

# 経済現象に見られる決定論的性質と確率論的性質の両義性

中島 義裕 †, ☆1

経済時系列は、決定論的カオスであるか、確率過程であるのか、進化的過程であるのかという3つの立場から説明されている。本論では TOPIX といくつかのモデルを相関次元分析によって比較し、経済時系列が持つ特徴を明らかにする。高次元への埋め込みを行い、TOPIX は確率論と決定論の両義的性質を持つ事を示す。

## An Equivocal Property of Deterministic, and Stochastic Processes Observed in the Economic Phenomena

YOSHIHIRO NAKAJIMA †, ☆1

The economical time series have been recognized from three distinct viewpoints, namely, as deterministic chaos, stochastic process, or evolutionary process. In this study, we scrutinize the property of economical time series by analyzing the TOPIX and time series of models, respectively, representing the three processes. Here we show, by embedding them in high dimensional spaces, that the TOPIX has an equivocal property between stochastic, and deterministic properties.

### 1. Introduction

経済現象は、複雑で捉えがたい。特に株式価格の変動は、その不思議さゆえに多くの研究者の興味の対象であり続けて来た。

現在、株式価格や経済変動などの不規則な現象を説明するために、大別すると3つの方向で研究が進められている。

第一が、確率論的分析に用いられて来た仮定を見直し、自己帰帰モデルを拡張・変更する研究である。この研究は主に計量経済学においてなされて来た。第二に、実証研究の分野では決定論的カオスの存在を見出す努力が続けられている。この議論の中では、経済時系列が決定論的カオスによるものか確率過程かの論争が繰り返され、未だ決着が着いていない<sup>☆2</sup>。

これらの研究とは別に、複雑系経済学や進化経済学の分野では、経済現象の持つ複雑さ、それ自身を理解する為の新たな枠組を探る試みがなされている。我々は経済現象を進化的に理解する一つの試みとして、生命科学の分野で発展した内部観測のアイデアを用いて来た<sup>☆3</sup>。

本研究では確率論や決定論の枠組を離れ、経済現象の進化的理解の可能性や必然性を問いたい。

第一に、株式市場価格の実証分析を行い経済現象が決定論と確率論という枠組の中で、どの様に位置付けられるかについて調べる。

市場価格データとしては TOPIX(東証株価指数)、分析方法としては相関次元分析を用いる<sup>☆4</sup>。

† 神戸大学自然科学研究科

Graduate School of Science and Technology, Kobe University

☆1 現在、大阪工業大学(非常勤講師)

Presently with Osaka Institute of Thechnology

☆2 BDS 検定<sup>4)</sup>などによって、経済現象から得られた時系列が独立・同一分布を満たすとする仮定を棄却する試みがなされている。これは確率過程ではないという主張を支持する。一方で、確率モデルを変更する事によっても同じ結果が得られる事を示す研究も行われており、この問題は混迷を深めている。

☆3 「進化的理解」についての一般的な見解は得られていない。創発性、自己言及性といったキーワードの下で、複雑な挙動を、研究対象固有の性質に求めるのではなく「関係」や「歴史性」、「記述する観測者」までを視野に入れる事で理解する一連の試みを指す。特に内部観測は観測者と行為者の非分離に着目する。進化的理解一般については、11), 13), 内部観測については、8) が詳しい。ここでは、未定義のまま決定論的理解と確率論的理解に対する第三の視点という事で「進化的理解」という言葉を用いる。

☆4 相関次元分析の具体的な方法は、15), 16), 9) を参照。相関次元分析は、様々な問題を含んでおり、手順の恣意性が高い事から客観性が低い分析方法である為、様々な検証が不可欠である。この研究の分析についてのテクニカルな検証は、スペクトル分析, shuffling, 相関積分の差分プロット等によって行っている。これらの検証は、議論とは直接結び付かないため割愛した。検

相関次元分析は決定論的カオスが存在するか否かを判別する為に用いられて来た。本論では、飽和しない場合においても時系列によって相関次元の上昇の仕方に違いがある事に着目する<sup>☆1</sup>。この様な定性的な性質を調べる為に、今までなされていなかった高次元への埋め込みを試みる。

2節では、全銘柄及び業種別の銘柄から算出されたTOPIXを、 $N(0,1)$ に従う疑似乱数によって得られる時系列、及びレスラー系による時系列と比較し、分析する。株価が決定論的カオスの性質と確率論的性質の中間にあるという結果が示されるであろう。特に、全銘柄のTOPIXについては相関次元と埋め込み次元との間にスケール則が成立するという性質が見られる。これは、アトラクタとしての空間構造が認められつつも完全には把握出来ない様子を示している。また、スケール則を満たすか否かによって業種による分類を行う。

第二に、同様の方法で株価変動のモデルとして提案されている自己回帰モデルの拡張モデルを分析し、それらのモデルの持つ性質をTOPIXとの比較によって考察したい。

比較分析には確率モデルとしてGARCHモデル、離散Langevin方程式、進化的モデルとして一般内部観測モデルを用いる<sup>☆2</sup>。

自己回帰モデルの仮定である「回帰性」「独立」「同一分布」をもとに、これらのモデルを特徴付けると「分散不均一」、「分散発散」、「非独立、非決定」という仮定を与える事に対応する。

各モデルの説明は3節で与え、4節では結果について示す。分散不均一を仮定した場合(GARCHモデル)の相関次元は、通常の間帰モデルと定性的には違いが見られないが、分散発散を認めた場合(Langevin方程式)は、TOPIXの相関次元よりも低い次元をとる事が示されるであろう。内部観測モデルを採用したモデルからは、決定論的カオスとみなせる時系列や、ホワイトノイズやTOPIXと同様の相関次元が得られる時系列など、多くの性質を持つ時系列が得られる。5節

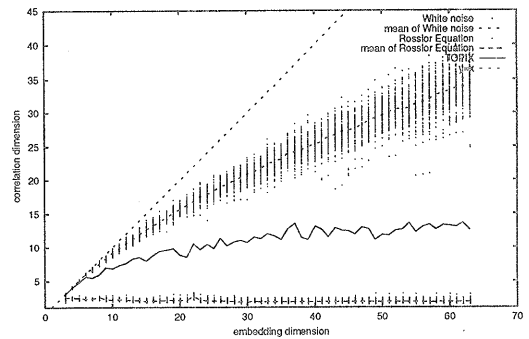


図1 x軸は埋め込み次元、y軸は相関次元。左上から順に、 $y=x$ (ホワイトノイズの理論値)、ホワイトノイズ、TOPIX、レスラー系の結果である。各点は、ホワイトノイズとレスラー系の試行100回分の結果。直線は、ホワイトノイズとレスラー系の試行100回の平均値とTOPIX。

Fig. 1 X- and Y-axis represent the embedding dimension and correlation dimension, respectively. From the top to the bottom in the figure, each line or dot denote, respectively,  $y=x$ (the theoretical line from white noise), empirical estimate by 100 trials as white noise, TOPIX, and empirical estimate by 100 trials of Ressler equation. The dots are the white noise and Ressler equation 100 trials' estimate, and the lines are each average of 100 trials and TOPIX.

において総括的な検討と今後の課題についての議論を行う。

## 2. TOPIXの相関次元分析

実証分析として東京証券市場の株式1部に上場された全銘柄から算出されたTOPIX(東証株価指数)と、33業種別に算出されたTOPIXについて相関次元分析を行う<sup>☆3</sup>。データは、1983年1月4日から1997年11月28日までの終わり値から算出された指数で総数3885である。定常性を確保するために、実際のデータの差分( $x_t - x_{t-1}$ )をとった<sup>☆4</sup>。図1は、全銘柄TOPIX、ホワイトノイズ(分布 $N(0,1)$ 従う疑似乱数)、レスラー系<sup>☆5</sup>の相関次元分析である。

相関次元分析は、特にデータ数とタイムラグに注意

証結果は別に用意する。検証結果に興味がある読者は筆者に連絡を頂きたい。

☆1 赤羽<sup>2)</sup>は、カーボンファイバーの抵抗値にみられる $1/f$ 揺らぎの発生機構を調べる為にこの分析法を用いた。

☆2 他に、ベキ則分布を得るモデルとして、閾値型モデルが良く知られている。平林と高安<sup>10)</sup>は経済主体(エージェント)が各人の持つ閾値に従って株式を売買するモデルを提案した。個体数が十分に多い時、そのモデルが離散ランジェバン方程式と同値である事を示した。本研究では、自己回帰モデルとの対応で比較する為、多体型モデルである閾値型モデルについては取り上げない。

☆3 以後漸りなくTOPIXと記されている時、全銘柄から算出されたTOPIXを示す。

☆4 差分処理後のデータ数は3884

☆5 三種類の時系列は、ともにデータ数3884。レスラー系は、 $\dot{x} = -y - z$ ,  $\dot{y} = x + ay$ ,  $\dot{z} = b + z(x - c)$ 。時系列はRunge Kutta法を用い刻幅0.05で得たものである。パラメータは $a = 0.4$ ,  $b = 2.0$ ,  $c = 5.0$ 初期値は $y = -3$ ,  $z = 1$ ,  $x$ は3...5まで0.02刻で取り100個のデータを得た。疑似乱数は、乱数の初期値を変える事で100回試行した。以後の分析もシミュレーションによって得られる時系列に関しては、乱数の初期値を変える事で得られた100回分のデータを用いる。

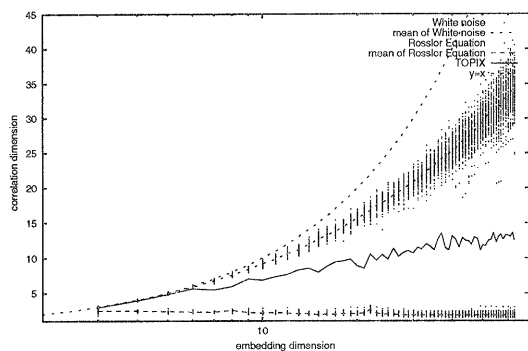


図2 図1のx軸(埋め込み次元)を対数表示したグラフ。以下の相関次元分析の結果の図は、全てx軸を対数表示する

Fig. 2 The logarithmic plot of x-axis of fig.1. In this paper, following figures of correlation dimension analysis are showed by logarithmic plot for x-axis.

しなければならない。信用できる相関次元が得られる埋め込み次元が、データ数  $N$  に対し  $2 \log_{10} N$  以下である事が指摘されている<sup>1)</sup>。この算出式によれば、データ数 3885 の有効な埋め込み次元は7次元以下である。図1を見ても、疑似乱数の相関次元は、7次元の付近で理論値である  $y = x$ (任意の埋め込み空間において、ベクトルが一様に分布している事が期待される) から乖離している。実際、通常の実証分析では10次元程度までの相関次元が測定されてきた。この研究における60次元を超える埋め込みは、この様な常識から言えば無意味であると指摘されるであろう。

しかしながら、この有効性の限界は相関次元を定量的に測定し、決定論的な力学系の自由度を推定する際に問題となる。この研究の主眼は、BDS検定の様に経済時系列の持つ特殊性を明らかにし、更にTOPIXの特殊性を位置付ける事にある。我々は、定性的な比較分析を行なう為の分析手法として相関次元分析を採用した。図1以下では、定性的な比較分析を行なう為に疑似乱数やレスラー系を、データ数や分析ルーチンなどTOPIXと同じ条件で分析し、結果を示す<sup>☆</sup>。

☆ データ数が問題となるのは、埋め込まれたベクトルによって軌道が十分に再現されないからである。これによって、分析の有効性が問われるのは、軌道上のベクトルが少い事によって「同じアトラクタであっても異なる結果が得られる」場合と「異なるアトラクタであっても同じ結果が得られる」場合とに分けられる。計算機によって得られる時系列については、100回試行する事で前者の範囲を確認した。また、後者は比較分析を行なう事で評価する。後者の問題は、例えば円錐面上を螺旋状に軌道を描いているのか、それとも円錐面上を一様に覆い尽くしているのかの判別がつかないといった状況を指す。この場合においても、3次元空間上に一様に分布しているか否かは判別可能である。分

図1では、高次元に埋め込んだ時に、TOPIXの特殊性が見てとれる<sup>☆☆</sup>。

TOPIXの相関次元の特殊性を特徴付ける為に、x軸を対数表示したものが図2である。定性的にはx軸を対数表示した時、相関次元が下に凸である場合、上に凸である場合、そして直線である場合に分類できる。相関次元が飽和する場合、すなわち決定論的カオスが存在する場合は相関次元は、飽和に向かって上に凸となる。また、ホワイトノイズの場合に見られるように、埋め込まれた空間にベクトルがまんべんなく広がり構造が見られない場合、相関次元は下に凸となると考えられる。すなわち、下に凸になる時確率論的時系列、上に凸になる場合に決定論的時系列であると分類する事ができる。TOPIXは直線的に上昇する事から確率論的時系列と決定論的時系列の間にあるとみなす事が出来る。

x軸を対数表示した時に、相関次元が直線的に上昇するという事は時系列の構造と埋め込み次元の間にスケール則が成り立っているとも考えられる。これは、埋め込まれた各々の次元の空間上で時系列が構造を持ち、埋めこむ次元が高くなるに従って、その構造が精緻化されている事を示す。その一方で、TOPIXは飽和していない。この事は、時系列が持つ固有の構造は捉えられないという事を示唆する。構造を捉える際の埋め込みの有効性と無効性より、TOPIXが決定論的な記述の有効性と無効性の両義性を持つと考えられる<sup>☆☆☆</sup>。

次に、業種別に算出されたTOPIXについても同様の分析を行った(図3)。参考の為に、全銘柄のTOPIXとホワイトノイズの上限・平均・下限ラインもプロットした。全銘柄のTOPIXと、ホワイトノイズの下限の中間の領域を占めている。業種別TOPIXも、全体

析結果に違いがみられ、その違いが同じアトラクタによるものとは言えない場合、アトラクタの大まかな構造の違いを検出していると考えられる。この論文では、比較分析によってアトラクタの持つ構造の違いを明らかにしたい。

☆☆ 4節ではモデルの分析を行なう。モデルによる時系列は計算機によって得られるため、任意のデータ数について分析できる。この論文では、定性的な比較分析という主旨から、タイムラグやデータ数などの諸条件をTOPIXに揃えて行なう。読者は、この論文における7次元以上の分析結果が定量的な有効性を持たない事に留意せよ。

☆☆☆ 当然の事ながらTOPIXが更に高次元の決定論的カオスに従っていると考えられる。理論的には決定論的カオスによってランダムな構造に対し任意の精度で近似できる事が示されている。こうした純理論的議論においては、そもそも確率論と決定論との区別は無い<sup>5)</sup>。この論文では、実証分析で得られる知見の範囲ではスケール則が満たされている事を前提に議論を行う立場をとる。

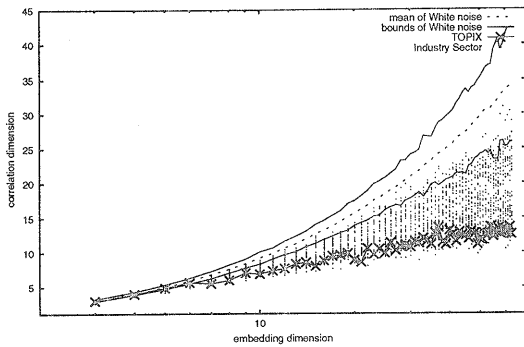


図3 点は業種別33種のTOPIX, ラインはホワイトノイズの平均ラインと信頼限界線, ポイント&ラインは図1, 図2で示した全業種のTOPIX. y軸は相関次元, x軸は埋め込み次元の対数表示である. 信頼限界線は100回の試行から得た標準誤差より算出した正規分布の99.9%限界である.

Fig. 3 Dots, lines, and pointlines represent TOPIX subindices grouped by industry sectors, the average and the 99.9% confidence interval of white noise, and TOPIX, respectively.

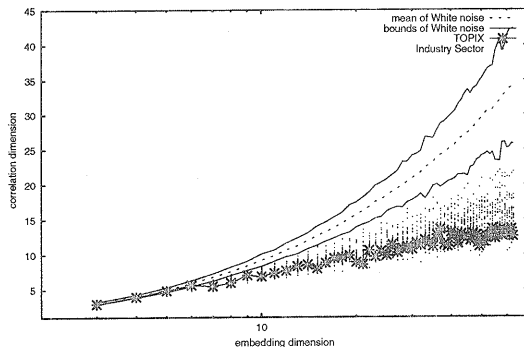


図4 TOPIX, ホワイトノイズ信頼限界, 業種グループ1  
Fig. 4 TOPIX, the confidence interval of white noise, industry group 1

的に確率的領域と決定論的領域の間にある事が見て取れる。

更に, 全銘柄TOPIXに近い直線的な相関次元を示す業種(グループ1: 水産・農林業, 建設業, 食料品, 繊維製品, パルプ・紙, 化学, ゴム製品, ガラス・土石製品, 鉄鋼, 金属製品, 機械, 輸送用機器, その他製品, 電気・ガス業, 海運業, 倉庫運輸関連, 卸売業, 小売業, 銀行業, 保険業, 不動産業, サービス業.) と, ホワイトノイズに近い下に凸の相関次元を示す業種(グループ2: 鉱業, 医薬品, 石油・石炭製品, 非鉄金属, 電気機器, 精密機器, 陸運業, 空運業, 通信業, 証券業, その他金融業)とに分割した。順に図4

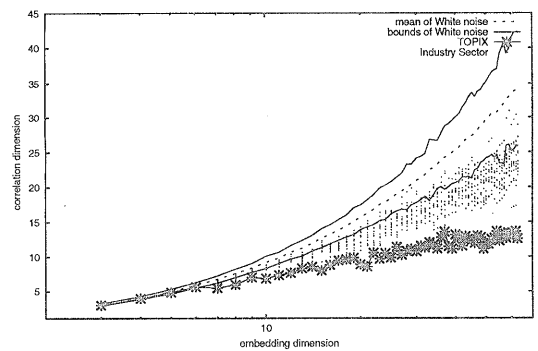


図5 TOPIX, ホワイトノイズ信頼限界, 業種グループ2  
Fig. 5 TOPIX, confidence interval of white noise, industry group 2

と図5である。この様な違いが, 何に起因するのか現在の所はつきりとはしない。業種の持つ特殊性や株式市場における取り引きのされ方の違いなどが考えられる☆。個別の株式データや他の市場等の分析を行う事で, 明らかになると思われる。今後の課題としたい。

次の節では回帰モデルとその改良されたモデルについて分析を行い, これらの結果を踏まえた評価を行う。

### 3. モデル

株価のモデルとして2つの確率型モデルと1つの内部観測型モデルを分析する。これらは, 全て1次の自己回帰モデルの改変モデルとして捉える事ができる。ここでは自己回帰モデルを中心に各モデルを説明する。

長年, 株価がブラウンノイズ的に変動している事が仮定されてきた。自己回帰(AR - auto regressive)モデルは, 株式市場のモデルとしてだけでなくランダムな過程を説明するモデルとして広く用いられている。定義式は通常以下の様与えられる。

$$x(t) = e(t) + \sum_i b_i x(t-i), \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$x(t)$  を  $t$  時における株価と考えると, このモデルは過去  $N$  回の変動の影響を直接受ける事を意味し,  $AR(N)$  と表記される。 $e(t)$  は, 有限の分散を持つホワイトノイズであり, 各定数は $\forall t, |b(t)| \leq 1$ を満たすという条件が与えられる。

☆ 郡司<sup>7), 8)</sup>らは, 動物において判断が見られる時にベキ分布や  $1/f$  ノイズ等のフラクタル的挙動が見られる事を報告している。例えば, 先物と現物の両方で取り引きされている金融商品について, 先物が主に取り引きされ現物が専ら裁定取引によるものである場合, 先物と現物の時系列変化の間に特徴的な違いが見出される可能性がある。

AR モデルは、典型的な場合 1 次 ( $N=1$ ) について、すなわち

$$AR(1) : x(t) = e(t) + bx(t-1)$$

について考察されている。実際の分析においては、係数として全銘柄の TOPIX から算出された  $b = 0.999043$  を用いる。

株式や為替の市場においてベキ型テールが報告されて以来 AR モデルを基に様々な変更がなされている。1 次の AR モデルを基準に、その拡張の方向を眺めるならば大きく分けて係数  $b$  についての仮定を拡張したものと、ノイズ項  $e$  についての仮定を拡張したものの二つに分類できる。前者としては Langevin 方程式、後者としては GARCH モデルが代表的である。端的に言えば AR の仮定から前者は分散収束の仮定を、後者は分散均一の仮定を外すという形で、拡張したものである。

高安<sup>14)</sup>は、一階差分の形で与えられた離散型ランジェバン方程式による時系列について、頻度分布がベキ型テールを持つ条件を解析的に明らかにした。

離散型 Langevin 方程式の標準系は以下の様与えられる。

$$x(t) = b(t-1)x(t-1) + e(x-1)$$

この方程式は、AR(1) と酷似している事に注意したい。高安は、 $e(t)$  がシメトリックなホワイトノイズ、 $b(t)$  が非負で独立な分布関数を持つという件のもと、 $\langle b \rangle$  ( $b$  のアンサンブル平均)  $< 1$  の時、定常解を持ち、 $\langle b \rangle > 1$  の時、ベキ型テールを持つ事を証明した。AR(1) モデルは、この離散型 Langevin 方程式の  $b$  を一値関数とおいたケースに対応する。高安の議論によれば、先の AR(1) の要請に従って  $|b| \leq 1$  を満たす時、この時系列の分散の期待値は  $f$  の分布によって一意に決定する。

実際に時系列を取り出す際に、高安は  $b(t)$  の分布関数として Poisson 分布を採用した。本研究では分布、パラメータは高安<sup>14)</sup>に従った。 $b$  の分布は分散 1.5 の Poisson 分布、 $e$  の分布は  $N(0, 0.86)$

ベキ型テールを持つ為の要請として、ガウス型の変動に比べ小さな変動と大きな変動の両方がより頻繁に出現する必要がある。AR モデルのノイズ項(先の AR(1) の定義式によれば、 $e(t)$  の分散に不均一性を持たせ、大きな変動と小さな変動が連続して起こりやすくなるように工夫したものとして、GARCH (generalized auto regressive conditional heteroskedastic) モデルが良く知られている。GARCH によるノイズ項の最も基本的な定義式は以下のように与えられる。

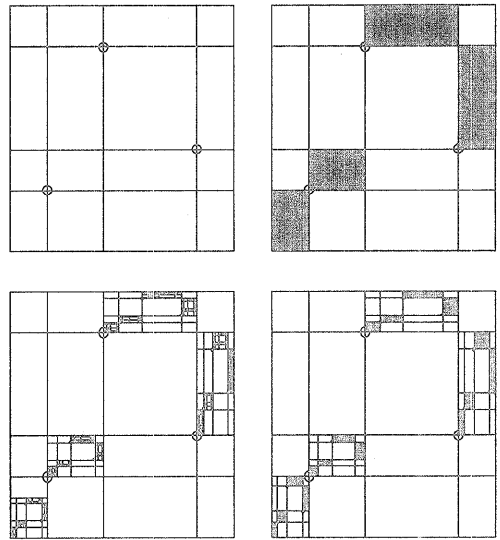


図 6 リターンマップの構成手順。左上の図はデータセットのプロットと分割、右上の図は 4 つの長方形の中からの選択と塗りつぶしを示す。後、右下→左下の様に操作を繰り返す。

Fig. 6 The procedure to construct a return map. First, plot data and divide the space (upper left), and select (upper right). Next, embed (lower right), and continue (lower left).

$$C(t+1) = s(t)e(t)$$

$$s(t)^2 = f_0 + \sum_i (f_i C(t-i)^2) + \sum_j (g_j s(t-j))$$

$$i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, M$$

各状態値は過去  $M$  回、 $N$  回分の影響を直接受ける。今回の分析では最も単純な GARCH(1,1) を採用する。各係数、 $f_0, f_i, g_j$  は、AR と同様に  $(0, 1)$  の区間で与えられ、 $e(t)$  は正規分布を満たす。このモデルはノイズ  $e(t)$  の係数  $s(t)$  に過去との相関を持たせる事で、大きな変移と小さな変移が比較的連続して得られる。次節の分析では、 $f_0 = 1.0, f = 0.10, g = 0.85, e(t)$  の分布は  $N(0, 1)$  を用いる。

GARCH に対し、変動が自律的に何らかの構造を与える時系列をノイズ項  $e(t)$  として採用した場合についても比較し、進化的理解という枠組の中で使われているモデルの挙動の特徴を調べたい。AR モデルのもう一つの改良型を加える\*。AR(1) モデルにおけるノイズ項は、独立で同一分布の確率変数である事が要請されているが、この  $e(t)$  として、郡司<sup>6)</sup>が提案した内部観

\* GARCH との対応で言えば、AR のノイズ項から GARCH は同一分布の仮定をはずし、ここで定義するモデルでは、独立の仮定をはずすという改良を行う。このモデルではノイズ項の変動が  $(-0.5, 0.5)$  に限られるため、結果的に分布は同一である様な振舞を示す。

測型モデルによって得られる時系列を採用する<sup>\*</sup>。eの過去の系列のデータセット  $e(t-1), e(t-2) \dots e(t-K)$  が与えられた時、 $e(t-1)$  から  $e(t)$  を導く写像を以下の様に構成する。まず、適当な2次元閉区間  $J \times J$  上に点  $(e(t-2), e(t-1)), (e(t-3), e(t-2)), \dots (e(t-K+1), e(t-K))$  をプロットする(図6左上)。これらの点は、過去の実際の変移  $(e(t_0-1) \rightarrow e(t_0))$  関係を示している。閉区間  $J \times J$  をこれらの点を頂点として持つ長方形に分割する。各点を頂点として持つ長方形は4つ存在する。例えば右上の長方形を選択した場合、その選択された長方形を黒に塗りつぶす。塗られた長方形を残し、それ以外の区間を取り除く(図6右上)。最初の  $J \times J$  と選択された区間の相似比を維持しながら、選択された長方形上に、最初に与えられた点と同数の点を打ち、同様に分割、選択、削除を行う(図6右下)。この操作を無限に繰り返す(図6左下)と黒に塗られた区間が点に収束する。この様に得られた構造を、マップとして用い、 $x$  軸に  $e(t-1)$  を対応させた時に、その値に対応する点の  $y$  座標の値を、 $e(t)$  とする。各  $t$  毎に、この様な「マップの構成→マップの適用」という操作を行うが、マップの構成の際に最初の右上、右下、左上、左下のどの長方形を選ぶかについては、ランダムに選択する。このダイナミクスによって得られた時系列は安定した挙動と不安定な挙動を繰り返し、魚の群などの巨視的な挙動を自律的に生成させる事が報告されている<sup>7)</sup>。この論文では簡便の為にこのモデルを MAR(1)(Modified AR) と表記する。分析では、区間  $J \times J$  を、 $(-0.5, 0.5) \times (-0.5, 0.5)$  のトーラスとし、マップを構成する為のデータセットは、過去 127 ステップ分のデータを用いる。

4. モデルの比較分析

各分析は、1000 回時間発展させた後の 3885 回分のデータを差分処理をしたもので行う。全てのモデルについて、疑似乱数の初期値を変える事で 100 回試行した。

先の分析と比較する為に、全て  $x$  軸を対数表示する。また、比較の為に先の分析における全銘柄から算出された TOPIX の結果も示した。

3つのモデルの結果を比較すると、 $x$  軸を対数表示した時の「上に凸」「下に凸」「直線」という定性的な傾向によって、モデルの性質を特徴付ける事ができる。GARCH の相関次元は確率論的に下に凸である。

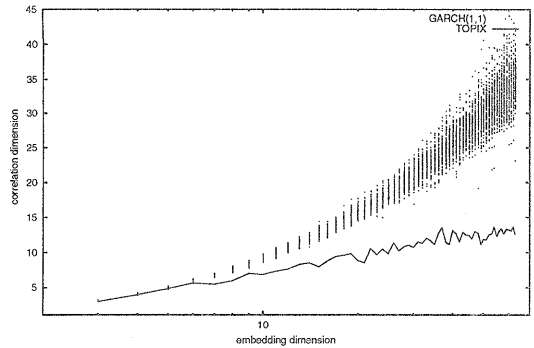


図7 GARCH(1,1)の相関次元分析結果。比較の為図2のTOPIX 全銘柄の結果を実線で示した。  
Fig. 7 The results of correlation dimension analysis of GARCH(1,1). TOPIX in fig.2 is plotted as the solid line, for comparison.

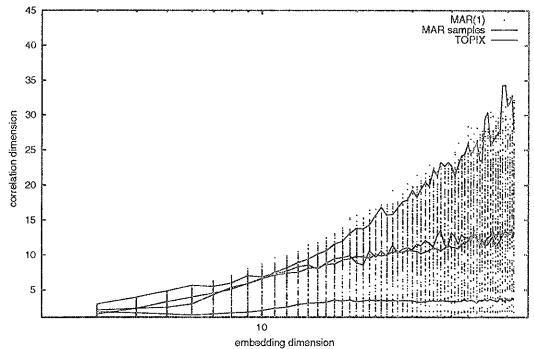


図8 MAR(1)の相関次元分析結果。実線は、TOPIX および以下の議論のためにホワイトノイズ、TOPIX、決定論的カオスに近い相関次元を持つ時系列の結果を選び示したもの。  
Fig. 8 The results of MAR(1). Lines represent, respectively, TOPIX, and the representative three time series in 100 trials, similar to white noise, deterministic chaos and TOPIX.

また、Langevin 方程式は上に凸の性質が強い。MAR は、GARCH、業種別 TOPIX、Langevin 方程式の全ての領域を含んでいる。TOPIX の相関次元分析と同様の相関次元を持つ時系列を与えたのは、MAR と Langevin 方程式である事が分かる。

GARCH モデルの相関次元はホワイトノイズに比べ僅かに下方に位置しているが、全銘柄および業種別 TOPIX の領域に比べると、ホワイトノイズに近い。 $x$  軸を対数に表示した場合の相関次元が下に凸であり、GARCH はホワイトノイズ的性質を強く残している。

MAR は、ランダムシードの違いによって決定論的

<sup>\*</sup> ここでは、簡単に手続きの概要を説明する。詳しくは、6)、7)を参照。

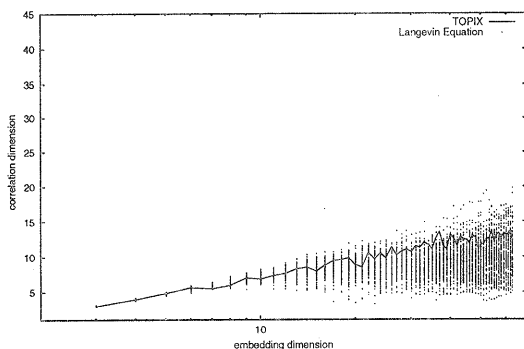


図9 Langevin 方程式の相関次元分析結果  
Fig. 9 The results of Langein Equation

カオスから、ホワイトノイズまでの全ての領域を占めている。乱数は初期値(最初にマップを構成する為のデータセット)と、マップを構成する際に4つの長方形の中から一つの長方形を選ぶ為に用いている。構成されるマップは、マップを構成するデータセットによって複雑さが異なる。例えば、データセットの中に同じ値が複数含まれる場合、最初に閉空間にプロットされる点の数は、データセットの要素の数よりも少くなる。各回に用いられるデータセットは、一回の時間発展では  $x(t)$  が、加わり  $x(t-n)$  が外されるという一要素のみ異なる事から、構成されるマップの性質も徐々に変化する。この事が、ランダムシードの違いによって異なる性質を持つ時系列が得られる理由である。

このモデルは構成法自体が決定論的とも確率論的とも言えないが、結果からもそうした分類が出来ない事が分かる。

Langevin 方程式から得られる時系列の相関次元は、TOPIX の下側の領域を占めている。対数表示においては、上に凸である場合や直線的に上昇する場合もある。

Langevin 方程式は、全銘拓 TOPIX と同じ結果を持つ時系列を含むが、それは TOPIX とは異なる理由によると考えられる。

図10は、Langevin 方程式を差分処理した時系列である。この時系列の一部分 ( $t=1000\sim 1500$ ) を図11に抜きだした。時系列が互いに自己相似的である事が見てとれる。

パワースペクトルを、図12に示す。Langevin 方程式の特質より絶対値が非常に大きな値を取る場合が見られるが、スペクトル分析ではこの様な大きな値と値の間を周期と捉えている事が分かる。相関次元分析では、このような周期を時系列の構造として捉えてし

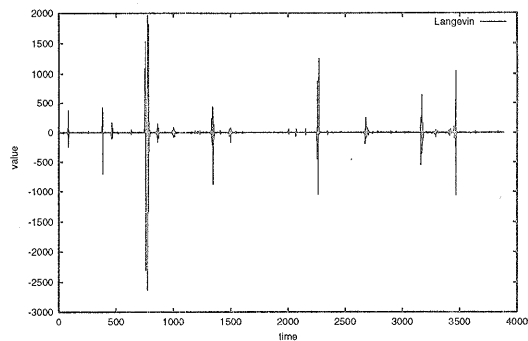


図10 Langevin 時系列 縦軸は値、横軸は時間  
Fig. 10 Time series of Langevin Equation. Y- and x-axis represent value and time, respectively.

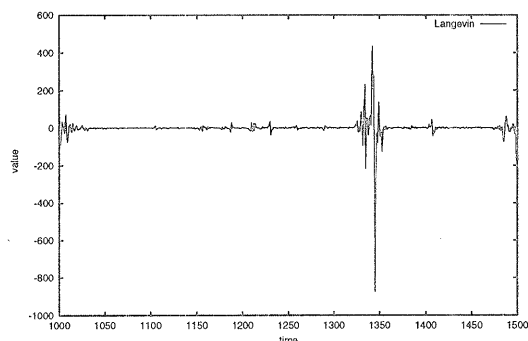


図11 Langevin 時系列 (図10の部分)  
Fig. 11 Time series of Langevin equation(an enlarged part of fig. 10)

まう。これが、Langevin 方程式の相関次元が下方に位置している、または飽和に向かっている理由と考えられる。決定論的カオスの例に出したレスラー系のスペクトル分析においても周期が検出される事から、周期性が見られる時系列の相関次元分析は一概に否定されているわけではない。しかしながら、TOPIX のパワースペクトル密度(図13)を見ると周期性によって TOPIX の相関次元が下方に位置しているとは考えられない。Langevin 方程式を TOPIX との対応において相関次元分析する場合、前処理の方法などについて更に検討する必要があると思われる。

## 5. 議論と課題

この研究では、「高次元への埋め込み」と「埋め込み次元の対数表示」によって確率論、決定論、株価の性

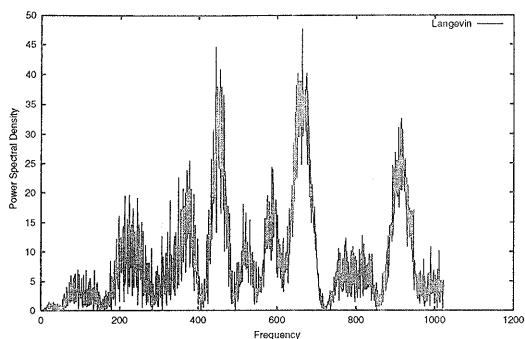


図 12 Langevin パワースペクトル密度. 標準表示

Fig. 12 Power spectral density of Langevin Equation

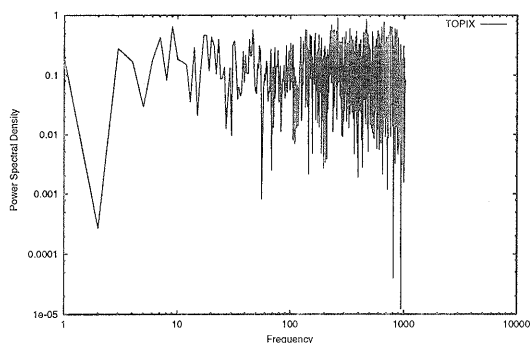


図 13 TOPIX のパワースペクトル密度. 両対数表示

Fig. 13 Power spectral density of TOPIX. Log-log plot.

質を特徴付け、モデルを分類する事ができた。

最初の分析では、TOPIX は決定論とも確率論とも言えない性質、すなわちスケール則的な性質を示す事がわかった。この分析においては、株価は確率論と決定論の両義性を持つという事ができる。この結果は、我々が経済現象を理解する為の新しい視座を与える。貞岡<sup>12)</sup>は、互いに相手を読み合いながら進行するコミュニケーションの様相を、連想シトリという方法で実験した。この実験によって、被験者の行動の一面を捉えた時、挙動を確率論的に捉える事が可能であるが、一方で、他の角度から分析を行うと確率論的には解釈不可能であるという結果が得られた。相手の考えを読み合う局面においては、そうした特定の論理構造と論理構造からの逸脱という両方の様相が見られると考えられる。スケール則が満たされているという事は、時系列の持つ固有の構造というものを捉えるのではなく、埋め込む空間において見出される構造と、その構造からの逸脱の連鎖が高次元への埋め込みを続ける事

で保証されている事を含意している。株式価格の変動はこうした複雑さを持つのである。

第二の分析は、この様な性質を持つ経済現象を捉える際に考えるべきモデルの方向性を示唆している。GARCH は、それまでの確率モデルが想定していた「同一分布の仮定」を捨て、経済現象の持つ複雑さを示す試みである。しかしながら、4 節の結果より分散の変化が同一分布の確率変数によって与えられているため、時系列が実際に持つ複雑さまでは捉えられずにいる。

Langevin 方程式は、得られる時系列自体が持つフラクタル性により、株式の価格に似た性質を示した。しかしながら、株価は Langevin 方程式の様に直接的なフラクタル性を持つ訳ではない。株価のフラクタル性は、何処に現れるものであるか検討する必要がある。

AR のノイズ項を内部観測的に与えた場合、モデルの構成法からノイズ項は独立の仮定を満たしてはいない。各々の変動は、時間発展規則(マップ)に適用する事で得られるが、その時間発展規則自身も、通時的ではなく各時間毎に異なる。このモデルは状態概念と規則概念の分離を無効にする事を含意している<sup>6)</sup>。こうした分離の無効性の一つの表現としてフラクタル構造が用いられている事に注目したい<sup>\*</sup>。このモデルから得られた時系列は、相関次元/埋め込み次元空間内で、確率論と決定論を含む領域を占めている。両義的性質を持つモデルによって得られた時系列が、時系列毎に決定論の様相と確率論の様相、そして両義の様相を示すのである。この事は、我々が得られる時系列が決定論的、または確率論的に振舞う事と、時系列を生み出す機構が決定論的であるか、確率論的であるかとは、直接対応しない事を意味する。

この研究は、経済現象を進化的に理解する試みの端緒に過ぎない。特に、「互いに読み合う状況」についての研究を進めるには、他の市場や他の金融商品、様々

<sup>\*</sup> 系の内部と外部の分離の問題について、Atmanspacher<sup>3)</sup>は「...論理的混乱を考えざるをえない時、または、境界がフラクタルである様なときに(内部と外部の区別の)問題は不可避となる」と述べている。確率モデルの要諦は、確率変数に与えられる数値が、内生的に決定するのではなく、系の外部から与えられる事にある。確率モデルにおける、こうした系の外部と系の内部の境界は、確率変数に対する仮定という形で、明確に与えられる。一般内部観測モデルは、系の内部と外部の境界の問題を、状態と規則がなす論理的混乱と捉え、その表現としてフラクタル構造を用いている(一般内部観測モデルの概念的な詳細は 6), 8)を参照)。TOPIX がスケール則を満たす事は、時系列を構造として捉えようとした時に、構造の境界がフラクタル的である事を含意している。この事から我々がモデルを構成する際に考慮しなければならない状況が示唆されているように思われる。



なモデルの更なる分析が必要である。

進化的に経済現象を理解する視点に立つならば、規則性やランダムネスと考えられるような挙動が、如何に生じるかという点について、MARモデルの分析を通じて明らかにする必要がある。MARの両義的結果を考えるならば、この分析を通じて、決定論的モデルと確率論的モデルの関係についての理解も広がるであろう。

謝辞 この研究にあたって査読者に貴重な意見を頂いた。郡司 P 幸夫氏、貞岡久里氏、Ryabov 氏、篠原修二氏、高安秀樹氏、赤羽秀郎氏、渡邊克紀氏に協力及び助言を頂いた。

### 参考文献

- 1) Abarbanel, H. D. I.: The analysis of observed chaotic data in physical systems, *Reviews of Modern Physics*, Vol. 65, No. 4, pp. 1331-1388 (1993).
- 2) 赤羽秀郎, 安久正紘:  $1/f$  ゆらぎのフラクタル的性質, 第 12 回ゆらぎ現象研究会抄録集, pp. 17-20 (1998).
- 3) Atmanspacher, H.: 外在物理学, 内在物理学を越えて, 現代思想, Vol. 24, No. 11, pp. 347-354 (1996). (伊藤 源訳).
- 4) Brock, W. A., Dechard, W., Scheinkman, J. and LeBaron, B.: A test for independence based on the correlation dimension, *Econometric Reviews*, Vol. 15, pp. 197-235 (1996).
- 5) Devaney, R. L.: *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 2nd edition (1989). (後藤 憲一訳: カオス力学系入門 第 2 版, 共立出版社 (1990)).
- 6) Gunji, P. Y., Ito, K. and Kusunoki, Y.: Formal model of internal measurement : alternate changing between recursive definition and domain equation, *Physica D*, Vol. 110, pp. 289-312 (1997).
- 7) Gunji, P. Y. and Kusunoki, Y.: A model of incomplete identification illustrating schooling behavior, *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 8, No. 10, pp. 1623-1630 (1997).
- 8) 郡司 P 幸夫: 生命と時間, そして原生一計算と存在論的観測, 現代思想 (1994-1996). 連載.
- 9) 原田康平: 経済時系列分析再考, 九州大学出版会 (1998).
- 10) Hirabayashi, T., Takayasu, H., Miura, H. and Hamada, K.: The behavior of a threshold model of market price in stock exchange, *Fractals*, Vol. 1, No. 1, pp. 29-40 (1993).
- 11) 金子雅彦, 池上高志: 複雑系の進化的シナリオ, 複雑系双書 2, 朝倉出版 (1998).
- 12) 貞岡久里: 内部観測によるシステムの組織化 ~ 連想シロトリによる実験 ~, 進化経済学論集第 3 集 (進化経済学会第 3 回大会実行委員会 (編)), 進化経済学会, pp. 89-98 (1999).
- 13) 進化経済学会 (編): 進化経済学とは何か, 有斐閣 (1998).
- 14) Takayasu, H., Sato, A. and Takayasu, M.: Stable infinite variance fluctuations in randomly amplified langevin systems, *Physical Review Letters*, Vol. 79, No. 6, pp. 966-969 (1997).
- 15) 高安秀樹: フラクタル, 朝倉書店 (1986).
- 16) 田中辰雄: カオス理論の計量分析への応用, 応用計量経済学 1, 数量経済分析シリーズ 2, 多賀出版, chapter 5, pp. 281-362 (1997).

(平成 11 年 4 月 15 日受付 )  
(平成 11 年 5 月 22 日再受付)  
(平成 11 年 6 月 21 日採録 )



中島 義裕

昭和 4 2 年生まれ

平成 2 年神戸大学経済学部卒業

同年大和証券 (株) 入社.

平成 4 年同社を退職し, 平成 5 年よ

り神戸大学大学院理学研究科で学ぶ.

平成 1 0 年神戸大学大学院自然科学研究科博士後期課程修了. 理学博士.

日本経済学会, 進化経済学会, 生物物理学会各会員