Viewpoint Television, *Signal Processing: Image Communication*, Vol. 21, No. 6, pp. 454–461 (2006).
[4] Wetzstein, G., Lanman, D., Hirsch, M. and Raskar, R.: Tensor Displays: Compressive Light Field Synthesis using Multilayer Displays with Directional Backlighting, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 31, No. 4, pp. 1–11 (2012).
[5] Raytrix: https://www.raytrix.de/.
[6] Lytro: https://www.lytro.jp/.
[7] Marwah, K., Wetzstein, G., Bando, Y. and Raskar, R.: Compressive Light Field Photography using Overcomplete Dictionaries and Optimized Projections, *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 32, No. 4, pp. 1–12 (2013).
[8] Miyagi, Y., Takahashi, K., Tehrani, M. P. and Fujii, T.: Reconstruction of Compressively Sampled Light Fields using a Weighted 4D-DCT Basis, *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pp. 502–506 (2015).
[9] Kutyniok, G. and Labate, D.: *Shearlets: Multiscale Analysis for Multivariate Data*, Birkhäuser Basel (2012).
[10] Vagharshakyan, S., Bregovic, R. and Gotchev, A.: Image Based Rendering Technique via Sparse Representation in Shearlet Domain, *IEEE International Conference on Image Processing (ICIP)*, pp. 1379–1383 (2015).
[11] Simon, N., Friedman, J., Hastie, T. and Tibshirani, R.: A Sparse-Group Lasso, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 22, No. 2, pp. 231–245 (2013).
[12] Guo, K., Kutyniok, G. and Labate, D.: Sparse Multidimensional Representations using Anisotropic Dilation and Shear Operators, *Wavelets and Splines: Athens 2005*, Nashboro Press, pp. 189–201 (2006).
[13] Genzel, M. and Kutyniok, G.: Asymptotic Analysis of Inpainting via Universal Shearlet Systems, *SIAM Journal on Imaging Sciences*, Vol. 7, No. 4, pp. 2301–2339 (2014).
[14] Hunter, D. R. and Lange, K.: A Tutorial on MM Algorithms, *The American Statistician*, Vol. 58, No. 1, pp. 30–37 (2004).
[15] Parikh, N. and Boyd, S.: Proximal Algorithms, *Foundations and Trends in Optimization*, Vol. 1, No. 3, pp. 123–231 (2013).
[16] Vaish, V. and Adams, A.: The (new) stanford light field archive, http://lightfield.stanford.edu (2008).