

# “Orbifold Tutte Embeddings”の実装

金井 崇<sup>1,a)</sup>

**概要:** 本論文は、有名な Tutte のパラメータ化を球のトポロジーを持つ形状へ拡張するための一手法で、orbifold (局所的に Euclid 空間を有限群の作用で割ったようなもの) の性質を利用している。ここでは、当該論文の実装について紹介し考察する。

この論文 [1] は、Aigerman らによって提案された大域パラメータ化手法である。特徴としては、

- 球と同相のメッシュ全体にシームレスなパラメータ化を実現 (ただし一部の特異点を除く)
- パラメータ化の計算自体は簡単 (疎の連立一次方程式を 1 回解くのみ)
- 近似的な等角写像 (conformal mapping) を実現可能が挙げられる。

Orbifold とは、円錐特異点を持つ 2 次元平坦曲面のことであり、数学的には、文様群 (Wallpaper Groups), すなわち、対称性に基づく 2 次元内での繰り返しパターンに関する 17 通りの分類として位置づけられる。パラメータ化は以下の手順で行う。

- (1) メッシュ上に数点の円錐特異点を指定 (今回はユーザによる手動指定)。
- (2) 円錐特異点を通じてメッシュをカットし、円盤位相の形状を生成。
- (3) 疎の連立一次方程式を解きパラメータを計算。

実装に関して、今回は球を円盤に展開できる 4 通りのパターンのうち 1 つについて行った。(1) については、画面上で点をピックできる簡単な UI を開発した。(2) については、メッシュ上の 2 点間のエッジの最短経路を計算し、その経路のエッジ群に沿ってカットすることにした。また、メッシュのデータ構造は OpenMesh を、(3) の疎の連立方程式のソルバーには Eigen を利用した。

図 1 に [1] の実装結果を示す。(a) に計算された 2D パラメータ表示を、(b) に 2D パラメータを用いたテクスチャマッピング表示を示す。図のメッシュの頂点数は約 5 万点、面数は約 10 万面である。なお、計算は高速であり、当方の環境 (CPU: Core i7-6700K) では上記の (1)~(3) の手

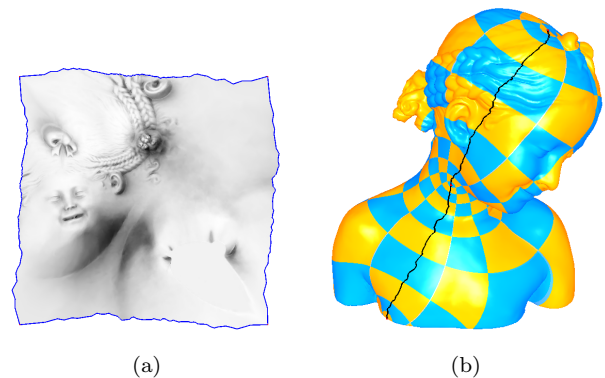


図 1 [1] の実装結果。(a) 2D パラメータ表示。(b) テクスチャマッピング表示。赤点は指定した円錐特異点を、黒線はカットに利用したエッジ上の最短経路を示す。

順をすべて合わせて約 1 秒であった。

図 1(b) により、特異点を除いてシームレスなパラメータ化ができているのが見てとれる。ただし、特異点付近ではテクスチャが縮退表示されており、このような状況を許容するかどうかは、アプリケーションに依存するものと思われる。また、パラメータの品質については、特異点として指定される 3 点をどのように選択するかで決定されてしまうため、調整の自由度がほとんどないことがわかった。この点は、アプリケーションによっては大きな問題になり得る。最後に、シームレスなテクスチャマッピングを実現するためには、そのための特別なテクスチャ画像を用意する必要があることもわかった。

今後は、他の 3 つのパターンについても実装するとともに、ここで得たパラメータを別のアプリケーションで用いることも検討したい。

## 参考文献

[1] Aigerman, N. and Lipman, Y.: Orbifold Tutte Embeddings, *ACM Trans. Graph.*, Vol. 34, No. 6, pp. 190:1–190:12 (online), DOI: 10.1145/2816795.2818099 (2015).

<sup>1</sup> 東京大学大学院情報学環  
〒153-8902 東京都目黒区駒場 3-8-1

<sup>a)</sup> kanait@acm.org