

4次元時空間の可視化による3次元運動の理解

酒井 幸仁[†] 橋本 周司^{††}

[†] 早稲田大学大学院理工学研究科物理学及応用物理学専攻 ^{††} 早稲田大学理工学部応用物理学科

1 はじめに

時間は、過去から現在、そして未来へと連続的な方向性をもっている。時間と空間の両方を併せもった世界は、時空間と呼ばれている。空間の3次元に時間の1次元を加えた4次元情報を表現するには、通常、3次元空間に時間変化する3次元情報を描画する手法や、3次元時空間に3次元空間の2次元情報に時間を付加して提示する手法が用いられ、我々の住むこの世界で4次元時空間および4次元情報を表現する限り1次元縮退せざるを得ない。時間は、3次元空間の3次元情報に変化を生じさせる重要なファクターであるため、形状の変化等を見通しよく把握するには、3次元空間と時間を統一的に提示できることが望ましい。ここでいう4次元時空間とは、4次元ユークリッド空間を意味し、3次元空間と時間の4軸は互いに直交している。

これまでに報告されている4次元時空間の可視化は、4次元時空間での回転操作により、対象となる4次元情報を色々な方向からみることを目的としており、4次元時空間を自由に移動することはできない[1]。また、4次元情報を任意の超平面(4次元時空間の部分空間)でスライスする手法も提案されているが、4次元時空間で2次元平面を時間方向に移動させながら各時間の3次元情報を切り出し、それらを積み重ねて提示しているに過ぎない[2]。

我々は、4次元時空間を自由に移動して、3次元物体に時間を付加した4次元物体および時間の存在を視認するための環境を構築した[3]。これにより、3次元空間と時間の情報を十分に活かして、3次元空間での運動および3次元物体の時間変化、3次元空間で時間変動するベクトル量の観察が容易となる。ここでは、3次元運動の4次元時空間での可視化について述べる。

2 4次元時空間の提示方法

3次元空間で時間を含めた3次元物体を記述する場合、一般に3次元空間と3次元時空間が用いられる。前者は、各時間の3次元情報の提示に用いられ、運動する3次元物体の軌跡の提示および3次元物体のアニメーション表現が可能である。一方、後者は、2次元空間の移動

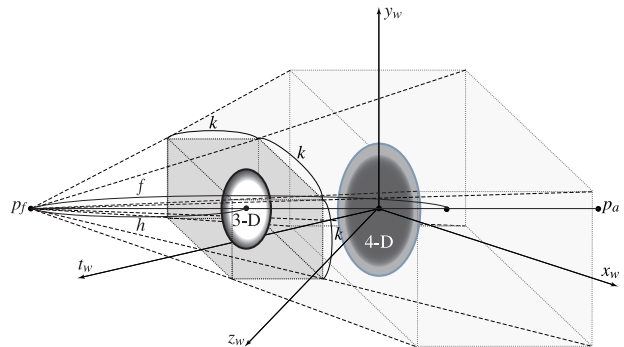


図 1: 4次元時空間の可視化モデル。

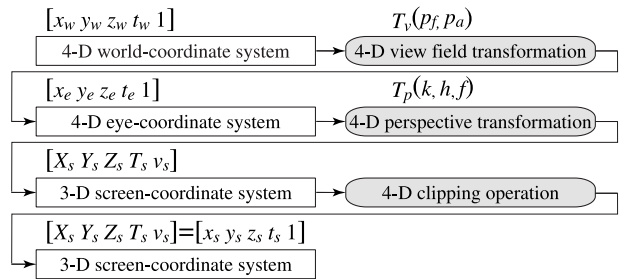


図 2: 4次元時空間の可視化プロセス。

に限定されるが、3次元物体の位置と時間との関係を記述できる。しかしながら、3次元空間での振る舞いを完全に記述するためには、これらの3次元に限定された空間ではなく4次元時空間を対象とする必要がある。提案する4次元時空間の提示は、図1に示すように4次元時空間の任意の視点 p_f から4次元情報に視線(視点 p_f から注視点 p_a の方向)を向けて、視点から距離 h に位置する3次元スクリーン $2k \times 2k \times 2k$ と距離 f に位置する後方境界超平面の間にある4次元情報を3次元スクリーン上に投影している。このためのアルゴリズムは、4次元視野変換、4次元透視変換、4次元クリッピング処理によって構成されており、様々な視点および視線、任意の視野から多様な4次元情報を3次元スクリーン上に可視化することができる(図2)。

3 4次元時空間の可視化

図3(a)に3次元空間で8の字運動する3次元球体の軌跡を示す。8の字運動する3次元球体の経路は、3次元空間の原点 o を3回通り閉じている(図3(b))。この経路を4次元時空間で可視化すると図4(a)のようになり、3次元空間では閉じていた原点 o が、図4(b)に示すように原点 o, o', o'' に分離され、4次元時空間

Four-Dimensional Space-Time Visualization for Understanding of Three-Dimensional Motion
[†] Yukihito SAKAI (yukihito@shalab.phys.waseda.ac.jp)
^{††} Shuji HASHIMOTO (shuji@waseda.jp)
 Major in Pure and Applied Physics, Graduate School of Science and Engineering, Waseda University ([†])
 Department of Applied Physics, School of Science and Engineering, Waseda University (^{††})

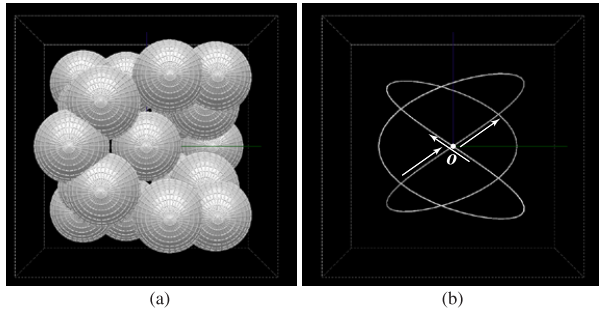


図 3: 3次元空間で8の字運動する3次元球体の軌跡.

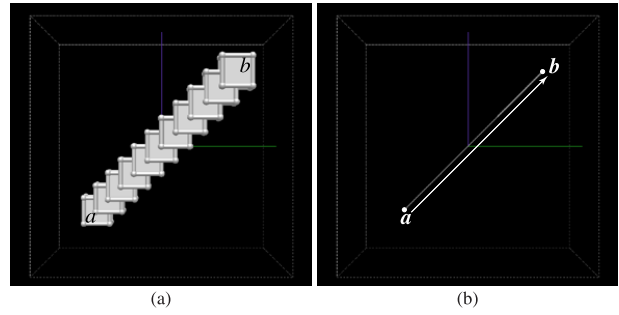
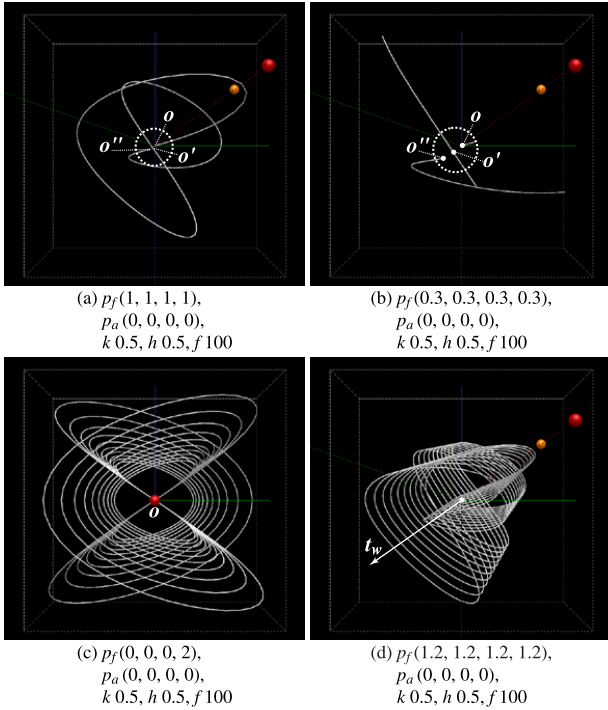


図 5: 3次元空間で直線運動する3次元立方体の軌跡.



(a) $p_f(1, 1, 1, 1)$,
 $p_a(0, 0, 0, 0)$,
 $k 0.5, h 0.5, f 100$

(b) $p_f(0.3, 0.3, 0.3, 0.3)$,
 $p_a(0, 0, 0, 0)$,
 $k 0.5, h 0.5, f 100$

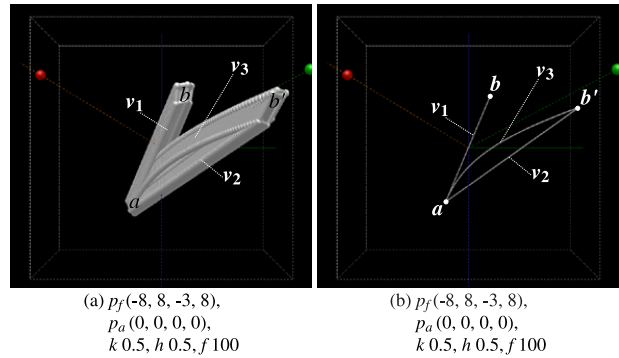
(c) $p_f(0, 0, 0, 2)$,
 $p_a(0, 0, 0, 0)$,
 $k 0.5, h 0.5, f 100$

(d) $p_f(1.2, 1.2, 1.2, 1.2)$,
 $p_a(0, 0, 0, 0)$,
 $k 0.5, h 0.5, f 100$

図 4: 4次元時空間での8の字運動の観察.

では1つの解れた曲線になっている。また、3次元球体が8の字運動を繰り返した場合、図4(c)と(d)に示すように同一経路も分離して時間方向に可視化される。このように4次元時空間で3次元物体の運動を記述した場合、3次元空間の経路は時間方向に解れた紐のようになり、世界線として表現される。

図5(a)に3次元空間で直線運動する3次元立方体の軌跡を示す。3次元立方体が、図5(b)に示す3次元空間の経路a地点からb地点に3パターンの異なる速度で移動することを考える。3パターンの速度 v_1, v_2, v_3 の関係は、 $v_1 > v_2$ であり、速度 v_3 は、速度 v_1 から次第に速度 v_2 に変速していく。異なる速度による3次元立方体の移動は、a地点からb地点で同一経路であるが、4次元時空間で観察すると、3パターンの速度の違いから異なる4次元物体として視認できる(図6(a))。図6(b)に示すように、速度 v_1 と速度 v_2 の場合、世



(a) $p_f(-8, 8, -3, 8)$,
 $p_a(0, 0, 0, 0)$,
 $k 0.5, h 0.5, f 100$

(b) $p_f(-8, 8, -3, 8)$,
 $p_a(0, 0, 0, 0)$,
 $k 0.5, h 0.5, f 100$

図 6: 4次元時空間での異なる速度の直線運動の観察.

界線がそれぞれ直線 ab 、直線 ab' として可視化されており、等速運動をしていることが認められる。また、世界線の長さの違いから $v_1 > v_2$ の関係が明らかになる。一方、速度 v_3 の場合、世界線が曲線 ab' として表現されており、時間とともに移動量が変化していることが分かる。このように4次元時空間での運動の軌跡から、一般には視認できない速度情報を得ることができる。

4 おわりに

4次元時空間の自由な移動および任意の視野による多様な4次元情報の可視化とその理解について述べた。提案手法は、4次元時空間を自由に俯瞰することができるため、一般に3次元空間では困難な時間を含めた4次元情報および世界線の観察が可能である。また、3次元空間内の速度といったベクトル量の視認も可能である。我々は、この手法を応用することにより、3次元物体の挙動解析、3次元物体の干渉問題等、様々な分野での活用が期待できると考えている。

参考文献

- [1] Michael D'Zmura, Philippe Colantoni, Gregory D. Seyranian: "Visualization of Events from Arbitrary Spacetime Perspectives," Proceedings of the SPIE/SPSE Symposium on Electronic Imaging: Visual Data Exploration and Analysis, **3960**, pp. 35-40 (January 2000).
- [2] Jonathan Woodring, Chaoli Wang, Han-Wei Shen: "High Dimensional Direct Rendering of Time-Varying Volumetric Data," Proceedings of the 14th IEEE Visualization 2003, pp. 417-424, (October 2003).
- [3] Yukihito Sakai, Shuji Hashimoto: "Interactive Four-Dimensional Space Visualization Using Five-Dimensional Homogeneous Processing for Intuitive Understanding," The Journal of the Institute of Image Information and Television Engineers, **60**, 10, pp. (108)1630-(125)1647, (October 2006).