

任意不規則変動波形の簡易的ピーク値分布評価法*

中村大輔[†], 南原英生[‡]

[†]岡山理科大学大学院 工学研究科 [‡]岡山理科大学 工学部

1. はじめに

不規則変動波形のレベル交差やピーク値分布に関する信号処理法は、騒音・振動の統計的評価や地震波・海洋波の分析など、数多くの様々な工学的分野において応用されている^{1),2)}。一般に、レベル交差情報は瞬時値と1階微分値から評価可能であるのに対して、ピーク値分布の評価には瞬時値、1階微分値に加えて2階微分値の情報までも必要とする。このことからピーク値分布の一般表現は困難とされているが、文献³⁾では周波数帯域が狭帯域の場合に限り、振幅分布が非ガウス形であっても2階微分値を必要とせず、レベル交差情報に基づいて評価可能であることが示されている。さらに文献⁵⁾では、振幅分布が非ガウス形であり、かつ周波数帯域が広帯域であっても2階微分情報を用いない形でピーク値分布が近似的に評価可能であることが示されている。

しかし、いかに2階微分値を必要としないレベル交差に基づく手法を使用しているとしても、Hermite多項式や展開係数などの計算に多くの計算量が必要となるのは明らかである。

このような観点から、本報告では、従来法よりも少ない計算量で精度の良い評価手法を、従来法に対し1階微分波をガウス分布で近似するという形で提案し、本手法の有効性をデジタルシミュレーションにより確認する。また、本報告で提案したピーク値分布評価式は、振幅情報のみで表されることから、ピーク値の平均値 μ と原波形の L_{10} との関係性についても考察する。

2. 理論的考察

2.1 狭帯域非ガウス形のピーク値分布

任意の非ガウス形不規則信号において、単位時間当たりレベル x を正の方向に横切る期待回数はレベル x とその微分情報 \dot{x} に関する結合確率密度関数から次式で求められることが知られている。

$$N(x) = \int_0^{\infty} \dot{x} p(x, \dot{x}) dx \quad (1)$$

このとき、定常な信号であるならば、その1階微分波は上りの勾配と下りの勾配が等しいことからガウス分布で近似できると考えられる。このことから、レベル x と

してガウス分布を基幹とした Hermite 展開表現を、微分情報 \dot{x} としてガウス分布を採用し、その結合確率密度関数を次式のように定義する。

$$p(x, \dot{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\dot{x}}}} e^{-\frac{1}{2\sigma_{\dot{x}}^2}\dot{x}^2} \times \left\{ 1 + \sum_{n=3}^{\infty} A(n) H_n(x) \right\} \quad (2)$$

このとき、あるレベル x を正の方向に横切るレベル交差数の評価式は、式(1)に式(2)を代入することにより、次式のように表される³⁾。

$$N'(x) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} e^{-\frac{1}{2}x^2} \sum_{n=0}^{\infty} A(n) H_n(x) \quad (3)$$

ここで、 m_n はパワースペクトル密度関数の n 次モーメント、 $H_n(x)$ は Hermite 多項式、 $A(n)$ は展開係数であり、

$$A(n) = \frac{1}{n!} \langle H_n(x) \rangle$$

で定義されている。 $\langle \rangle$ は平均操作を表す。

また、対象とする信号の周波数スペクトルが狭帯域の特性を持つ場合は、レベル交差回数とそのレベル以上のピーク値分布は一対一に対応することが知られており⁴⁾、そのピーク値の確率密度関数は、レベル交差情報に基づいて次式のように与えられる。

$$p'_N(x) = -\frac{1}{N'(0)} \frac{dN'(x)}{dx} \quad (4)$$

従って、式(4)に式(3)などを代入することによりピーク値分布の評価式が次式のように得られる。

$$p'_N(x) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} A(n) H_{n+1}(x)}{\sum_{n=0}^{\infty} A(n) H_n(0)} e^{-\frac{1}{2}x^2} \quad (5)$$

この式は、ピーク値分布がレベル交差情報に基づいて理論評価可能であることを示している。

2.2 広帯域非ガウス形のピーク値分布

まず、帯域パラメータ ε_1 を次のように定義する。

$$\varepsilon_1 \equiv \sqrt{1 - \left(\frac{N'(0)}{M} \right)^2} \quad (6)$$

但し、 M はすべてのレベルに存在する全ピーク数を表す。ここで、あるレベル x を正の方向に横切る交差

* A Simplified evaluation method of peak values distribution for arbitrary random signals.

[†]Daisuke Nakamura and [‡]Hideo Minamihara

[†]Graduate School of Engineering, Okayama University of Science.

[‡]Faculty of Engineering, Okayama University of Science.

回数とそのレベル x 以上のピーク値の比率は、帯域パラメータ ε_1 を用いることにより、

$$\gamma(x; \varepsilon_1) = \frac{e^{\frac{1}{2}x^2}}{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}} Q\left(\frac{x}{\varepsilon_1}\right) + Q\left(-x \frac{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}{\varepsilon_1}\right) \quad (7)$$

によって近似的に評価される⁵⁾。これにより、広帯域の周波数特性を有する信号についてもレベル交差情報に基づいてピーク値分布の評価が可能となり、次式のように定義できる。

$$p'_1(x; \varepsilon_1) \equiv -\frac{1}{M} \frac{\partial}{\partial x} \{\gamma(x; \varepsilon_1) N'(x)\} \quad (8)$$

そして、式 (8) に式 (3), (7) を代入することにより、1階微分波をガウス分布で近似した新たな広帯域非ガウス形のピーク値分布評価関数として次式が得られる。

$$p'_1(x; \varepsilon_1) = \left\{ (F_1(x) - xF_0(x)) Q\left(\frac{x}{\varepsilon_1}\right) + \sqrt{1-\varepsilon_1^2} e^{-\frac{1}{2}x^2} F_1(x) Q\left(-x \frac{\sqrt{1-\varepsilon_1^2}}{\varepsilon_1}\right) + \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2/\varepsilon_1^2} F_0(x) \right\} / F_0(0) \quad (9)$$

ここで、

$$F_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A(n) H_{n+1}(x)$$

$$F_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} A(n) H_n(x)$$

である。

式 (9) は振幅情報のみに基づく簡易表現であり、スペシャルケースとして周波数特性が狭帯域の場合には式 (5) と一致する。

3. 実験的考察

理論の正当性を確認するためにシミュレーション実験を行った。ここでは、広帯域非ガウス形信号を用い、従来のピーク値分布評価手法 ($n+m=3$ まで考慮) および本手法 ($n=3$ まで考慮) と実験値との比較を行った。その結果を図 1 に示す。

本手法 ($p'_1(x; \varepsilon_1)$) は、微分信号をガウス形で近似した簡易手法であるにも関わらず、微分情報の非ガウス性を考慮した従来法 ($p_1(x; \varepsilon_1)$) と共によく実験値を捉えていることから、本手法の有効性が確認できる。

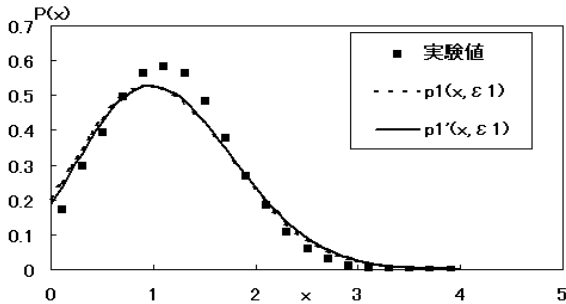


図 1: 広帯域ガウス信号のピーク値分布

表 1 は、各種のピーク値分布評価式より求めた理論値と実験値との 2 乗平均誤差 (MSE) の比較を行ったものである。この表においては、本手法がもっとも誤差が小さいことがわかる。

表 1: 従来法と本手法の誤差の比較 ($n+m=3$ まで考慮)

ピーク値分布	MSE
$p_N(x)$	0.0357
$p_0(x; \varepsilon_0)$	0.0399
$p_1(x; \varepsilon_1)$	0.0282
$p'_1(x; \varepsilon_1)$	0.0257

図 2 は、本手法と従来法の展開係数を変化させた場合の MSE を比較した結果である。図より、従来法では、反映させる展開係数が多いほど MSE が減少していくのに対し、本手法では、反映させる展開係数が少ない場合に MSE が小さくなる傾向がある。このことから、本手法では、特に展開係数の少ない簡易手法として有効であることがわかる。

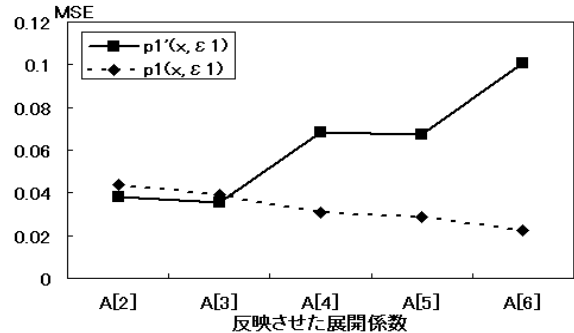


図 2: 本手法と従来法の展開係数ごとの MSE

図 3 は、ガウス分布を仮定した場合のピーク値分布の平均値 μ と原波形の L_{10} とを ε_1 との関係で求めた結果である。図より、狭帯域の場合はピーク値の平均と L_{10} はほぼ一致するが広帯域になるに従って差が大きくなることが確認できる。

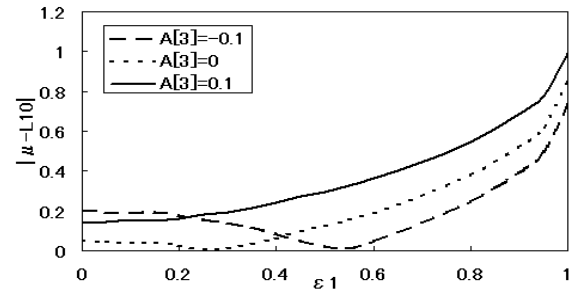


図 3: 平均値 μ と L_{10} の差と ε_1 との関係

4. 参考文献

- 1) J.Hamilton, Applied Ocean Research, Vol.15, No.6, pp. 373-380, (1994).
- 2) A.A.Gusev, Journal of Geophysical Research, Vol.101, No.B9, pp.20083-20090, (1996).
- 3) 南原, 西村, 太田, 音響学会誌, Vol. 37, No. 3, pp. 116-122, (1981).
- 4) A. Powell, J. Acoust. Soc. Am, Vol. 30, No. 12, pp. 1130-1135, (1958).
- 5) 中本, 南原, 太田, 電子情報通信学会誌 (A), Vol. J82 -A, No. 3, pp.471-481, (1999).