Vol.2016-CVIM-203 No.25
2016/9/5

制約条件付き非線形最小二乗法を用いた三次元実物体の超二次関数推定

八馬　遼[1,a)]　小篠　裕子[1,b)]　斎藤　英雄[1,c)]

概要：
三次元物体形状をパラメトリックに表現する手法として，超二次関数がある．超二次関数は，５つのパラメータからなっており，パラメータを変化させることにより直方体や円柱，球などの様々な基本形状を表現できることが知られている．本稿では実物体を Depth センサーで３次元点群として取得し，その点群から超二次関数のパラメータを推定することで実物体の３次元形状を５つのパラメータで表現した．パラメータの推定には，制約条件付き非線形最小二乗法を用いる．

Superquadrics Estimation of 3D objects with Constraint Nonlinear Least-Squares Method

Ryo Hachiuma[1,a)]　Yuko Ozasa[1,b)]　Hideo Saito[1,c)]

1. はじめに

近年，Microsoft Kinect[10] や Prime Sense などに見られる距離センサの発達に伴い，物体の距離画像を撮影することが容易となった．しかし，距離センサで得られるのは，撮影されたシーンに点在する三次元点群の集合であり，撮影シーン中の物体形状を表現できるわけではない．

三次元点群から，物体をグラフィカルに表現する手法として，超二次関数 [1] がある．超二次関数は二次曲面を拡張した超二次曲面を表現する関数であり，比較的少数のパラメータで様々な形状を表現可能であるという特性を持つ．超二次関数は，その特異的な特性が評価され，1990 年代初頭には活発に議論されていたにも関わらず，現在，その研究は下火となり，現状，活発に議論されているとは言い難い．本研究では，三次元物体の形状を表現する手法としての超二次関数の利用可能性を探り，新しい三次元物体認識に生かすことを目標とする．

1　慶応義塾大学
〒 223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1
a)　ryo-hachiuma@hvrl.ics.keio.ac.jp
b)　yuko-ozasa@keio.jp
c)　hs@keio.jp

三次元物体認識を行う際，FPFH[5] などの特徴量を用いて，三次元物体を記述し識別する論文が多くみられる．本研究では，新しい三次元物体認識の手法として，三次元物体を表現する超二次関数のパラメータを用いて，物体認識を行うことを目標とする．

超二次関数のパラメータを用いて物体を認識するためには，実物体に対して正確に超二次関数のパラメータが推定されていることが望ましい．本論文では，実物体に対してより正確に超二次関数のパラメータを求めるための工夫を提案する．超二次関数により構成される点群は特有の形状をしているため，元の点群との比較が困難であり先行研究では目的関数が収束している様子や元の点群とワイヤフレームで表現された超二次関数を重ねて表示し視覚的にパラメータ推定が行われたことを示していた．しかし，求まったパラメータによって構成される超二次曲面がどれほど元の実物体の三次元点群とずれているかを示す誤差を算出している論文は多くはない．そこで，本論文では，超二次曲面と三次元実物体の点群との誤差を算出し複数の重みづけされた目的関数を用いてその誤差を比較し，考察を行った．

2. 超二次関数を用いた三次元物体表現

超二次曲面を陰関数表現したものを下記に示す.

$$f(x_s, y_s, z_s) = \left\{ \left(\frac{x_s}{a_1}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} + \left(\frac{y_s}{a_2}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_2}} \right\}^{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} + \left(\frac{z_s}{a_3}\right)^{\frac{2}{\varepsilon_1}} = 1 \quad (1)$$

ここで, x_s, y_s, z_s は超二次曲面の表面の点を表す三次元座標, s は超二次関数を中心とした座標系であることを示し, a_1, a_2, a_3 はそれぞれ x, y, z の形状の大きさを表すスケールパラメータ, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は形状の直角具合を表す形状パラメータである. 2つの形状パラメータと3つのスケールパラメータを変化させることで, 超二次関数は立方体, 円柱, 楕円体など様々な形状を表現することが可能となる.

三次元物体を超二次関数を用いてパラメトリックに表現した従来研究をいくつか示す. Zhang らは CAD モデルに対して3次元物体の領域分割を行い物体を複数の超二次関数のパラメータを推定した [9]. 距離画像から超二次関数のパラメータを推定した論文は複数存在する. 例えば, Solina らは距離センサから取得した郵便物の超二次関数パラメータを推定しそのパラメータに基づき郵便物の識別を行った [8]. また, 棚橋らは複数の超二次曲面で構成された形状の距離画像から, その物体を構成する複数の超二次関数のパラメータを推定した [12]. 近年執筆された超二次関数に関する論文も存在し, Duncan らは3次元実物体に対してより高速に超二次関数のパラメータを推定すること目的に掲げている [3].

3. 制約条件付き最小二乗法に基づく超二次関数推定

提案手法の前知識として, 点群から超二次関数パラメータを推定するための考え方である Inside-Outside Function と座標系変換について述べる.

3.1 Inside-Outside Function

Inside-Outside Function とは, ある点について関数のどこにあるか判定するものである. 具体的には, 超二次関数を $f(x, y, z)$ としある点 $\mathrm{P}(x, y, z)$ について $f(x, y, z) > 1$ ならば点 P は超二次関数 $f(x, y, z)$ よりも外側にあることを表し, $f(x, y, z) = 1 \Leftrightarrow f(x, y, z) - 1 = 0$ ならば点 P は超二次曲面上にあることを表し, $f(x, y, z) < 1$ ならば点 P は $f(x, y, z)$ よりも内側にあることを表している.

よって, 点群を構成するすべての点が超二次曲面上に存在するためには,

$$\sum_{i=0}^{n} (f(x_i, y_i, z_i) - 1)^2 = 0 \quad (2)$$

となるようなパラメータを求めればよい. 超二次関数で表現できる CAD モデルに対してパラメータを求めるのであれば, 式2が成立することはありうるが, 実物体に対しては撮影した時のノイズや測定誤差が存在するため式3が成り立つことはない. よって, 実物体に対してパラメータを推定するためには式3の左辺が最小化されるようなパラメータを求めなければならない.

また, 本手法においては式2における重みとして2つの重みを導入した. 1つ目としては, Chevalier らによって提唱された重みで, 異なったスケールの超二次関数でもより安定してパラメータを推定するために各点と超二次曲面の重心とのユークリッド距離 $||OP||$ を重みとした [2].

また、1台の距離センサからは, 物体の部分的な形状しか観測できないことがほとんどである. 未観測部分が多い場合は, 観測データに合致する可能性のある超2次関数パラメータがあいまいになるため, 重みとしてスケールパラメータを表す a_1, a_2, a_3 を乗算し重みとして $\sqrt{a_1 a_2 a_3}$ も導入することで体積が最小となるような超二次関数パラメータを算出する. よって, 最終的な最小化させる目的関数は次式となる.

$$\sum_{i=0}^{n} (\sqrt{a_1 a_2 a_3} ||OP|| (f(x_i, y_i, z_i) - 1))^2 \quad (3)$$

3.2 座標系変換

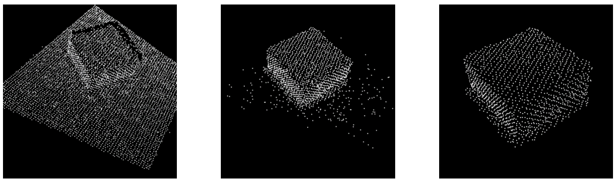
式1で述べたように超二次関数は超二次関数を中心とした座標系を取る. しかし, 実世界の物体を撮影すると物体が世界座標系の中心にあることはない. センサから得られた座標系のまま, 式3を得られた点群を適用しても, 世界座標系中心の超二次関数が推定されるだけである. よって, 超二次関数パラメータを推定する際, 超二次関数のパラメータだけではなく世界座標系から超二次関数を中心とした座標系への座標系変換行列も同時に求めなくてはならない. 世界座標系を $(x_w, y_w, z_w)^T$, 超二次関数を中心とした座標系を $(x_s, y_s, z_s)^T$ とすると二つの座標系の変換式は以下のようになる.

$$\begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{pmatrix} = (R|t) \begin{pmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここで R は回転行列 (ϕ, θ, ψ), t は平行移動 (p_1, p_2, p_3) である. よって実物体に対して式3を適用するためには, 超二次関数パラメータ $(a_1, a_2, a_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ と座標系変換パラメータ $(\phi, \theta, \psi, p_1, p_2, p_3)$ の合計11パラメータが求めるべき変数となる.

3.3 点群前処理

次に, 実際に距離センサを用いて撮影された点群から前処理として物体のみの点群を作成する点群前処理の手法について説明する.



(1) 入力点群　(2) 平面除去後　(3) 孤立点除去後

図 1　物体点群生成

本手法では，物体のみの点群を作成するために，撮影されたシーンの点群に対して二つの処理を施した．物体は床の上においてあるため，まずは床の点群を除去しなくてはならない．よって，RANSAC を用いることで入力点群から平面を検出しその点群を除去する [7]．次に平面除去後の点群にはノイズとして孤立点が存在する．その孤立点を除去するため，ユークリッド距離を用いてある点の近傍に別の点が存在すればそれを一つのまとまりとみなし，近傍点が存在しない，もしくはまとまりに含まれる点の数が一定数以下な点を除去する [6]．この結果を図 1 にまとめる．図 1(3) では，床平面と孤立点が除去された点群が生成されたことが分かる．

3.4　超二次関数パラメータ推定

最小化問題では，求まった解が局所解に陥らないように初期値を正しく定めることが重要となる．本手法では，あらかじめ点群に対して初期変換を行い初期値を設定した．超二次関数の式において，x,y は交換可能で対称なのに対して，z は交換可能ではないため z 軸を正しく定めなくてはならない．

まず，初期変換の回転行列を算出するため，物体の三次元点群の分散共分散行列を求め，その行列の固有ベクトル，固有値を算出する．固有ベクトルはその三次元点群の主成分方向，固有値はその大きさを表している．ここで問題となるのは，どの固有ベクトルが超二次関数の z 軸と対応しているかということである．そのため，本手法では物体は必ず床の上に安定した状態で置いてあるものという制約を用いた．この制約により，床平面の法線ベクトルと物体の z 軸は同じ方向を向いているものとなる．3 つの固有ベクトルと床平面の法線ベクトルの内積を取ることで，両ベクトルのなす角度を求め，角度が最小となるような固有ベクトルと固有値を，z 軸と設定する．残りの 2 つの固有ベクトルと固有値を x,y 軸と設定する．求めた固有ベクトルを x,y,z の順に並べてその逆行列を初期変換の回転行列成分とする．また，物体の重心ベクトルを求めその逆ベクトルを初期変換の平行移動成分とする．これらの初期変換を用いて点群を変換し，変換したものをパラメータの推定に用いる．

次に，初期パラメータを設定する．超二次関数の形状パラメータを表す $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は $\varepsilon_1, \varepsilon_2 < 0.1$ となると，式 1 が数学的に不安定になることが知られている．また $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 2.0$ となると，超二次曲面は二次双曲線的な星状の形状となるが，実世界の物体にそのような形状の物体はほとんど存在しないため，形状パラメータは $0.1 < \varepsilon_1, \varepsilon_2 < 2.0$ の範囲が可動範囲となる．よって，$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ の初期値としては可動範囲の中心である 1.0 とする．また，スケールパラメータ a_1, a_2, a_3 はそれぞれ x,y,z 軸方向の大きさを表すため，初期値としては初期変換の際に求めた固有値を用いる．

本手法では，非線形な最小二乗問題を解く手法として Levenberg-Marquardt アルゴリズム [4] を用いる．Levenberg-Marquardt アルゴリズムは最急降下法とニュートン法を組み合わせた手法とされ，非線形最小二乗問題を解く際の標準的なアルゴリズムである．本手法において，形状パラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は可動範囲を有しており，またスケールパラメータも 0 以下になることはないため，本手法では Levenberg-Marquardt 法に不等式制約を持たせ式 3 を最小化させ，11 個のパラメータを推定する．

4.　実験結果

4.1　パラメータ推定結果

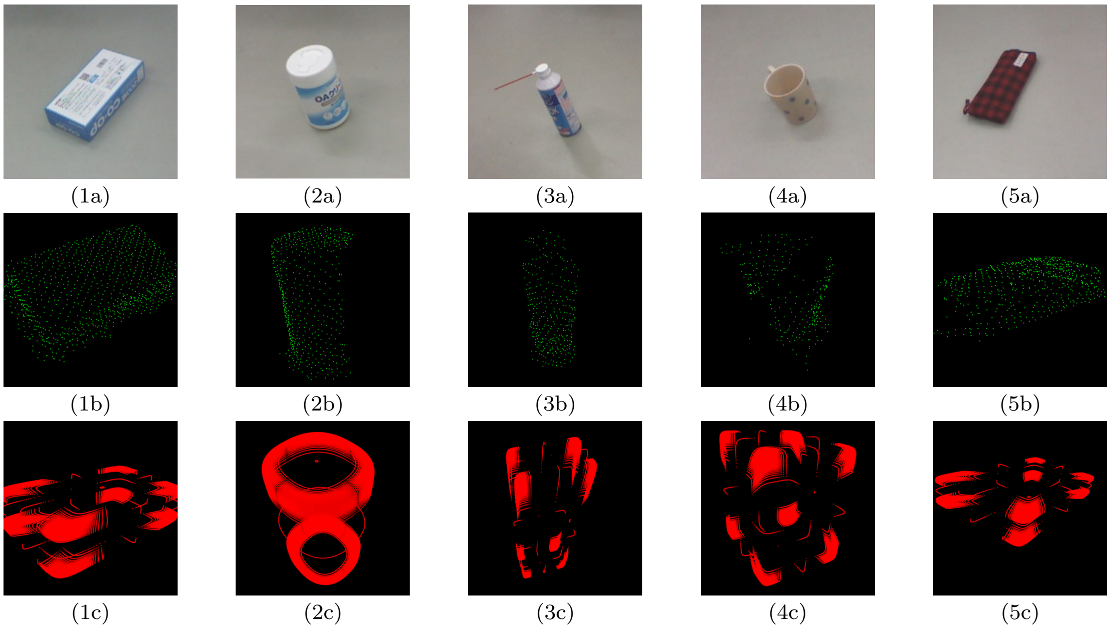
本実験では，5 種類の物体を用いて，パラメータの推定を行った．図 2 に，撮影に用いた物体 (a)，得られた点群に前処理をすることで得られた点群 (b)，その点群の超二次関数パラメータを推定した結果 (c) とその時の超二次関数パラメータを示す．図 2(c) により，物体 2 以外はすべて直方体にフィッティングされていることがわかる．物体 (3),(4) は視覚的には円柱形なのにも関わらず直方体がフィッティングされてしまった原因としては，物体の体積が小さく部分的な点群しか得ることができなかったため，円柱形よりも直方体をフィッティングさせたほうが目的関数が最小化されたものと思われる．

また，本研究の大目標としている超二次関数を用いた三次元物体認識について考える．超二次関数を用いた三次元物体認識では，超二次関数のパラメータを特徴として用いることになる．物体認識の精度は，物体の特性をよくとらえた特徴であるかと，特徴に対して相性のよい識別手法であるかに依存する．

超二次関数のパラメータを特徴として用いることを想定し，考察する．スケールパラメータである a_1, a_2, a_3 の各物体間での相関を見ると，物体間で大きく異なっており，物体の識別において，有効である可能性が見られる．物体形状の尖り度を表す $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は，物体間では大きな値の差はないものの，物体によって大きく形状が異なっていることが分かる．小さな値の違いをうまく識別するような識別手法で物体を識別することが望ましい．

4.2　初期条件の比較

本手法では，最小化させる際の初期条件として，床平面



$$(1)(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = (0.10, 0.18), (a_1, a_2, a_3) = (0.12, 0.07, 0.0.3)$$
$$(2)(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = (0.10, 0.08), (a_1, a_2, a_3) = (0.05, 0.05, 0.09)$$
$$(3)(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = (0.10, 0.10), (a_1, a_2, a_3) = (0.10, 0.02, 0.03)$$
$$(4)(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = (0.12, 0.10), (a_1, a_2, a_3) = (0.05, 0.46, 0.04)$$
$$(5)(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = (0.10, 0.10), (a_1, a_2, a_3) = (0.06, 0.11, 0.02)$$

図 2　5 種類物体とパラメータ推定結果 (a: RGB 画像，b: 入力点群，c: パラメータ推定結果).

の法線ベクトルと点群の固有ベクトルとのなす角を計算し，最も角度が小さいものを物体の z 軸として，スケールパラメータの初期値や初期変換の回転行列を決定した．本節では，初期条件がある場合とない場合の超二次関数の点群と収束の様子を示す．

図 4 に結果を示す．図 4 より，初期条件のある (1) のグラフの方がより早く収束していることが分かる．この図の横軸は反復回数，縦軸は初期の目的関数の式 3 の値と比較した際の値の減少度合を表している．また，図 3 より初期条件の有無に関わらず，最終的な推定されたパラメータが構成する超二次曲面は同じになるものの，初期条件を設定した方がより少ない反復回数で収束していることが分かった．より早く収束するということは，初期条件を設定しない場合に比べて，より最適な初期値を選択できているということを示している．

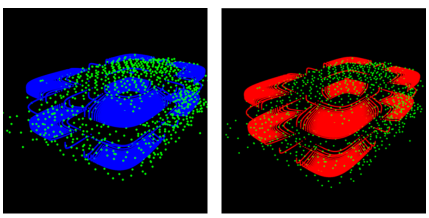


図 3　初期条件の有無による超二次関数のパラメータ推定結果

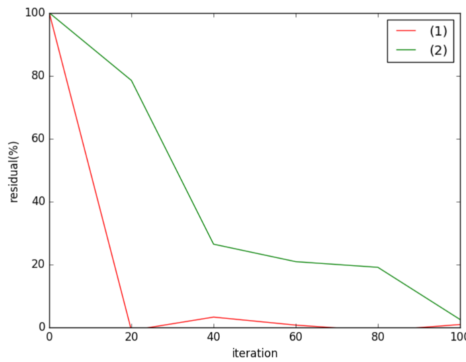


図 4　収束の割合 ((1):初期条件あり, (2):初期条件なし)

4.3　パラメータの定量的評価

次に，推定されたパラメータを用いて構成される超二次曲面が元の物体の 3 次元点群とどれほど「ずれているか」を表す誤差を定義し，パラメータ推定における目的関数の重み $w(x, y, z) = ||OP||$ を変えて実験を行う．誤差は 2 つの距離を計算し，その距離を足し合わせることにより定義した． 2 つの距離の定義を下に述べる．

dist1:　物体の各点において超二次関数の点群の最近傍点を見つけその距離を全点で求めた時の平均

dist2:　超二次関数の各点において物体の点群の最近傍点を見つけその距離を全点で求めた時の平均

本実験の結果を表 1 に示す．本実験では，3 種類の重み $w(x, y, z)$ で，比較を行った．表中の $(a), (b), (c)$ は，以下

Vol.2016-CVIM-203 No.25
2016/9/5

表 1 物体の点群と超二次関数の点群との誤差

	(1)	(2)	(3)
dist1	1.961	1.859	1.885
dist2	4.078	4.359	4.352
sum	6.040	6.218	6.237

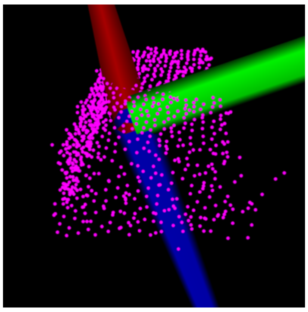


図 5 前処理，初期変換後の点群例

の重みを示す．

$$(a) : w(x, y, z) = 1.0$$

$$(b) : w(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$(c) : w(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

表 1 より，超二次関数の点群と物体の点群の誤差は，(a) の重みにした場合が一番少なくなった．今回，目的関数において，推定の精度を向上させるために重みを付加したが，結果として，重み付けによる効果は見られなかった．理由としては，点群の前処理としてクラスタリングを行い孤立点が除去され，さらに，最適化を行う前の初期変換で物体を座標の原点中心に移動させた (図 5) ことによって，原点との距離 OP が各点に対してそこまで差異が出ず，重みに 1 を与えるのとほぼ同義になってしまったことが考えられる．

5. まとめ

本研究では，超二次関数推定により得られたパラメータを特徴として用いる予定である．今後，超二次関数のパラメータを特徴として三次元物体認識に用いる手法を提案し超二次関数から得られたパラメータの特性に合った，識別手法の選定，提案を行う予定である．

また，Chevalier らにより定義された重みを導入することにより，より正確に超二次関数のパラメータを推定することを試み，またその推定されたパラメータに対して定量的な評価を行ったところ重みを均一にした結果とほぼ同等の誤差となった．今回のように超二次関数のパラメータ推定を非線形最小二乗問題として解く際には，推定されたパラメータが局所解に陥っている可能性もある．そこで，より計算量は必要とされる可能性はあるが，大域的に解を探索する手法である遺伝的アルゴリズムを用いる [11]，または非線形最小二乗法と組み合わせることも今後は検討する．そして，超二次関数を用いた物体認識において提案手法の有効性を評価することを今後の予定とする．

謝辞 本研究は，JST，CREST の支援を受けたものである．

参考文献

[1] Barr, A. H.: Superquadrics and angle-preserving transformations, *IEEE Computer graphics and Applications*, Vol. 1, No. 1, pp. 11–23 (1981).

[2] Chevalier, L., Jaillet, F. and Baskurt, A.: Segmentation and Superquadric Modeling of 3D Objects, *WSCG* (2003).

[3] Duncan, K., Sarkar, S., Alqasemi, R. and Dubey, R.: Multi-scale superquadric fitting for efficient shape and pose recovery of unknown objects, *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, IEEE, pp. 4238–4243 (2013).

[4] Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. and Vetterling, W. T.: Numerical recipes: the art of scientific computing, *Cambridge U. Press, Cambridge, MA* (1986).

[5] Rusu, R. B., Blodow, N. and Beetz, M.: Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration, *Robotics and Automation, 2009. ICRA'09. IEEE International Conference on*, IEEE, pp. 3212–3217 (2009).

[6] Rusu, R. B. and Cousins, S.: 3d is here: Point cloud library (pcl), *Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE International Conference on*, IEEE, pp. 1–4 (2011).

[7] Schnabel, R., Wahl, R. and Klein, R.: Efficient RANSAC for point-cloud shape detection, *Computer graphics forum*, Vol. 26, No. 2, Wiley Online Library, pp. 214–226 (2007).

[8] Solina, F. and Bajcsy, R.: Range image interpretation of mail pieces with superquadrics, *Proceedings of the sixth National conference on Artificial intelligence-Volume 2*, AAAI Press, pp. 733–737 (1987).

[9] Zhang, Y., Koschan, A. and Abidi, M. A.: Superquadrics-based 3D object representation of automotive parts utilizing part decomposition, *Quality Control by Artificial Vision*, International Society for Optics and Photonics, pp. 241–251 (2003).

[10] Zhang, Z.: Microsoft kinect sensor and its effect, *IEEE multimedia*, Vol. 19, No. 2, pp. 4–10 (2012).

[11] 綱島宣浩，斎藤英雄：遺伝的アルゴリズムを用いた濃淡画像からの超 2 次関数のパラメータ推定，電子情報通信学会技術研究報告. PRU, パターン認識・理解， Vol. 94, No. 51, pp. 1–8 (1994).

[12] 棚橋英樹，山本和彦，加藤邦人：GA を用いた距離画像からの複数の超 2 次曲面形状を持った物体の再構成，電気学会論文誌 D (産業応用部門誌)， Vol. 119, No. 1, pp. 44–49 (1999).