

”Fast Simulation of Mass-Spring Systems” の研究報告

宮川 翔貴^{1,a)}

概要 :

本稿は, SIGGRAPH ASIA 2013 で Liu らによって発表された Fast Simulation of Mass-Spring Systems について理解を深め, 実装することを目標とする. この論文では, 物理シミュレーションの代表的な方法の 1 つであるばね質点系モデルについて着目し, シミュレーションの高速化を行っている. 提案手法である Local/Global な最適化問題への帰着は, 現在よく用いられている手法の一つであるため, これを理解することは今後の研究において非常に有用である. 今回は, 布のモデルに対して提案手法を適用し, 従来手法に対して精度や速度を比較することで有用性を確認する.

1. ばね質点系モデル

物理シミュレーションを行う手法の一つとしてばね質点系モデルがある. ばね質点系モデルとは, 連続体を多数の質点がばねで繋がれた系とみなし, 各ばねによる内力を足し合わせて運動方程式を解くことにより, シミュレーションを行うモデルである. 有限要素法と比べ, 物理的に不正確だが比較的高速にシミュレーションを行うことが出来る. しかし, 実時間動作を行うには依然として計算量が多いためさらなる高速化を目指す.

2. 最適化問題

提案手法として各ばねの方向ベクトル d を新たに導入することにより, 最適化すべき目的関数は以下のように帰着させる.

$$g(x, d) = \frac{1}{2}x^T(M + h^2L)x - h^2x^T Jd + x^T b \quad (1)$$

ここで, M , L , J および b はそれぞれ定数行列と定ベクトルを表すので, 目的関数はばねの位置 x と方向ベクトル d についての関数になる. この関数について, Local ステップと Global ステップに分けて最適化を行う. Local ステップでは位置 x を固定してそれぞれのばねについて方向ベクトル d を最適化する. 一方で Global ステップでは方向ベクトル d を固定して位置 x について最適化を行う. Local ステップと Global ステップを繰り返すことにより, シミュレーションを行うことが出来る.

3. 高速化

シミュレーションを高速化できる理由として式 (1) における行列 L , J をあらかじめ計算することが出来ることにある. 行列 L , J はシステム行列と呼ばれ, ばねの連結性などの構造を表している. したがって, 物体のトポロジーが変化しない限りシステム行列は定数行列である. Global ステップについて, 式 (1) を x について偏微分をする.

$$(M + h^2L)x = h^2Jd - b \quad (2)$$

ここで左辺の係数は定数行列であるので, 事前にコレスキー分解をしておくことが可能である. 以上により運動方程式を解く際に計算量を減らしている.

4. 実装

以上の提案手法を簡単な布モデルに対して実装し, 既存手法の Newton 法と比較することでどの程度高速化されたかについて確認する予定である. また, Local ステップと Global ステップの反復回数を変えることで精度と速度の関係性を確かめる.

参考文献

- [1] Liu, T., Bargteil, A. W., O'Brien, J. F., and Kavan, L.: Fast Simulation of Mass-Spring Systems, ACM Trans. Graph., volume. 32, number 6, pp. 209 (2013).

¹ 早稲田大学 先進理工学部 応用物理学科
〒169-8555 新宿区大久保 3-4-1

^{a)} smygw72@gmail.com