

## 合成フィルタリング関数の性質について

澤井里枝<sup>†</sup> 塚本昌彦<sup>†</sup>  
寺田 努<sup>††</sup> 西尾 章治郎<sup>†</sup>

近年、さまざまな放送型サービスの普及により、情報フィルタリング技術に対する要求が高まっている。これまで提案されてきたフィルタリングはそれぞれ独自の手法を用いているが、それらを定性的に表現する数学的基盤が存在しなかったため、フィルタリングの定性的な評価や最適化、宣言的なフィルタリング言語の設計などができないという問題があった。このような背景から、筆者らはこれまでフィルタリングを関数として表すフィルタリング関数を定義し、さまざまなフィルタリングの性質を明らかにしてきた。一般に、実際のフィルタリングは複数の手法を組み合わせることで実現されるものが多く存在する。本稿では、フィルタリング関数の体系に合成の概念を導入することで、そのようなフィルタリングを定性的に表現することを目的とする。さらに、合成フィルタリング関数の性質を調べることで、複雑なフィルタリング手法の特性を明らかにする。

### On Properties of Composite Filtering Functions

RIE SAWAI,<sup>†</sup> MASAHIKO TSUKAMOTO,<sup>†</sup> TSUTOMU TERADA<sup>††</sup>  
and SHOJIRO NISHIO<sup>†</sup>

In recent years, due to the popularization of various broadcast services, there is an increasing demand for information filtering techniques. Although filtering methods that have been proposed filter data in their own ways, mathematical representation of these methods does not exist. Consequently, it is not possible to qualitatively evaluate various filtering methods, to optimize processing methods in filtering, or to design a declarative language for filtering processes. Therefore, in our previous work, we have defined filtering function that represents filtering as a function, and clarified properties of different filtering. However, it is not considered the fact that current filtering methods consist of multiple methods in practice. Therefore, in this paper, by introducing the concept of composition into the framework of filtering function, we make it possible to qualitatively represent those filtering methods. Moreover, we reveal the characteristics of those combined filtering methods by clarifying the properties of composite filtering functions.

#### 1. はじめに

近年、新たなCS放送の開始、BS放送や地上波放送のデジタル化により、多数の放送型サービスが提供されるようになった<sup>5),7),9)</sup>。このような環境では、放送されるデータ量は膨大になり、内容も多岐にわたるため、その中からユーザが必要とする情報を探し出すことは非常に困難となる。そこで、ユーザの嗜好に合わせて自動的に受信データの取捨選択を行うため、さまざまなフィルタリング機構や、フィルタリングのためのユーザ要求記述言語が提案されている<sup>1),6),10)</sup>。しか

し、これまで提案されてきたフィルタリングは、キーワードマッチングやベクトル演算など、それぞれさまざまな手法を用いているにもかかわらず、数学的基盤がなかったため、フィルタリングの性質の定性的な評価や処理方法の最適化、宣言的なフィルタリング言語の設計などができなかった。そこで、筆者らはこれまでにフィルタリングを関数として表すフィルタリング関数を定義し、フィルタリングの性質をフィルタリング関数が満たす条件によって定性的に表現する手法を提案した<sup>11),12)</sup>。さらに、フィルタリング関数が満たす性質の相互関係を示すことで、さまざまなフィルタリング手法の性質間の関係を明らかにしてきた。

筆者らのこれまでの研究<sup>11),12)</sup>では、特定の性質を満たす単一のフィルタリング関数によって表されるフィルタリングを取り扱っているが、実際のフィルタリングは、複数の手法を組み合わせることで一般的

<sup>†</sup> 大阪大学大学院情報科学研究科  
Graduate School of Information Science and Technology,  
Osaka University

<sup>††</sup> 大阪大学サイバーメディアセンター  
Cybermedia Center, Osaka University

である．そこで本稿では，複数の手法を組み合わせたフィルタリングの特性を明確にするために，フィルタリング関数の合成関数の性質を明らかにすることを目的とする．フィルタリング関数の体系に合成の概念を導入することで，実際に運用されている複雑なフィルタリングを定性的に表現できる．また，合成関数の相互関係を明らかにすることで，ある性質を満たすフィルタリングが別の性質を満たすかどうか判断でき，環境に応じたより効率的な処理方法への変換が可能となる．

以下，2章でフィルタリング関数の概要を述べ，3章でフィルタリング関数を合成した関数がフィルタリング関数であるための条件について論じる．4章では，さまざまな性質を満たすフィルタリングの組合せについて，合成関数の性質を明らかにする．5章で，明らかとなった合成関数の性質から実際のフィルタリングや関連研究について考察し，6章でまとめを行う．

## 2. フィルタリング関数

本章では，本研究の基盤となるフィルタリング関数の概要について述べる．まずフィルタリングの処理方法をいくつかのパターンに分類し，フィルタリングを関数の形で表現するフィルタリング関数の定義について述べる．また，分類したフィルタリングの性質をフィルタリング関数が満たす制約条件として定義する．

### 2.1 フィルタリング処理の分類

あるフィルタリング手法が与えられたとき，実際の処理方法は以下に示すいくつかのパターンに分類できる．

放送データを受信側にある程度ためておいてから一括してフィルタリングする処理方法を一括処理と呼ぶ．それに対し，データアイテムを受信するたびに受信データと前回までのフィルタリング結果を合わせてフィルタリングする処理方法を逐次処理と呼ぶ．また，データ集合を2つ以上の任意の集合に分割して各々フィルタリングし，結果をマージしたものをフィルタリング結果とする処理方法を分配処理と呼ぶ．さらに，分配処理の結果を再びフィルタリングする処理方法を並列処理と呼ぶ．

### 2.2 フィルタリング関数の性質

データアイテムの集合を  $T$  とする．フィルタリング関数とは，任意の  $T \subset T$  に対し，以下の2つの条件を満たす  $2^T$  上の関数  $f$  のことをいう<sup>11),12)</sup>．

減少性 (D: Decreasing)

$$f(T) \subset T$$

ベキ等性 (ID: Idempotent)

$$f(f(T)) = f(T)$$

また，フィルタリング関数について以下のような性質が定義されている．

逐次増加性 (SI: Sequential Increasing)

$$f(S \cup T) \subset f(S \cup f(T))$$

逐次減少性 (SD: Sequential Decreasing)

$$f(S \cup T) \supset f(S \cup f(T))$$

分配増加性 (DI: Distributed Increasing)

$$f(S \cup T) \subset f(S) \cup f(T)$$

分配減少性 (DD: Distributed Decreasing)

$$f(S \cup T) \supset f(S) \cup f(T)$$

並列増加性 (PI: Parallel Increasing)

$$f(S \cup T) \subset f(f(S) \cup f(T))$$

並列減少性 (PD: Parallel Decreasing)

$$f(S \cup T) \supset f(f(S) \cup f(T))$$

単調性 (M: Monotone)

$$S \subset T \text{ ならば } f(S) \subset f(T)$$

一貫性 (C: Consistency)

$$f(S) \supset f(S \cup T) \cap S$$

ここで， $S, T$  は  $T$  の任意の部分集合とする．

これまでに筆者らは，これらの性質間に図1に示すような相互関係があることを明らかにした．図1の矢印は包含関係を表し，包含関係が必ずしも成り立たないものには“×”を付す．たとえば，“M,DD” — “SD”間の矢印は，単調性M（またはMと同値である分配減少性DD）を満たすフィルタリング関数は逐次減少性SDも満たすが，逐次減少性SDを満たすフィルタリング関数は単調性M（および分配減少性DD）を必ずしも満たさないことを表す．また，“M, DD”のように，1つの楕円内に列記した性質は同値であることを示す．さらに，異なる性質を囲った角丸四角の枠は枠内の性質をすべて満たす性質を表し，並列減少性PD

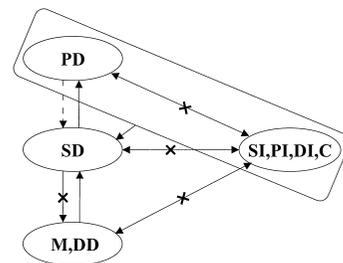


図1 性質間関係

Fig. 1 The relationship between the properties of filtering function.

本稿では  $A \subset B$  は  $A$  が  $B$  の部分集合である ( $A = B$  の場合を含む) ことを意味するものとする．

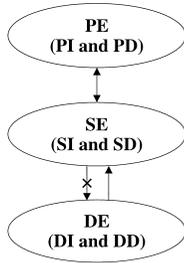


図2 等価性間の関係

Fig. 2 The relationship between the equivalence properties.

かつ逐次増加性 SI を満たすフィルタリング関数は逐次減少性 SD も満たすことを表す。ただし、並列減少性 PD を満たすフィルタリング関数が逐次減少性 SD を満たすかどうかは現在のところまだ明らかとなっていないため点線で示している。

ここで、逐次増加性かつ逐次減少性を満たす性質を逐次等価性 (SE: Sequential Equivalence) と呼び、逐次等価性を満たすフィルタリングは一括処理と逐次処理の結果が等価となることを意味する。同様に、分配増加性かつ分配減少性を満たす性質を分配等価性 (DE: Distributed Equivalence) と呼び、分配等価性を満たすフィルタリングは一括処理と分配処理の結果が等価となることを意味する。さらに、並列増加性かつ並列減少性を満たす性質を並列等価性 (PE: Parallel Equivalence) と呼び、並列等価性を満たすフィルタリングは一括処理と並列処理の結果が等価となることを意味する。

図1に示す性質間の関係から、これらの等価性間の関係は図2に示すようになる。図2より、一括処理と分配処理の結果が等価であるフィルタリングは、逐次処理や並列処理の結果とも等価となることが分かる。また、一括処理と逐次処理の結果が等価であるフィルタリングは、並列処理の結果とも等価となり、一括処理と並列処理の結果が等価であるフィルタリングは、逐次処理の結果とも等価となる。図1、図2に示す性質間の関係より、ある性質を満たすフィルタリングが他の性質を満たすかどうか判断でき、環境に応じてより効率的な処理方法に変換できる。

### 3. フィルタリング関数の合成

一般に、実際のフィルタリングは、複数の手法を組み合わせる。そこで本稿では、前章で述べたフィルタリング関数の合成について考える。本章では、合成した関数がフィルタリング関数であるための条件を示す。

表1 ベキ等性を満たさない合成関数

Table 1 A composite function that does not satisfy the idempotent property.

| $x$        | $f(x)$  | $g(x)$     | $f(g(x))$ |
|------------|---------|------------|-----------|
| $\phi$     | $\phi$  | $\phi$     | $\phi$    |
| $\{a\}$    | $\{a\}$ | $\phi$     | $\phi$    |
| $\{b\}$    | $\{b\}$ | $\{b\}$    | $\{b\}$   |
| $\{a, b\}$ | $\{a\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a\}$   |

一般に関数  $f: D_2 \rightarrow D_3, g: D_1 \rightarrow D_2$  に対し、 $h(x) = f(g(x))$  で定められる関数  $h: D_1 \rightarrow D_3$  をつくることが  $f$  と  $g$  との合成といい、 $h = f \circ g$  と表す。 $h$  を  $f$  と  $g$  の合成関数という。また、 $f: D_2 \rightarrow D_3$  のとき  $Im(f) \triangleq \{f(X) | X \in D_2\}$  を  $f$  の値域と呼ぶ。

フィルタリング関数の合成関数は必ずしもフィルタリング関数にならない。表1に合成関数がベキ等性を満たさないフィルタリング関数の例を示す。

フィルタリング関数  $f, g$  に対して、 $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であるとは、合成関数  $f \circ g$  がフィルタリング関数であることをいう。一般に、 $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であることと  $g$  が  $f$  にフィルタリング合成可能であることは一致するとはかぎらない。たとえば、表1の  $f, g$  で前者は成り立たないが後者は成り立つ。また、 $f$  が  $g$  不変であるとは、任意の  $X \in Im(f \circ g)$  に対して  $f(X) = g(X)$  が成立することをいう。このとき以下の定理が成り立つ。

定理1 フィルタリング関数  $f, g$  に対して、 $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であることと  $f$  が  $g$  不変であることは同値である。

《 証明 》

( $\Rightarrow$ )  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であるとき、ある  $X_0 \subset \mathbf{T}, Y_0 = f(g(X_0))$  に対して

$$f(Y_0) \neq g(Y_0) \tag{1}$$

と仮定する。このとき、

$$Y_0 = f(Y_0) \text{ かつ } Y_0 = g(Y_0) \tag{2}$$

が成立すると、 $f(Y_0) = g(Y_0)$  となり、式(1)と矛盾するため、

$$Y_0 \neq f(Y_0), Y_0 \neq g(Y_0) \tag{3}$$

の少なくとも一方を満たす。したがって、以下のような場合分けができる。

i)  $Y_0 \neq f(Y_0), Y_0 = g(Y_0)$  のとき。

$Y_0 \neq f(Y_0)$  に  $Y_0 = g(Y_0)$  を代入して、

$$Y_0 \neq f(g(Y_0)) \tag{4}$$

となる。さらに  $Y_0 = f(g(X_0))$  を代入して、

$$f(g(X_0)) \neq f(g(f(g(X_0)))) \tag{5}$$

が導き出される。

ii)  $Y_0 = f(Y_0), Y_0 \neq g(Y_0)$  のとき。

$f, g$  が減少性を満たすことから,

$$Y_0 \neq g(Y_0) \supset f(g(Y_0)) \quad (6)$$

を満たす. したがって,

$$Y_0 \neq f(g(Y_0)) \quad (7)$$

となり,  $Y_0 = f(g(X_0))$  を代入して,

$$f(g(X_0)) \neq f(g(f(g(X_0)))) \quad (8)$$

が導き出される.

iii)  $Y_0 \neq f(Y_0), Y_0 \neq g(Y_0)$  のとき.

ii) と同様に

$$f(g(X_0)) \neq f(g(f(g(X_0)))) \quad (9)$$

が導き出される.

すべての場合において  $f \circ g$  のベキ等性が満たされないので,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であることに反する. ゆえに, 式 (1) の仮定は成立せず,  $f$  が  $g$  不変であることがいえる.

( $\Leftarrow$ ) まず, 任意の  $Y \in \text{Im}(f \circ g)$  に対して  $f(Y) = g(Y)$  ならば

$$Y = f(Y) = g(Y) \quad (10)$$

であることを示す. ある  $X_0 \subset \mathbf{T}, Y_0 = f(g(X_0))$  に対して

$$Y_0 \neq f(Y_0) = g(Y_0) \quad (11)$$

と仮定すると, 左辺と中辺に  $Y_0 = f(g(X_0))$  を代入して

$$f(g(X_0)) \neq f(f(g(X_0))) \quad (12)$$

となる. これは  $f$  のベキ等性を満たさないので,  $f$  がフィルタリング関数であることに反する. したがって式 (10) が成立する.

任意の  $Y \in \text{Im}(f \circ g)$  に対して  $Y = f(Y) = g(Y)$  ならば  $Y = f(g(Y))$  となるので,  $Y = f(g(X))$  より  $f(g(X)) = f(g(f(g(X))))$  が成立する. ゆえに, 合成関数  $f \circ g$  はベキ等性を満たす. また,  $f, g$  の減少性から  $Y \supset g(Y) \supset f(g(Y))$  となるので,  $f \circ g$  は減少性も満たす.  $\square$

ある性質を満たすフィルタリング関数がフィルタリング合成可能であるかについて以下の定理が成り立つ.

**定理 2** フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $g$  が逐次増加性 (またはそれと等価な並列増加性, 分配増加性, 一貫性) を満たすならば,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能である.

$\ll$  証明  $\gg$   $g$  が一貫性を満たすときを考える. 任意の  $S \subset \mathbf{T}$  に対して  $X = g(S), Y = f(X)$  とすると,

$$g(X) = g(g(S)) = g(S) = X \quad (\cdot: \text{ID}) \quad (13)$$

$$f(Y) = f(f(X)) = f(X) = Y \quad (\cdot: \text{ID}) \quad (14)$$

となる.  $f, g$  の減少性より,  $S, X, Y$  は  $S \supset X \supset Y$  を満たすので,

$$\begin{aligned} g(Y) &\supset g(Y \cup S) \cap Y \quad (\cdot: \text{C}) \\ &= g(S) \cap Y \quad (\cdot: S \supset Y) \\ &= X \cap Y \quad (\cdot: X = g(S)) \\ &= Y \quad (\cdot: X \supset Y) \end{aligned} \quad (15)$$

が成立する. また, 減少性より  $g(Y) \subset Y$  なので, 式 (15) より  $g(Y) = Y$  が導かれる. したがって, 式 (14) より  $f(Y) = g(Y)$ .  $f$  が  $g$  不変であることが示されたので, 定理 1 より  $f$  は  $g$  にフィルタリング合成可能である.  $\square$

逆が成り立たないことは容易に確かめられる.

フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $g$  が逐次増加性 (または並列増加性, 分配増加性, 一貫性) を満たさない関数であるとき,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であるかは, 定理 1 より  $f$  が  $g$  不変であるかどうかを調べればよい.

#### 4. 合成関数の性質

本章では, 2.2 節に述べた性質を満たすフィルタリング関数のさまざまな組合せについて, 合成関数の性質を明らかにする. 以下, 4.1 節では, 増加性または減少性を満たすフィルタリング関数の組合せについて, 4.2 節では, 等価性を満たすフィルタリング関数の組合せについてそれぞれ論じる.

##### 4.1 増加性または減少性を満たすフィルタリング関数の合成

2.2 節に示した等価性以外の性質のうち, 図 1 に示したように単調性 M, 逐次増加性 SI, 逐次減少性 SD, 並列減少性 PD の 4 つの性質が同値ではない. 本節では, これらの同値ではない性質のすべての組合せについて合成関数を考え, それらの性質を明らかにするため, 以下の補題を示す. 補題の証明は付録に示す.

**補題 1** フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f, g$  が M を満たすならば,  $f \circ g$  は M, SD, PD を満たす.  $\square$

**補題 2** フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が M,  $g$  が SI を満たすとき,  $f \circ g$  で M を満たさないもの, および SI を満たさないものが存在する.  $\square$

**補題 3** フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が M,  $g$  が SD を満たすとき,  $f \circ g$  で M を満たさないもの, および SD を満たさないものが存在する.  $\square$

**補題 4** フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が M,  $g$  が PD を満たすとき,  $f \circ g$  で M を満たさないもの, および PD を満たさないものが存在する.  $\square$

**補題 5** フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が

表2 増加性または減少性を満たすフィルタリング関数の合成

Table 2 The properties of composite filtering functions  $f \circ g$  for  $f, g$  that satisfy the increasing or decreasing properties.

| $f \setminus g$ | M   | SI  | SD  | PD  |
|-----------------|---|---|---|---|
| M               | M, SD, PD, $\neg$ SI                      | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD |
| SI              | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD |
| SD              | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD |
| PD              | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD | $\neg$ M, $\neg$ SI, $\neg$ SD, $\neg$ PD |

$g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が SI,  $g$  が M を満たすとき,  $f \circ g$  で SI を満たさないもの, および M を満たさないものが存在する. □

補題 6 フィルタリング関数  $f, g$  が SI を満たすとき,  $f \circ g$  で SI を満たさないものが存在する. □

補題 7 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が SI,  $g$  が SD を満たすとき,  $f \circ g$  で SI を満たさないもの, および SD を満たさないものが存在する. □

補題 8 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が SI,  $g$  が PD を満たすとき,  $f \circ g$  で SI を満たさないもの, および PD を満たさないものが存在する. □

補題 9 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が SD,  $g$  が M を満たすとき,  $f \circ g$  で SD を満たさないもの, および M を満たさないものが存在する. □

補題 10 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が SD,  $g$  が SI を満たすとき,  $f \circ g$  で SD を満たさないもの, および SI を満たさないものが存在する. □

補題 11 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f, g$  が SD を満たすとき,  $f \circ g$  で SD を満たさないものが存在する. □

補題 12 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が SD,  $g$  が PD を満たすとき,  $f \circ g$  で SD を満たさないもの, および PD を満たさないものが存在する. □

補題 13 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が PD,  $g$  が M を満たすとき,  $f \circ g$  で PD を満たさないもの, および M を満たさないものが存在する. □

補題 14 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が PD,  $g$  が SI を満たすとき,  $f \circ g$  で PD を満たさないもの, および SI を満たさないものが存在する. □

補題 15 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f$  が PD,  $g$  が SD を満たすとき,  $f \circ g$  で PD を満たさないもの, および SD を満たさないものが存在する. □

よび SD を満たさないものが存在する. □

補題 16 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であり,  $f, g$  が PD を満たすとき,  $f \circ g$  で PD を満たさないものが存在する. □

関数  $f, g$  がともに単調性を満たす場合を除き,  $f \circ g$  がもとの関数  $f, g$  の性質以外の性質を必ずしも満たさないことは, 簡単な反例により示すことができるため省略する. 以上の補題により, 合成関数  $f \circ g$  が本稿で扱う増加性や減少性を満たすかどうかを示された. 表 2 に, 増加性または減少性を満たすフィルタリング関数のすべての組合せについて, 合成関数の性質をまとめる. 表 2 中の各要素は  $f, g$  がそれぞれ行, 列の性質を持ち,  $f$  が  $g$  にフィルタリング合成可能であるとき, 合成関数  $f \circ g$  が満たす性質を表す. また, “ $\neg$ ” はその性質を必ずしも満たさないことを表す. 表 2 より, 単調性を満たすフィルタリング関数どうしを合成したときのみ単調性 M (および単調性を包含する逐次減少性 SD, 並列減少性 PD) を満たすことが分かる. 一方, それ以外の性質を満たすフィルタリング関数を合成した場合は, 本稿で扱う性質を必ずしも満たさない.

4.2 等価性を満たすフィルタリング関数の合成

前節では, 増加性または減少性のみを満たすフィルタリング関数について論じたが, 本節では, 分配等価性 DE, 逐次等価性 SE, 並列等価性 PE を満たすフィルタリング関数を合成した場合の性質を明らかにする.

等価性を満たすフィルタリング関数の合成について補題を以下に示す. ただし, 補題 18, 補題 21, 補題 22 の証明は付録に示す.

補題 17 フィルタリング関数  $f, g$  に対して,  $f, g$  が分配等価性を満たすならば,  $f \circ g$  は分配等価性, 逐次等価性, 並列等価性を満たす.

<< 証明 >> 分配等価性を満たす  $f, g$  に対して

$$f(g(S \cup T)) = f(g(S)) \cup f(g(T)) \quad (16)$$

を示せばよい. 文献 13) より

$$\begin{aligned} \exists X, \forall S, f(S) &= S \cap X \\ \iff \forall S, \forall T, f(S \cup T) &= f(S) \cup f(T), \\ \exists Y, \forall S, g(S) &= S \cap Y \\ \iff \forall S, \forall T, g(S \cup T) &= g(S) \cup g(T) \end{aligned}$$

が成立するので、 $X = f(\mathbf{T})$ ,  $Y = g(\mathbf{T})$  とすると、任意の  $A \subset \mathbf{T}$  について  $f(A) = A \cap X$ ,  $g(A) = A \cap Y$  とおける。これにより、式 (16) の左右の辺はそれぞれ

$$\begin{aligned} f(g(S \cup T)) &= f((S \cup T) \cap Y) \\ &= f((S \cap Y) \cup (T \cap Y)) \\ &= ((S \cap Y) \cup (T \cap Y)) \cap X \\ &= (S \cap Y \cap X) \cup (T \cap Y \cap X), \quad (17) \\ f(g(S)) \cup f(g(T)) &= f(S \cap Y) \cup f(T \cap Y) \\ &= (S \cap Y \cap X) \cup (T \cap Y \cap X) \quad (18) \end{aligned}$$

となる。したがって式 (17), (18) より

$$f(g(S \cup T)) = f(g(S)) \cup f(g(T))$$

が成立する。さらに、図 2 より、 $f \circ g$  は逐次等価性と並列等価性も満たす。□

補題 18 フィルタリング関数  $f, g$  に対して、 $f$  が分配等価性、 $g$  が逐次等価性または並列等価性を満たすとき、 $f \circ g$  で分配等価性を満たさないもの、および逐次等価性、並列等価性を満たさないものが存在する。□

補題 19 フィルタリング関数  $f, g$  に対して、 $f$  が逐次等価性または並列等価性、 $g$  が分配等価性を満たすならば、 $f \circ g$  は逐次等価性と並列等価性を満たす。◀ 証明 ▶ 図 2 より逐次等価性と並列等価性が同値であるので、逐次等価性を満たす  $f$ 、分配等価性を満たす  $g$  に対して

$$f(g(S \cup T)) = f(g(S \cup f(g(T)))) \quad (19)$$

を示せばよい。文献 13) より

$$\begin{aligned} \exists X, \forall S, g(S) &= S \cap X \\ \iff \forall S, \forall T, g(S \cup T) &= g(S) \cup g(T) \end{aligned}$$

が成立するので、 $X = g(\mathbf{T})$  とすると、任意の  $A \subset \mathbf{T}$  について  $g(A) = A \cap X$  とおける。式 (19) の左右の辺はそれぞれ

$$\begin{aligned} f(g(S \cup T)) &= f((S \cup T) \cap X) \\ &= f((S \cap X) \cup (T \cap X)) \\ &= f((S \cap X) \cup f(T \cap X)), \quad (20) \\ f(g(S \cup f(g(T)))) &= f((S \cup f(T \cap X)) \cap X) \\ &= f((S \cap X) \cup (f(T \cap X) \cap X)) \quad (21) \end{aligned}$$

となる。ここで次の補題が成立することを示す。

補題 20 任意の集合  $T, X$  に対して、

表 3 等価性を満たすフィルタリング関数の合成

Table 3 The properties of composite filtering functions  $f \circ g$  for  $f, g$  that satisfy the equivalence properties.

| $f \setminus g$ | DE                | SE, PE                          |
|-----------------|-------------------|---------------------------------|
| DE              | DE, SE, PE        | $\neg$ DE, $\neg$ SE, $\neg$ PE |
| SE, PE          | SE, PE, $\neg$ DE | $\neg$ DE, $\neg$ SE, $\neg$ PE |

$f(T \cap X) = f(T \cap X) \cap X$  が成立する。

◀ 証明 ▶

i)  $f(T \cap X) \supset f(T \cap X) \cap X$  であることは自明。

ii)  $f(T \cap X) \subset f(T \cap X) \cap X$  を示す。 $f$  が減少性を満たすことから、

$$f(T \cap X) \subset T \cap X \subset X$$

が成立する。したがって、任意の  $x \in f(T \cap X)$  に対して、 $x \in X$  が満たされるため、 $x \in f(T \cap X) \cap X$  が成り立つ。すなわち、

$$f(T \cap X) \subset f(T \cap X) \cap X$$

が導き出される。

i), ii) より題意は示された。□

ゆえに、(21) は

$$\begin{aligned} f(g(S \cup f(g(T)))) &= f((S \cap X) \cup f(T \cap X)) \quad (22) \end{aligned}$$

となる。したがって式 (20), (22) より

$$f(g(S \cup T)) = f(g(S \cup f(g(T))))$$

が導かれる。□

補題 21 フィルタリング関数  $f, g$  に対して、 $f$  が逐次等価性または並列等価性、 $g$  が分配等価性を満たすとき、 $f \circ g$  で分配等価性を満たさないものが存在する。□

補題 22 フィルタリング関数  $f, g$  が逐次等価性または並列等価性を満たすとき、 $f \circ g$  で分配等価性を満たさないもの、および逐次等価性を満たさないもの、並列等価性を満たさないものが存在する。□

以上の補題から、等価性を満たすフィルタリング関数のすべての組合せについて、合成関数の性質を表 3 にまとめる。表 3 より、分配等価性を満たすフィルタリング関数 ( $g$ ) を適用した後は、分配等価性、逐次等価性、並列等価性のいずれの性質を満たすフィルタリング関数を適用した場合でも、後に適用したフィルタリング関数 ( $f$ ) の等価性を満たすことが示された。

## 5. 考 察

本章では、実際に用いられているいくつかのフィルタリング手法を取り上げ、本稿で述べた合成関数に適

用した場合の性質について議論する。

### 5.1 合成したフィルタリングの性質

キーワードマッチングや有効期限によるフィルタリングなど、データごとに取捨選択を決定するフィルタリングは、一緒にフィルタリングするデータアイテム間の相関性を考慮しないため、分配等価性(単調性かつ一貫性)を満たす<sup>11),12)</sup>。したがって、一括処理、分配処理、逐次処理、並列処理の結果がすべて等価となる。また、4.2節の結果から、このようなフィルタリングどうしを合成したフィルタリングも分配等価性を満たすため、合成前と同様、すべての処理方法によるフィルタリング結果が等しくなる。

一方、一緒にフィルタリングするデータアイテム間の相関性を考慮することで、各データの評価を変えるフィルタリング手法がある。このような手法は、たとえば連載放送や分割データのように複数のデータが一緒になることで評価を上げる手法と、天気予報や番組表など更新データの到着により更新前のデータの評価を下げる手法の2種類に分類できる。前者は単調性、逐次減少性、並列減少性を満たし、一貫性を必ずしも満たさないため、一括処理の結果と、分配処理、逐次処理、並列処理の結果が必ずしも等しくならない。後者は一貫性、逐次減少性、並列減少性を満たし、単調性を必ずしも満たさないため、一括処理、逐次処理、並列処理の結果が等価となる<sup>12)</sup>。4.1節より、単調性を満たすフィルタリングどうしを組み合わせただけの場合のみ、合成したフィルタリングは単調性を満たすが、単調性以外の性質を満たすフィルタリングは、どのような組合せで合成しても、本研究で扱う性質を必ずしも満たさないことが分かった。ゆえに、特定のデータが揃うことで評価を上げる手法どうしを組み合わせただけの場合、合成したフィルタリングも単調性、逐次減少性、並列減少性を満たすが、一貫性を必ずしも満たさないため、合成前と同様に、各処理方法によるフィルタリング結果が等価となることを保証できない。それに対して、特定のデータが揃うことで評価を下げる手法どうしを組み合わせただけの場合や、両者の手法を組み合わせただけの場合は、いずれも2.2節に述べた性質を満たすとは限らないため、合成前とは異なり、処理方法を変更すると一貫したフィルタリング結果が得られない。

さらに、蓄積するデータ容量に制限を設け、制限を超えたとき、重要度が最も低いデータを一度にすべて削除するフィルタリングの場合、複数のデータと一緒に処理すると制限を超え、分けて処理すると制限を超えない可能性があるため、一括処理では蓄積されず、逐次処理や分配処理、並列処理では蓄積されるデータ

が存在する。ゆえに、このようなフィルタリングは、分配増加性を満たすが分配減少性や逐次減少性、並列減少性は必ずしも満たさないため、一括処理、分配処理、逐次処理、並列処理の結果が等しくなるとは限らない<sup>11),12)</sup>。表2、表3より、このような性質を持つフィルタリングと上記のいずれの手法を組み合わせても、本稿で扱う性質を必ずしも満たさないため、処理方法の等価変換ができないことが分かった。

### 5.2 関連研究への適用

文献2)では、tf-idf手法をベースに他の検索手法やフィルタリング手法を取り入れることで、処理に要する計算時間やメモリ量を抑え、スループットやスケラビリティを向上させるための手法を提案している。文献2)で提案されている手法は、データ間の相関性を考慮せず、データごとに計算した評価値が閾値を超えれば蓄積するため、分配等価性(単調性かつ一貫性)を満たす。したがって、一括処理、分配処理、逐次処理、並列処理の結果がすべて等価となる。同様に、tf-idf手法と閾値を用いたフィルタリングとして、USENETニュースに適用するSIFT<sup>15)</sup>やWebページを推薦するWebMate<sup>4)</sup>などある。さらに、文献3)では、閾値の設定が精度や再現率へ与える影響について検証し、適切な閾値を自動的に決定するアルゴリズムを提案している。

これらのフィルタリングを組み合わせる場合、閾値を低く設定したフィルタリングで前処理を行ってから、次元の高いベクトル演算を行うフィルタリングで正確な結果を出す、といったように、tf-idf手法の閾値設定やベクトル表現が異なるフィルタリングを組み合わせることで、より処理コストの低い手法が実現できる。ここで、上記のフィルタリングはすべて分配等価性を満たすため、本稿の結果から、どのような組合せで合成しても、合成前と同様に分配等価性を満たす。すなわち、一括処理と分配処理、逐次処理、並列処理の結果がすべて等価となることから、受信機の数や処理能力、ネットワークの帯域など環境に応じて処理方法を変換することで、処理コストを軽減できる。

ProfBuilder<sup>14)</sup>は、コンテンツによるフィルタリングをオプションとして選択すると、ユーザのプロファイルに応じたランキングを提示する。文献13)より、ランキングによるフィルタリングは逐次等価性を満たすことが明らかになっているため、プロファイルが変更されないかぎり、ProfBuilderは逐次等価性を満たす。ゆえに、ProfBuilderでは、一括処理と逐次処理、並列処理の結果が等価となる。しかし、表3より、ProfBuilderのような性質を満たすフィルタリングど

うしを組み合わせると、合成前とは異なり、いずれの等価性も必ずしも満たさないことが示されたため、分配処理や逐次処理、並列処理の結果と一括処理の結果が等価となることを保証できない。つまり、フィルタリング結果の等価性を維持しながら処理方法を変換できないため、実装の段階でフィルタリング環境を十分調査し、最適な処理方法を選択しておく必要がある。一方、表3より、分配等価性を満たすフィルタリングの後に ProfBuilder を組み合わせると、逐次等価性と並列等価性を満たすため、合成前と同様に、一括処理、逐次処理、並列処理の結果が等価となる。したがって、つねにランキングを最新の状態にしておきたい場合は逐次処理、ネットワークの使用可能帯域や受信機の処理能力が小さい場合は並列処理、といったように状況に応じて処理方法を変換しても一貫したフィルタリング結果を保証できる。

放送データをフィルタリングする手法に AIS (Active Information Store<sup>8)</sup>)がある。AISは、まず受信したデータをキーワードマッチングによって絞り込み、その後、特定のデータが揃うことで評価を下げる手法によって蓄積するデータを決定する。前の処理はデータごとに取捨選択を決定するので分配等価性を満たし、後の処理は逐次等価性を満たす。したがって、AISは分配等価性を満たすフィルタリングの後に逐次等価性を満たすフィルタリングを組み合わせたフィルタリングと見なすことができ、AIS単体で本稿で構築した枠組みに適用できる。表3より、AISは逐次等価性や並列等価性を満たすため、一括処理、逐次処理、並列処理の結果が等価となる。そこで、データがある程度たまってから処理することで受信機の負荷を軽減できる。また、複数の放送チャンネルから同時にデータを受信する場合やネットワークの帯域が混んでいる場合は、並列処理へと等価変換することでネットワークの負荷を分散できる。

## 6. おわりに

本稿では、フィルタリング関数の合成関数がフィルタリング関数であるための条件を示し、さまざまな性質を満たすフィルタリング関数を合成したときの性質を明らかにした。フィルタリング関数の体系に合成の概念を導入したことで、複数の手法を組み合わせた複雑なフィルタリングを定性的に表現することが可能となった。また、実際のフィルタリングをその性質によって分類し、等価変換が可能な処理方法について述べた。本稿で示した体系を実際のフィルタリングに適用することで、環境に応じてより効率的な処理方法を実現で

きる。

今後の課題は以下のようなものがあげられる。

- 合成関数への条件の付加  
本稿で論じたほとんどの合成関数は、必ずしも本稿で扱う性質を満たさないことから、実際のフィルタリングを組み合わせる場合に注意が必要である。しかし、フィルタリング関数を合成する際、特定の制約条件を追加し、もとのフィルタリング関数が満たす性質の範囲を狭くすることで、合成関数はいくつかの性質を満たす可能性がある。
- 新たな性質の導入  
実際のフィルタリングには、時間とともにフィルタリングのポリシーが変化する手法のように、本稿で扱う性質のみでは表現できない手法が存在する。また、分配処理と並列処理に関する性質は、受信データを2つのデータ集合に分割するものとして表現しているが、3つ以上のデータ集合に分割する処理方法も考えられる。したがって、あらゆるフィルタリングを表現するために、新たな性質を導入する。
- 合成関数の構成要素ごとの処理方法変換  
本稿では、1回のフィルタリング処理で、合成関数を構成する各手法に別々の処理方法を適用することは考えていなかったが、たとえばAISを構成するキーワードマッチングの部分は分配等価性を満たすため、一括処理、分配処理、逐次処理、並列処理の間で自由に処理方法を等価変換できる。しかし、前の手法を分配処理、後の手法を並列処理で実行すると、分配処理において各受信機のフィルタリング結果をマージする処理が無駄となる。そこで、合成関数を構成する各手法の処理方法を変換する場合の考察を行う。

謝辞 本研究は、文部科学省振興調整費任期付研究者支援「情報フィルタリングの数学的基盤の確立」、および文部科学省21世紀COEプログラム(研究拠点形成費補助金)、文部科学省振興調整費「モバイル環境向P2P型情報共有基盤の確立」の研究助成によるものである。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) Belkin, N.J. and Croft, W.B.: Information filtering and information retrieval: two sides of the same coin?, *Comm. ACM*, Vol.35, No.12, pp.29-38 (1992).
- 2) Bell, T.A.H. and Moffat, A.: The design of a high performance information filtering system, *Proc. SIGIR '96*, pp.12-20 (1996).

- 3) Callan, J.: Learning while filtering documents, *Proc. SIGIR '98*, pp.224–231 (1998).
- 4) Chen, L. and Sycara, K.: WebMate: a personal agent for browsing and searching, *Proc. 2nd International Conference on Autonomous Agents*, pp.132–139 (1998).
- 5) 衛星放送協会ホームページ .  
http://www.eiseihoso.org/
- 6) 森田昌宏：情報フィルタリングに関する研究動向, JAIST Research Report, IS-RR-93-9I, 北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科 (1993).
- 7) 西 正, 野村敦子：多チャンネル放送の衝撃, 中央経済社 (1997).
- 8) Sanguantrakul, S., Terada, T., Tsukamoto, M., Nishio, S., Miura, K., Matsuura, S. and Imanaka, T.: A user customized selection and categorization for broadcast data, *Proc. 1999 IEEE International Workshops on Multimedia Network Systems (MMNS)*, pp.596–601 (1999).
- 9) Satellite Magazine.  
http://www.satemaga.co.jp/
- 10) 澤井里枝, 寺田 努, 塚本昌彦, 西尾章治郎：フィルタリング SQL：フィルタリングのためのユーザ要求記述言語, 電子情報通信学会第 11 回データ工学ワークショップ ( DEWS2000 ) 論文集 ( CD-ROM ) (2000).
- 11) Sawai, R., Tsukamoto, M., Loh, Y.H., Terada, T. and Nishio, S.: Functional properties of information filtering, *Proc. 27th International Conference on Very Large Data Bases (VLDB2001)*, pp.511–520 (2001).
- 12) 澤井里枝, 塚本昌彦, 寺田 努, Loh Yin Huei, 西尾章治郎：情報フィルタリングの関数的性質について, 電子情報通信学会論文誌 D-I, Vol.J85-D-I, No.10, pp.939–950 (2002).
- 13) 澤井里枝, 塚本昌彦, 寺田 努, 西尾章治郎：フィルタリング関数におけるセレクションとランキングについて, 情報処理学会論文誌：データベース, Vol.43, No.SIG12(TOD16), pp.80–91 (2002).
- 14) Wasfi, A.M.A.: Collecting user access patterns for building user profiles and collaborative filtering, *Proc. 1999 International Conference on Intelligent User Interfaces*, pp.57–64 (1999).
- 15) Yan, T.W. and Garcia-Molina, H.: The SIFT information dissemination system, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol.24, No.4, pp.529–565 (1999).

## 付録 補題の証明

≪ 補題 1 の証明 ≫  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}, S \supset T$  ならば  $f(S) \supset f(T), g(S) \supset g(T)$ . ゆえに  $f(g(S)) \supset f(g(T))$ . さらに, 図 1 より,  $f \circ g$  は SD, PD を満

表 4 反例 1

Table 4 Counter example 1.

| $x$        | $f(x)$  | $g(x)$  | $f(g(x))$ |
|------------|---------|---------|-----------|
| $\phi$     | $\phi$  | $\phi$  | $\phi$    |
| $\{a\}$    | $\phi$  | $\{a\}$ | $\phi$    |
| $\{b\}$    | $\{b\}$ | $\{b\}$ | $\{b\}$   |
| $\{a, b\}$ | $\{b\}$ | $\{a\}$ | $\phi$    |

表 5 反例 2

Table 5 Counter example 2.

| $x$        | $f(x)$     | $g(x)$     | $f(g(x))$  |
|------------|------------|------------|------------|
| $\phi$     | $\phi$     | $\phi$     | $\phi$     |
| $\{a\}$    | $\phi$     | $\{a\}$    | $\phi$     |
| $\{b\}$    | $\{b\}$    | $\{b\}$    | $\{b\}$    |
| $\{a, b\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a, b\}$ |

表 6 反例 3

Table 6 Counter example 3.

| $x$        | $f(x)$     | $g(x)$     | $f(g(x))$  |
|------------|------------|------------|------------|
| $\phi$     | $\phi$     | $\phi$     | $\phi$     |
| $\{a\}$    | $\{a\}$    | $\phi$     | $\phi$     |
| $\{b\}$    | $\{b\}$    | $\{b\}$    | $\{b\}$    |
| $\{a, b\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a, b\}$ |

たす. □

≪ 補題 2 の証明 ≫  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表 4 に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は M,  $g$  は SI を満たすが,  $S = \{a, b\}, T = \{b\}$  のとき  $f(g(S)) \supset f(g(T))$  を満たさない.

また, 表 5 に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は M,  $g$  は SI を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき  $f(g(S \cup T)) \subset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

≪ 補題 3 の証明 ≫  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表 4 に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は M,  $g$  は SD を満たすが,  $S = \{a, b\}, T = \{b\}$  のとき  $f(g(S)) \supset f(g(T))$  を満たさない.

また,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

≪ 補題 4 の証明 ≫ 省略 (補題 3 と同様に証明できる). □

≪ 補題 5 の証明 ≫  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表 6 に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SI,  $g$  は M を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \subset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない.

また, 表 7 に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SI,  $g$  は M を満たすが,  $S = \{a, b\}, T = \{b\}$  のとき  $f(g(S)) \supset f(g(T))$  を満たさない. □

表7 反例4

Table 7 Counter example 4.

| $x$        | $f(x)$  | $g(x)$     | $f(g(x))$ |
|------------|---------|------------|-----------|
| $\phi$     | $\phi$  | $\phi$     | $\phi$    |
| $\{a\}$    | $\{a\}$ | $\{a\}$    | $\{a\}$   |
| $\{b\}$    | $\{b\}$ | $\{b\}$    | $\{b\}$   |
| $\{a, b\}$ | $\{a\}$ | $\{a, b\}$ | $\{a\}$   |

表8 反例5

Table 8 Counter example 5.

| $x$           | $f(x)$     | $g(x)$     | $f(g(x))$  |
|---------------|------------|------------|------------|
| $\phi$        | $\phi$     | $\phi$     | $\phi$     |
| $\{a\}$       | $\{a\}$    | $\{a\}$    | $\{a\}$    |
| $\{b\}$       | $\{b\}$    | $\{b\}$    | $\{b\}$    |
| $\{c\}$       | $\{c\}$    | $\{c\}$    | $\{c\}$    |
| $\{a, b\}$    | $\{a, b\}$ | $\phi$     | $\phi$     |
| $\{a, c\}$    | $\{a\}$    | $\{a, c\}$ | $\{a\}$    |
| $\{b, c\}$    | $\{b, c\}$ | $\{b, c\}$ | $\{b, c\}$ |
| $\{a, b, c\}$ | $\{a, b\}$ | $\{c\}$    | $\{c\}$    |

表9 反例6

Table 9 Counter example 6.

| $x$           | $f(x)$     | $g(x)$        | $f(g(x))$  |
|---------------|------------|---------------|------------|
| $\phi$        | $\phi$     | $\phi$        | $\phi$     |
| $\{a\}$       | $\{a\}$    | $\{a\}$       | $\{a\}$    |
| $\{b\}$       | $\{b\}$    | $\phi$        | $\phi$     |
| $\{c\}$       | $\{c\}$    | $\{c\}$       | $\{c\}$    |
| $\{a, b\}$    | $\{a, b\}$ | $\{a\}$       | $\{a\}$    |
| $\{a, c\}$    | $\{a, c\}$ | $\{a, c\}$    | $\{a, c\}$ |
| $\{b, c\}$    | $\{b, c\}$ | $\{b, c\}$    | $\{b, c\}$ |
| $\{a, b, c\}$ | $\{b, c\}$ | $\{a, b, c\}$ | $\{b, c\}$ |

◀ 補題6の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b, c\}$  とする. 表8に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f, g$  は SI を満たすが,  $S = \{a, b\}, T = \{a, c\}$  のとき  $f(g(S \cup T)) \subset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

◀ 補題7の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表6に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SI,  $g$  は SD を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \subset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない.

また, 表4に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SI,  $g$  は SD を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

◀ 補題8の証明 ▶ 省略(補題7と同様に証明できる). □

◀ 補題9の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b, c\}$  とする. 表9に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SD,  $g$  は M を満たすが,  $S = \{a, c\}, T = \{a, b\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない.

また,  $S = \{a, b, c\}, T = \{a, b\}$  のとき  $f(g(S)) \supset f(g(T))$  を満たさない. □

◀ 補題10の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表4に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SD,  $g$  は SI を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない.

また, 表5に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SD,  $g$  は SI を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \subset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

◀ 補題11の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表4に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f, g$  は SD を満たすが,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

◀ 補題12の証明 ▶ 省略(補題11と同様に証明できる). □

◀ 補題13の証明 ▶ 省略(補題9と同様に証明できる). □

◀ 補題14の証明 ▶ 省略(補題10と同様に証明できる). □

◀ 補題15の証明 ▶ 省略(補題11と同様に証明できる). □

◀ 補題16の証明 ▶ 省略(補題11と同様に証明できる). □

◀ 補題18の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表4に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は DI, DD を満たし,  $g$  は SI, SD, PI, PD を満たす. これに対し,  $S = \{a, b\}, T = \{b\}$  のとき,  $f(g(S)) \supset f(g(T)), S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$ ,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(f(g(S)) \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

◀ 補題21の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表7に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f$  は SI, SD, PI, PD を満たし,  $g$  は DI, DD を満たす. これに対し,  $S = \{a, b\}, T = \{b\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S)) \cup f(g(T))$  を満たさない. □

◀ 補題22の証明 ▶  $\mathbf{T} = \{a, b\}$  とする. 表4に示すフィルタリング関数は  $\forall S, \forall T \subset \mathbf{T}$  に対して,  $f, g$  は SI, SD, PI, PD を満たす. これに対し,  $S = \{b\}, T = \{a\}$  のとき,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(S)) \cup f(g(T)), f(g(S \cup T)) \supset f(g(S \cup f(g(T))))$ ,  $f(g(S \cup T)) \supset f(g(f(g(S)) \cup f(g(T))))$  を満たさない. □

(平成14年10月1日受付)

(平成15年1月8日採録)



澤井 里枝

2000年大阪大学工学部電子情報エネルギー工学科卒業。2002年同大学院工学研究科博士前期課程修了。現在、同大学院情報科学研究科マルチメディア工学専攻博士後期課程に在

学中。



塚本 昌彦 (正会員)

1987年京都大学工学部数理工学科卒業。1989年同大学院工学研究科修士課程修了。同年シャープ(株)に入社、同社研究員。1995年大阪大学大学院工学研究科講師。1996年より同大学院工学研究科助教授、2002年より同大学院情報科学研究科マルチメディア工学専攻助教授、現在に至る。工学博士。モバイルコンピューティング、分散知識ベースシステムの研究開発に従事。ACM, IEEE等7学会各会員。



寺田 努 (正会員)

1997年大阪大学工学部情報システム工学科卒業。1999年同大学院工学研究科博士前期課程修了。2000年同大学院工学研究科博士後期課程退学。同年より大阪大学サイバーメディアセンター助手、現在に至る。2002年より同大学院情報科学研究科マルチメディア工学専攻助手を併任。アクティブデータベース、モバイルコンピューティング、データ放送の研究に従事。



西尾章治郎 (正会員)

1975年京都大学工学部数理工学科卒業。1980年同大学院工学研究科博士課程修了。工学博士。京都大学工学部助手、大阪大学基礎工学部および情報処理教育センター助教授、大阪大学大学院工学研究科情報システム工学専攻教授を経て、2002年より同大学院情報科学研究科マルチメディア工学専攻教授となり、現在に至る。2000年より大阪大学サイバーメディアセンター長を併任。この間、カナダ・ウォータールー大学、ビクトリア大学客員。データベース、知識ベース、分散システムの研究に従事。現在、ACM Trans. on Internet Technology, Data & Knowledge Engineering, DataMining and Knowledge Discovery, The VLDB Journal等の論文誌編集委員。本学会フェロー含め、ACM, IEEE等8学会の会員。