

# 多目的最適化問題のための 遺伝的局所探索法における優越関係に基づく解更新ルール

村田 忠彦<sup>†</sup> 界 外 志 織<sup>††</sup> 石 淵 久 生<sup>††</sup>

本論文では、多目的最適化問題のための局所探索法における優越関係に基づく解更新ルールを一般化する。多目的最適化問題の最適解として知られるパレート最適解を定義するための優越関係を局所探索において直接的に用いると、次の2つの解更新ルールが考えられる。1つは、現在の解をすべての目的関数において優越する解への解更新である。もう1つは、現在の解に対して劣解ではない解、すなわち、現在の解と非劣関係にある解または優越解への解更新である。前者の更新ルールでは、現在の解からの移動可能な解の範囲が、特に高次元の多目的最適化問題において、非常に狭くなる。一方、後者の更新ルールを用いた場合、移動可能な解の範囲が広すぎるため、現在の解が改悪される可能性がある。本論文では、これら2つの更新ルールを含めた解更新ルールを拡張するため、改善された目的関数の個数を用いる方法を提案する。提案手法は、既存の進化的アルゴリズムに適用可能であり、2~4目的のナップザック問題と3~5目的の連続関数テスト問題を用いて、提案手法の有効性を示す。

## Dominance Relation-Based Replacement Rules in Memetic Algorithms for Multiobjective Optimization Problems

TADAHIKO MURATA,<sup>†</sup> SHIORI KAIGE<sup>††</sup> and HISAO ISHIBUCHI<sup>††</sup>

In this paper, we extend the concept of the replacement rules based on the dominance relation in multiobjective optimization. The dominance relation defined in multiobjective optimization problems is used to find Pareto-optimal solutions, and each of them is a solution which is not dominated by other feasible solutions in all objectives to be optimized. When the dominance relation is employed directly in the local search (LS) for multiobjective optimization, there are two choices for the replacement rule. One is to replace a current solution with its dominating neighbor. The other is to replace the solution with its non-dominated neighbor. That is, the solution is replaced with its non-dominated solution. In the first rule, the movable area in the LS is very small when the number of objectives of the problem is large. On the other hand, it is too large to move efficiently with the latter rule. We generalize these extreme rules by taking into account the number of improved objectives in a candidate solution for LS. We propose an LS unit with the generalized replacement rules for existing EMO (Evolutionary Multiobjective Optimization) algorithms. It is applied to every generation produced by an EMO algorithm. Its effectiveness is shown on knapsack problems with two to four objectives and test problems with known Pareto-optimal surface with three to five objectives.

### 1. はじめに

Schaffer<sup>1)</sup>の研究以来、進化的アルゴリズムは、パレート最適解を求めるために、多くの多目的最適化問題に適用されてきた。ここで、パレート最適解とは、他の実行可能解にすべての目的関数において優越され

ることのないような解である<sup>2)</sup>。このようなパレート最適解を求めるための進化的アルゴリズムは、最近では、EMO (Evolutionary Multiobjective Optimization) アルゴリズムと呼ばれるようになってきている<sup>3),4)</sup>。EMO アルゴリズムの目的は、可能な限り多くのパレート最適解を探索することである。近年の研究<sup>5)~9)</sup>では、EMO アルゴリズムの設計において、パレートフロント上の解の多様性だけでなく、パレートフロントへの収束速度にも注意が払われるようになってきている。特に、Zitzler ら<sup>8)</sup>は、エリート解の利用により、パレートフロントへの収束速度が改善されることを報告

<sup>†</sup> 関西大学総合情報学部  
Faculty of Informatics, Kansai University

<sup>††</sup> 大阪府立大学大学院工学研究科  
Graduate School of Engineering, Osaka Prefecture University

している。

収束速度を改善するための1つの方法として、局所探索法をEMOアルゴリズムにハイブリッド化させることが考えられる。このようなハイブリッド化は単一目的最適化問題を対象として、多くの研究で取り組まれている<sup>10)~12)</sup>。そのようなハイブリッドアルゴリズムは、しばしば、Memeticアルゴリズムと呼ばれている<sup>13)~17)</sup>。この分野の紹介はMoscato<sup>13)</sup>を参考にされたい。

多目的最適化問題において、局所探索法を用いるためには、解の更新ルールを定義しなければならない。ここで、解の更新ルールとは、局所探索において、現在の解の近傍にある候補解のうち、どの候補解を移動先として認めるか、というルールである。多目的最適化問題における解の更新ルールには、次の2つが考えられる。1つは、スカラー化目的関数を用いた解更新ルールである。すなわち、優れたスカラー化目的関数値を持つ解に解更新が行われる局所探索である。もう1つは、パレート解を定義するために用いられる解の優越関係を利用した解更新ルールである。

解の優越関係を用いた解の更新ルールには、さらに、次の2つの場合が考えられる。1つは、現在の解をすべての目的関数において優越する解への解更新である。もう1つは、現在の解に対して劣解ではない解、すなわち、非劣解または優越解への解更新ルールである。前者の更新ルールでは、現在の解からの移動可能な解の範囲が、特に高次元の多目的最適化問題において、非常に狭くなる。一方、後者の更新ルールを用いた場合、局所探索において移動可能な範囲が広すぎるため、現在の解が改悪される可能性がある。本論文では、改善された目的関数の個数を用いて、移動可能な解の範囲の調整を行うことにより、これらの更新ルールの一般化を行う。

EMOアルゴリズムと局所探索法のハイブリッド化は、IshibuchiとMurata<sup>18),19)</sup>により初めて試みられ、多目的遺伝的局所探索法(MOGLS: Multi-Objective Genetic Local Search)と呼ばれている。ここでは、ランダムな重みを用いたスカラー化目的関数が親個体の選択と局所探索において用いられている。MOGLS<sup>18),19)</sup>の性能を改善するため、Jaszkiewicz<sup>20)</sup>やMurataら<sup>21)</sup>の研究では、親個体の選択方法の変更を行っている。JaszkiewiczのMOGLS<sup>20)</sup>では、親個体の選択と局所探索において、ランダムな重みに基づくスカラー化目的関数が同様に用いられているが、各世代の全個体を対象にしたルーレット選択を用いておらず、ある重みを用いたスカラー化目的関数値が優れている

上位数個体からランダムに親個体を選ぶ方法が用いられている。また、Murataら<sup>21)</sup>のセルラー-MOGLSでは、セルに割り当てられた重みを用いて、各セルの個体のスカラー化目的関数値を計算し、近傍のセルの個体のみを対象として親個体の選択を行う方法が採用されている。これらの選択操作は、EMOアルゴリズムにおける一種の交叉限定法と考えることができる。一方、Knowlesら<sup>22),23)</sup>は、以上のスカラー化目的関数を用いた局所探索法に対し、解の優越関係と目的関数空間のグリッド分割を用いて、解探索を行うMemetic PAES(M-PAES)を提案している。

スカラー化目的関数を用いた局所探索法と優越関係を用いた局所探索法の比較として、Murataら<sup>24)</sup>は、識別システム構築を対象とした比較を行っており、スカラー化目的関数の方が優れていると報告している。また、Ishibuchiら<sup>25)</sup>は、スケジューリング問題に対して、同様の結果を報告している。

このように、組合せ最適化問題においては、スカラー化目的関数を用いた局所探索法の有効性が示されているが、スカラー化目的関数を用いた探索手法は、目的の重みの設定方法が困難であることや、パレート最適曲面が非凸の場合に、凸部分のパレート最適解しか抽出できない問題があることから、実装の際には注意が必要であることが知られている。このような問題点に対処するため、解の優越関係を用いた局所探索法の改善が待たれている。本論文では、解の優越関係に基づく解更新ルールを一般化し、優越関係に基づく解更新ルールを用いた局所探索手法を提案する。

以下に本論文の構成を示す。まず、2章では、優越関係に基づく解更新ルールの拡張方法に関する最近の研究を紹介する。次に、3章では、改善された目的関数の個数を用いた提案手法を説明する。さらに、4章では、提案手法が既存のEMOアルゴリズムと容易にハイブリッド化できることを示す。次に5章で2~4目的のナップザック問題と3~5目的の連続関数テスト問題を用いて、提案手法が高性能な既存のEMOアルゴリズムの探索性能をさらに向上させられることを示す。最後に、提案手法における問題点と今後の研究課題を6章でまとめる。

## 2. 優越関係を用いた局所探索法

### 2.1 多目的最適化問題における解の優越関係

一般的に、すべての目的が最大化であるような $N$ 目的最大化問題は次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \text{Max.} \quad & \mathbf{z} = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_N(\mathbf{x})) \quad (1) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{x} \in X \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、 $z$  は  $N$  個の目的関数を持つ目的関数ベクトルである。また、 $x$  は決定変数ベクトル、 $X$  は解の実行可能領域である。このような多目的最適化問題での最適解を定義するため、2つの解  $x, y \in X$  の優越関係は、一般的に次のように定義される<sup>2)</sup>。

$$f_i(x) \geq f_i(y) \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (3)$$

$$f_i(x) > f_i(y) \quad \exists i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (4)$$

ここで、 $x$  はすべての目的関数において、 $y$  と等しいか優れており、少なくとも1つの目的関数において優れている。上のような関係にあるとき、 $x$  は  $y$  を優越する、と定義される。このような優越関係に基づいて、 $x$  を優越する解が実行可能領域  $X$  に存在しないとき、 $x$  はパレート最適解とよばれる<sup>2)</sup>。一般に、このようなパレート最適解は複数になることが多く、多目的最適化問題における解探索は、パレート最適解集合の探索となる。

### 2.2 優越関係に基づく解更新ルール

多目的最適化問題のパレート最適解集合探索において、局所探索を用いるためには、解更新ルールを定めなければならない。本論文では、解の優越関係に基づく解更新ルールを用いた局所探索法の性能を向上させるため、優越関係を用いた解更新ルールの一般化を行う。

まず、式 (3)、(4) の優越関係を直接的に用いた解の更新ルールには、次のような2種類の解更新ルールが考えられる。

#### ① 優越解への移動

$x$  を優越する解 (優越解) への移動

#### ② 優越されない解への移動

$x$  に優越されない解 (非劣解および優越解) への移動

図1に2目的最大化問題の場合の、現在の解  $x$  と移動可能領域の関係を示す。図1の斜線部 (領域 A) は、現在の解  $x$  に対する優越解の集合である。解更新ルール ① により、領域 A の解への移動が行われる。一方、解更新ルール ② により、領域 A~C の解への移動が行われる。一般に目的関数が  $N$  個のとき、 $x$  からの移動可能空間の数は  $2^N$  個となる (図1の場合は  $2^2 = 4$  個)。このとき、すべての目的関数が優れている優越解が存在する空間は1つである。したがって、目的関数の数が増えるにつれて、ルール ① が適用可能な優越解の存在する空間の割合は、指数関数的に少なくなる。一方、ルール ② を適用するとき、移動可能な解空間の数は  $2^N - 1$  個となる。したがって、ほとんどの空間の解が移動可能な解として受け入れられ

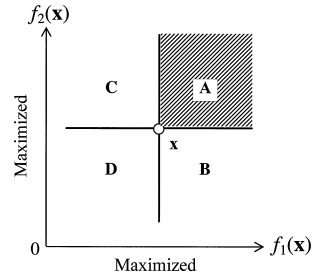


図1 優越関係による移動可能領域

Fig. 1 The area of candidate solutions which replace the current solution  $x$  by the dominance relation.

ることになる。

このような移動可能空間の広さに関する問題に対処するためいくつかの方法が提案されている<sup>23),26),27)</sup>。図2、図3、図4を用いて、これらの方法を説明する。Knowlesら<sup>23)</sup>は、候補解が、現在の解を優越するか、すでに得られている非劣解集合を優越する場合、候補解への移動を許す更新ルールを提案している。図2に2目的最大化問題の例を示す。局所探索の初期解  $x$  を、すでに得られている非劣解集合を表している。図の斜線部が、現在の解からの移動可能領域となる。

また、Ikedaら<sup>26)</sup>は、ある目的が少々劣っても、他の目的が大きく改善されるなら、優越解であると定義する「 $\alpha$ -優越」を提案している。図3の斜線部は、「 $\alpha$ -優越」による移動可能領域を示している。たとえば、目的関数  $f_1$  が  $\beta$  だけ改悪されたとしても、もう一方の目的関数  $f_2$  の改善量が  $\gamma$  以上であるとき、優越であると定義している。

上述の2つの方法が現在の解の移動可能領域を広げる拡張であるのに対して、Laumannsら<sup>27)</sup>は、各目的関数における少しの改善を優越と見なさない「 $\epsilon$ -優越」という定義を提案している。図4の斜線部は「 $\epsilon$ -優越」による移動可能領域を示している。つまり、「 $\epsilon$ -優越」では、各目的が少なくとも  $\epsilon$  以上改善されなければ優越と見なされない。この定義は、連続なパレートフロント上に存在する無限のパレート最適解の有限化を試みているため、優越解領域を狭めている。結果として  $x$  と非劣な関係にある領域の形状が変化している。

図2~図4が示すように、これらの方法は、多目的最適化問題における優越関係の拡張を試みている。それぞれに利点があるが、より多くの計算量や新たなパラメータを必要とする点に注意を要する。すなわち、図2の手法では、候補解と現在の非劣解集合との比較の計算を必要とし、図3の手法では、各目的関数ごと

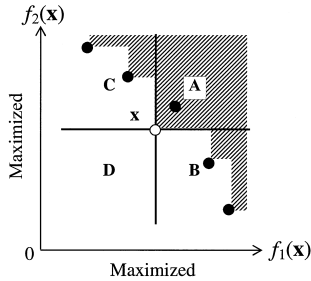


図 2 Knowles ら<sup>23)</sup>の方法による移動可能領域

Fig. 2 The area of candidate solutions which replace the current solution  $x$  by Knowles & Corne's method<sup>23)</sup>.

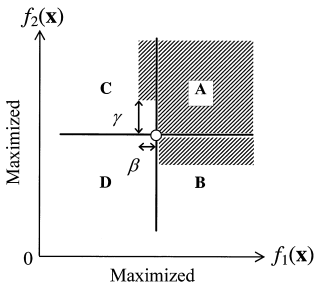


図 3  $\alpha$ -優越<sup>26)</sup>による移動可能領域

Fig. 3 The area of candidate solutions which replace the current solution  $x$  by the  $\alpha$ -dominance<sup>26)</sup>.

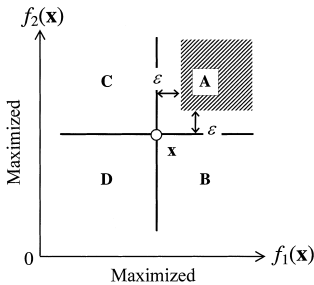


図 4  $\epsilon$ -優越<sup>27)</sup>による移動可能領域

Fig. 4 The area of candidate solutions which replace the current solution  $x$  by the  $\epsilon$ -dominance<sup>27)</sup>.

に許容改善量  $\beta$  とそれに対する各目的の目標改善量  $\gamma$  の組合せを事前に設定する必要がある。また、図 4 の方法では、パラメータ  $\epsilon$  を大きく設定すると、真のパレートフロントから離れた解しか得られなくなる。一方、 $\epsilon$  を小さく設定すると、移動可能空間の広さの調整の効果は得られなくなる。本研究では、改善された目的関数の個数をカウントすることにより、余分の計算量や改善量・改善量などのパラメータを必要としない優越関係の拡張方法を提案する。

### 3. 改善個数を用いた優越関係による解更新ルール

本章では、改善された目的関数の個数を用いた優越関係に基づく解更新ルールの提案を行う。図 5 の 3 目的最大化問題を例として、提案手法を説明する。図 5 は、現在の解  $x$  から移動可能な 8 つの空間を示している。空間 A のすべての解は、 $x$  を優越している。一方、空間 H の解は、 $x$  に優越されている。したがって、優越解のみへの解更新ルール ① (2.2 節参照) は、8 つの空間のうち 1 つの空間への移動しか許さない。一方、劣解でない解への解更新ルール ② では、空間 H 以外の 7 つの空間への移動が許される。したがって、目的関数が  $N$  個のとき、これら 2 つの解更新ルールにおいて、移動可能な解空間の数は、それぞれ 1 と  $(2^N - 1)$  であることが分かる。このようにそれぞれの更新ルールにおいて移動可能な空間の個数が、総空間数  $(2^N)$  と比較して、とても少ないが、ほとんど変わらないことが分かる。

移動可能空間数が極端になるこのような問題に対処するため、改善される目的関数の数を考慮する。たとえば、図 5 の例では、空間 A の解は、現在の解  $x$  に比べて 3 つの目的関数を改善している。一方、空間 H の解は、どの目的関数も改善していない。また、空間 B, C, E の解は 3 つの目的関数のうち、いずれか 2 つを改善している。一方、空間 D, F, G の解は、1 つの目的関数だけを改善している。

このように、改善される目的関数の個数 (改善個数) に着目することにより、改善個数が  $d$  以上の空間の解への移動を認める解更新ルールを考えることができる。改善個数が  $d$  以上の解空間の個数  $S_d$  は次のように表される。

$$S_N = {}_N C_N = 1 \tag{5}$$

$$S_{N-1} = {}_N C_{N-1} + S_N = N + 1 \tag{6}$$

$$S_{N-2} = {}_N C_{N-2} + S_{N-1} = \frac{N^2 + N + 2}{2} \tag{7}$$

⋮

$$S_1 = {}_N C_1 + S_2 = 2^N - 1 \tag{8}$$

この解更新ルールは、2.2 節で示した 2 つの解更新ルールを特別な場合として含んでいる。すなわち「① 優越解への更新ルール」は改善個数が  $d = N$  の場合に、「② 優越されない解への更新ルール」は改善個数が  $d = 1$  以上の場合に対応している。

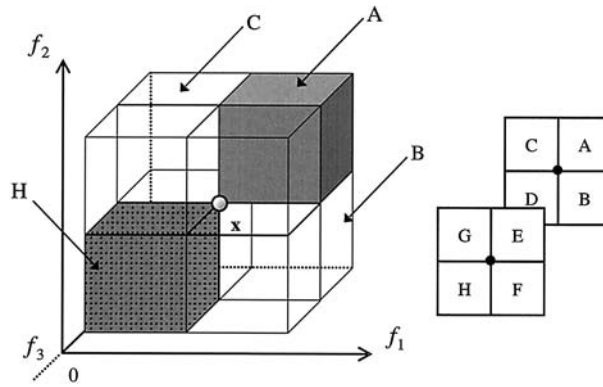


図 5 3 目的最適化問題の場合の現在の解に対する移動可能な 8 つの空間

Fig. 5 Eight possible spaces for the current solution in the case of three-objective problems.

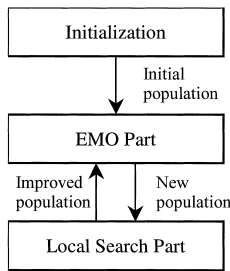


図 6 EMO アルゴリズムと提案手法の関係

Fig. 6 Generic form of our local search part and EMO part.

#### 4. 提案手法の EMO アルゴリズムへの導入

図 6 は、EMO アルゴリズムに局所探索法を導入した Memetic アルゴリズムにおける解集合の移動を示している。初期化された解集合が EMO Part において選択・交叉・突然変異などの遺伝的操作を施され、新たな解集合として Local Search Part に渡される。Local Search Part において改良された解集合は EMO Part に戻され、遺伝的操作を施される。遺伝的操作により新たに生成された解集合は再び Local Search Part に渡される。このように EMO Part と Local Search Part が連携することにより、パレート最適解集合の探索が行われる。提案した解更新ルールを用いた局所探索法はこの図の Local Search Part として用いることができる。すなわち、固有の遺伝的操作を持つ既存の EMO アルゴリズムに対して自由に適用することが可能である。具体的には次のような手順で導入する。

##### [ 提案手法 ]

EMO アルゴリズムの個体群サイズを  $N_{pop}$  とする。EMO アルゴリズムの遺伝的操作により得られた  $N_{pop}$

個の個体に対して、次の手順で局所探索を行い、新たに得られた  $N_{pop}$  個の個体を次の遺伝的操作の対象とする。

- Step 1:  $N_{pop}$  個の個体群からランダムに 2 つの個体を選択する。
- Step 2: 2 つの個体の目的関数を比較し、優れている目的関数の個数の多い個体を選択する。優れている目的関数の個数が同数の場合は、2 つの個体のいずれかをランダムに選択する。
- Step 3:  $N_{pop}$  個の個体群から別の個体を選択し、Step 2 に戻る。t 個の個体が比較されるまで、繰り返す。
- Step 4: Step 1 ~ Step 3 により、選択された個体に対して、確率  $p_{LS}$  で局所探索を行う。局所探索を行う場合は、 $n = 0$  として Step 5 へ進む ( $n$  は近傍探索回数)。行わない場合は、Step 7 へ進む。
- Step 5: 現在の個体の近傍個体を生成し、目的関数値を求める。 $n$  を 1 つ繰り上げる。生成された近傍個体により改善された目的関数の個数をカウントする。
- Step 6: 目的関数の改善個数が  $d$  以上のときは、現在の個体を近傍個体に更新し、 $n = 0$  として Step 5 に戻る。 $d$  未満かつ  $n < k$  の場合、個体を更新せず、Step 5 に戻る。 $k$  個の近傍個体の中で改善個数が  $d$  以上の個体がない場合 ( $n \geq k$  の場合)、局所探索を終了し、Step 7 へ進む。
- Step 7:  $N_{pop}$  個の個体が選択されるまで、Step 1 に戻る。

上記の提案手法の特徴を以下に示す。

まず、Step 1 ~ Step 3 のトーナメント選択では、改

善された目的関数の個数を考慮に入れた優越関係に基づく比較が行われている。すなわち、 $t$  個の候補解が順番に比較されることにより、最終的に優れた目的関数の個数の多い解が選択される。なお、単一目的でのトーナメント選択では、 $N_{pop}$  個の個体群からとられた  $t$  個の解の中で最良のものが選択されるが、提案手法のトーナメント選択では、複数個の目的を取り扱うため、同じ  $t$  個の個体が選択されたとしても、選択される順が異なれば、最終的に選ばれる個体が異なることに注意が必要である。

次に、Step 4 で局所探索が行われるとき、局所探索により更新された個体が、次の個体群に含まれることになる。一方、局所探索が適用されない場合、Step 1 ~ Step 3 のトーナメント選択により選択された個体が次の個体群に含まれる。

また、Step 4 において、局所探索は確率  $p_{LS}$  で適用される。これにより、局所探索にかかる計算量を軽減できる。

さらに、提案手法では、Step 6 において、 $k$  個の近傍個体の中で優れた個体がない場合に、局所探索を終了している。これにより、局所最適解の終了判定のための計算量を軽減している。

上記のような特徴を持つ手続きにより、提案手法は既存の EMO アルゴリズムに適用可能となる。本論文では、現在、高性能の EMO アルゴリズムとして知られている SPEA<sup>6)</sup> と NSGA-II<sup>9)</sup> に提案手法を適用し、局所探索の有効性を検討する。

## 5. 数値実験

### 5.1 テスト問題と EMO アルゴリズム

本論文では、2~4 目的のナップザック問題<sup>6)</sup> および、3~5 目的の連続関数テスト問題<sup>28)</sup> を用いて、提案手法の有効性を検討する。ナップザック問題は、インターネット上 (<http://www.tik.ee.ethz.ch/~zitzler/>) に公開されており、多くの EMO アルゴリズムの性能評価のベンチマークテストとして用いられている。一方、Deb ら<sup>28)</sup> の数値例は、EMO アルゴリズムの性能を目的数が 3 以上の問題で評価するために設計された連続関数テスト問題である。

本論文では、高性能であることが知られている代表的な EMO アルゴリズムとして SPEA<sup>6)</sup> と NSGA-II<sup>9)</sup> を用いる。これらのアルゴリズムに提案手法の局所探索法を導入し、探索性能を向上させられることを示す。提案手法において、3 目的最適化問題では目的関数の改善個数は  $d = 1, 2, 3$  を、4 目的最適化問題では  $d = 1, 2, 3, 4$  を、5 目的最適化問題では  $d = 1, 2, 3, 4, 5$

を用いた。したがって、3 目的最適化問題、4 目的最適化問題、5 目的最適化問題では、それぞれ、局所探索を用いない EMO アルゴリズムを含めて 4, 5, 6 つの手法の比較を行った。

### 5.2 非劣解比較指標

パレート最適解集合を求めるアルゴリズムの性能比較は、得られた非劣解集合の比較により行われる。非劣解集合の比較を行うためには、次の 2 つの点に注意して行わなければならない<sup>2)</sup>。

1) パレート最適解集合への収束性

2) 解集合の多様性

1 点目のパレート最適解集合への収束性については、2 目的最適化問題の場合は、得られた非劣解集合の図示により、観察可能であるが、3 目的以上の問題では、解集合の図示は困難である。また、パレート最適解集合が未知の最適化問題の場合、その収束性を論じることができない。そのような場合、各アルゴリズムで得られた非劣解集合を比較することにより、どちらの非劣解集合がよりパレート最適解集合に近いかを判断する。本論文では、被覆率<sup>6)</sup> を用いてパレート最適解への収束性を判断する。ある 2 つのアルゴリズムにより得られた非劣解集合を  $X', X'' \in X$  とするとき、被覆率は次のように定義される。

$$C(X', X'') = \frac{|\{a'' \in X'' \mid \exists a' \in X': a' \succeq a''\}|}{|X''|} \quad (9)$$

すなわち、被覆率は  $X''$  の非劣解が  $X'$  の非劣解に優越される割合を示している。したがって、 $C(X', X'') = 1$  は、 $X''$  に含まれる非劣解のすべてが、 $X'$  の非劣解と同じか優越されることを示している。一方、 $C(X', X'') = 0$  は、 $X''$  に含まれる非劣解は、 $X'$  の非劣解に優越されないことを示している。ここで、 $C(X', X'')$  は  $C(X'', X')$  と必ずしも等しくないため、両者を考慮する必要がある。

被覆率は、広がりを持ったパレート最適解集合ほど多くの解を優越することができるため、解集合の相対的な広がりを考慮に入れた評価指標であるが、上述した評価項目の 2 点目の「多様性」の評価の際には、「広がり」だけでなく、解の「散らばり」も考慮に入れる必要がある。まず、非劣解集合の絶対的な「広がり」を計算するため、非劣解集合  $X'$  の各目的の最大値と最小値を用いて生成される超直方体の対角距離  $D$  を次式を用いて計算する<sup>29)</sup>。

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \max_{j=1}^{|X'|} f_i(x_j) - \min_{j=1}^{|X'|} f_i(x_j) \right)^2}$$

where  $x_j \in X'$ , for  $j = 1, 2, \dots, |X'|$  (10)

さらに「散らばり」を考慮に入れるため、非劣解集合  $X'$  における非劣解  $x_j$  と他の非劣解の目的関数値の差の絶対値の和の最小値  $d_j$  の標準偏差  $S$  を次式により計算する<sup>30)</sup>。

$$S = \sqrt{\frac{1}{|X'|} \sum_{j=1}^{|X'|} (d_j - \bar{d})^2}$$

where  $d_j = \min_{x_k \in X' \wedge k \neq j} \sum_{i=1}^N |f_i(x_j) - f_i(x_k)|$  (11)

なお、式 (10), (11) の多様性に関する評価指標は、各非劣解集合ごとに求められる値となっている。

上記のような収束性、広がり、散らばりを考慮に入れた評価指標を用いて、得られた非劣解集合に関する考察を行う。

### 5.3 多目的ナップザック問題

0/1 ナップザック問題は、アイテムの集合、各アイテムの重量と価値、ナップザックの制限容量で構成されている。アイテムの総重量をナップザックの制限容量内にとどめながら、アイテムの価値の総和が最大になるようにアイテムを選択する問題である。Zitzler ら<sup>6)</sup> は、 $m$  個のアイテムを持つ単目的ナップザック問題を、ナップザック数を  $N$  個に増やした  $N$  目的最適化問題に拡張している。ここで、 $p_{ij}$  をナップザック  $i$  でのアイテム  $j$  の価値、 $w_{ij}$  をナップザック  $i$  でのアイテム  $j$  の重さ、 $c_i$  をナップザック  $i$  の制限容量とする。決定変数ベクトル  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  により、 $m$  個のアイテムの選択を表す。すなわち、 $x_j = 1$  と  $x_j = 0$  はそれぞれ、アイテム  $j$  が選択されるか、選択されないかを表している。このような表記を用いて、 $N$  個のナップザックを持つ  $N$  目的最適化問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Max. } f_i(x) &= \sum_{j=1}^m p_{ij} \cdot x_j \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N \\ \text{s.t. } x &\in \{0, 1\}^m \quad \text{and} \quad \sum_{j=1}^m w_{ij} \cdot x_j \leq c_i \\ &\text{for } i = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 $f_i(x)$  は各ナップザックの価値を表している。決定変数ベクトル  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  の要素は、ナップザックによらず共通であるため、すべてのナップザックで同じアイテムが選択されることになる。すなわち、 $N$  個のナップザックの価値を同時に最大にするようなアイテムの組合せを求めることが、この問題の目的である。

表 1 EMO アルゴリズムのパラメータ  
Table 1 Parameter settings for EMO algorithms.

(# of objectives, # of items)	# of evaluations	Population size	Secondary population size in SPEA
(2, 750)	125 000	250	100
(3, 250)	100 000	200	80
(3, 500)	125 000	250	100
(3, 750)	150 000	300	120
(4, 250)	125 000	250	100
(4, 500)	150 000	300	120
(4, 750)	175 000	350	140

インターネット上で公開されている問題は、アイテム数が 100, 250, 500, 750 の 2~4 目的ナップザック問題である。SPEA と NSGA-II を用いて、提案手法の有効性を検討する。インターネット上に公開されている情報に基づいて、表 1 のパラメータを用いて実験を行った。また、予備実験により、一点交叉の交叉確率を 0.8、ビット反転を用いた突然変異の各ビットの突然変異確率を 0.01 とした。さらに、局所探索において、トーナメントサイズを  $t = 6$ 、局所探索確率を  $p_{LS} = 0.1$ 、局所探索停止条件を  $k = 3$  とした。これらの局所探索のパラメータは、SPEA と NSGA-II のどちらに対しても、同じものを用いた。上述のパラメータを用いて実装した各アルゴリズムにより、30 の異なる初期個体群に対して探索を行った。同じ初期個体群をもとに得られた非劣解集合を比較し、被覆率の平均を求めた。2~4 目的のナップザック問題に対して得られた結果を以下に示す。

#### 5.3.1 2 目的ナップザック問題

2 目的最適化問題に対しては、各手法により得られた非劣解集合を図示することができる。ただし、2 目的最適化問題では、提案手法の目的数を考慮した局所探索法は、 $d = 2$  で優越解への更新ルール、 $d = 1$  で非劣解と優越解への更新ルールとなる。したがって、2 目的最適化問題では、提案手法のトーナメント選択や局所探索の終了条件などの基本構成の有効性を検討する。各手法を 30 回適用して得られた 30 の異なる非劣解集合を、50%-達成曲面<sup>31)</sup>を用いて図示する。50%-達成曲面は、複数回実行して得られた最良の非劣解曲面と最悪の非劣解曲面の平均の曲面を表している。

図 7 と図 8 に SPEA と NSGA-II とそれぞれの手法に  $d = 2$  の提案手法を導入して得られた 50%-達成曲面を示す。図の縦軸と横軸はそれぞれ 2 つのナップザックの総価値を表している。提案手法により、非劣解集合の中央部の解の優越解領域への達成曲面が改善されていることが分かる。これは、優越解方向の解更

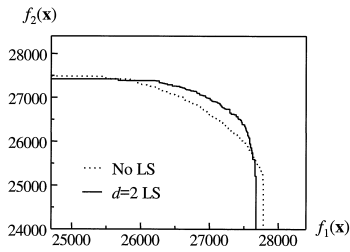


図 7 SPEA と局所探索を用いた SPEA により得られた 50%-達成曲面

Fig. 7 50%-attainment surface obtained by SPEA with/without local search.

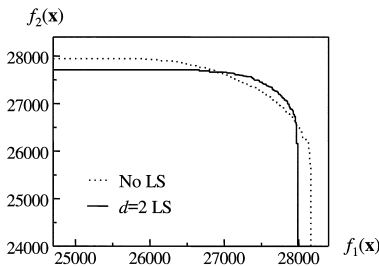


図 8 NSGA-II と局所探索を用いた NSGA-II により得られた 50%-達成曲面

Fig. 8 50%-attainment surface obtained by NSGA-II with/without local search.

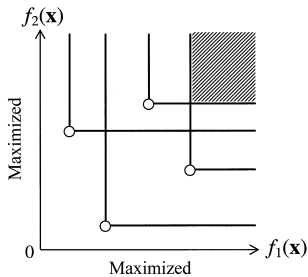


図 9 優越解方向への探索領域

Fig. 9 Examined areas by the replacement rule to dominating solutions.

新ルールを用いた局所探索の探索領域の重複が理由であると考えられる．図 9 にその一例を示す．図 9 の斜線部は、4 つの解に  $d = 2$  の更新ルールが適用された場合に重複する探索領域を示している．この図から分かるように、優越解への更新ルールを用いた局所探索法では、図の斜線部の領域への探索がより多く行われる．その結果、図 7 と図 8 のように非劣解集合の中央部の解の優越解領域への探索が重点的に行われ、非劣解集合の端の方への探索が弱まることになる．

さらに、 $d = 1$  の提案手法を用いた実験を行ったが、局所探索を用いない EMO アルゴリズムを上回る達成曲面は得られなかった．これは、Ishibuchi ら<sup>25)</sup> が指

表 2 3 目的問題に対する SPEA と局所探索を用いた SPEA の結果

Table 2 SPEA and its variants for 3-objective problems (250, 500 and 750 items).

	No LS	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$
No LS	-	0.0311	0.0088	0.0179
$d = 1$	0.7444	-	0.1960	0.2123
$d = 2$	0.8437	0.5142	-	0.3671
$d = 3$	0.8044	0.4484	0.2796	-

表 3 3 目的問題に対する NSGA-II と局所探索を用いた NSGA-II の結果

Table 3 NSGA-II and its variants for 3-objective problems (250, 500 and 750 items).

	No LS	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$
No LS	-	0.0961	0.0862	0.1147
$d = 1$	0.4373	-	0.2274	0.2369
$d = 2$	0.4797	0.3283	-	0.3127
$d = 3$	0.4466	0.3326	0.2473	-

摘しているように、非劣解方向への解更新ルールを用いた複数回の移動が劣解への移動につながる可能性があるためと考えられる．

### 5.3.2 3 目的のナップザック問題

3 目的以上の問題に対しては、5.2 節で示した被覆率と広がり、散らばりを用いて各手法により得られた非劣解集合を比較する．提案手法には、 $d = 1, 2, 3$  の更新ルールを用いた．まず、表 2 と表 3 に、各手法により得られた非劣解集合を被覆率を用いて比較した結果を示す．3 目的のナップザック問題には、250 アイテム、500 アイテム、750 アイテムの 3 種類の問題があり、各問題において同じ初期個体群から探索をはじめて得られた非劣解集合の被覆率を平均した．したがって、表中の値は  $90 (= 30 \times 3)$  試行の平均を表している．

表 2 と表 3 の第 2 列は、局所探索を用いない EMO アルゴリズム (No LS) により得られた非劣解集合が、局所探索を用いたアルゴリズムにより得られた非劣解集合にどれくらい覆われているかを示している．たとえば、表 2 の第 2 列の 4 行目の 0.8437 は、SPEA を 30 回試行して得られた非劣解のうち 84.37% の解が、 $d = 2$  の局所探索法を用いた SPEA の非劣解により優越されていることを示している．一方、第 4 列の 2 行目の値から、 $d = 2$  の局所探索法を用いて得られた非劣解では、0.88% の解しか SPEA の非劣解に優越されていないことが分かる．表 2 と表 3 の結果から、 $d = 2$  の局所探索法を用いた EMO アルゴリズムが、局所探索法を用いないアルゴリズムや  $d = 1, 3$  の局所探索法を用いたアルゴリズムより優れた非劣解集合を得ていることが分かる．これは、提案手法において、



表 4 広がり と 散らばり (3 目的 250 アイテム問題)

Table 4 Spread and spacing (3 objectives and 250 items).

	SPEA		NSGA-II	
	Spread	Spacing	Spread	Spacing
No LS	2040.7	59.8	1782.3	48.0
$d = 1$	1818.5	54.4	1063.0	52.5
$d = 2$	1803.1	53.9	1018.2	51.7
$d = 3$	1818.5	49.4	980.2	62.2

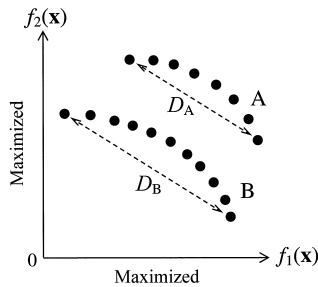


図 10 解集合の優越関係と広がり

Fig. 10 Dominance relation and spread of solution sets.

改善された目的関数の個数を導入した局所探索を用いることにより、適切な解空間の中から局所探索が行われることの有効性を示している。

また、表 4 に各手法を 3 目的 250 アイテム問題に適用して得られた非劣解の広がり (Spread) と散らばり (Spacing) の平均値を示す。表 4 より、局所探索を用いた手法と局所探索を用いない EMO アルゴリズムとを比較した場合、広がりが狭いことが分かる。この場合、それぞれの手法により得られた非劣解集合は、図 10 のような関係になっていると考えられる。図 10 において、解集合 A, B はそれぞれ、広がり  $D_A, D_B$  を持ち、解集合 A は解集合 B を優越している。このとき、解集合の広がりについては、 $D_A < D_B$  となっている。表 2~表 4 から、提案手法を用いたアルゴリズムにより、解集合 A のような解が得られていると考えられる。

詳細の結果は省略するが、アイテム数の多い問題ほど、提案手法の効果が明らかであった。すなわち、250 アイテム問題より 500 アイテム問題、500 アイテム問題より 750 アイテム問題において、局所探索を用いたアルゴリズムの非劣解が、局所探索を用いないアルゴリズムにより得られた非劣解の多くを優越していた。

5.3.3 4 目的ナップザック問題

提案手法のパラメータ  $d$  を  $d=1 \sim 4$  にした以外は、前項と同様にして得られた 4 目的ナップザック問題の被覆率の値を表 5 と表 6 に示す。表 5 の第 2 列と第

表 5 4 目的問題に対する SPEA と局所探索を用いた SPEA の結果

Table 5 SPEA and its variants for 4-objective problems (250, 500 and 750 items).

	No LS	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
No LS	—	0.0038	0.0010	0.0001	0.0012
$d = 1$	0.8820	—	0.1488	0.1369	0.1697
$d = 2$	0.9353	0.4231	—	0.2394	0.2904
$d = 3$	0.9299	0.4356	0.2792	—	0.2976
$d = 4$	0.9161	0.3756	0.2122	0.2011	—

表 6 4 目的問題に対する NSGA-II と局所探索を用いた NSGA-II の結果

Table 6 NSGA-II and its variants for 4-objective problems (250, 500 and 750 items).

	No LS	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
No LS	—	0.0431	0.0114	0.0114	0.0155
$d = 1$	0.4701	—	0.1165	0.1233	0.1112
$d = 2$	0.5898	0.3736	—	0.2418	0.2475
$d = 3$	0.5719	0.3551	0.2214	—	0.2122
$d = 4$	0.6022	0.3643	0.2447	0.2325	—

表 7 広がり と 散らばり (4 目的 250 アイテム問題)

Table 7 Spread and spacing (4 objectives and 250 items).

	SPEA		NSGA-II	
	Spread	Spacing	Spread	Spacing
No LS	2135.4	105.0	1852.3	66.5
$d = 1$	1745.2	85.7	1005.0	65.5
$d = 2$	1712.2	80.7	962.1	63.5
$d = 3$	1687.1	81.5	942.4	59.6
$d = 4$	1706.4	76.2	912.8	58.4

2 行の各値より、SPEA のパレート最適解集合への収束性が局所探索により大幅に向上していることが分かる。また、NSGA-II の性能も局所探索により向上していることが分かる。SPEA と NSGA-II のいずれにおいても  $d = 1$  の更新ルールを用いた方法は、 $d = 2, 3$  の更新ルールを用いた手法よりも劣っている。これは、すべての非劣解への更新を認めた更新ルールより移動空間を限定した提案手法が優れていることを示している。一方、4 目的ナップザック問題においては、 $d = 4$  の更新ルール (優越解への更新ルール) と  $d = 2, 3$  の更新ルールに大きな違いは見られなかった。

前項と同様に、250 アイテム問題に対して得られた広がり と 散らばりの平均値を表 7 に示す。3 目的問題の場合と同様の特徴を持つ解集合が得られていることが分かる。

5.4 連続関数テスト問題

EMO アルゴリズムの性能を目的数が 3 以上の問題で評価するために、Deb ら<sup>28)</sup> は、次のような指針に基づいて連続関数テスト問題を設計している。

- (1) 容易に設計できること

- (2) 決定変数の数を自由に変更できること
- (3) 目的関数の数を自由に変更できること
- (4) パレート最適解集合の形状と位置が正確に分かること
- (5) パレート最適解へのたどりつきやすさが調整可能であること

このような設計指針に基づいて作成された3つの連続関数テスト関数(DTLZ1, DTLZ2, DTLZ7)を用いる<sup>28)</sup>。以下に、テスト問題の詳細を示す。

[ DTLZ1 ]

DTLZ1は単純な多目的最適化問題として、線形なパレートフロントを持つテスト問題である。次式により、 $N$  目的のテスト問題が定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Min. } f_1(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}x_1x_2 \cdots x_{N-1}(1 + g(\mathbf{x}_N)) \\ \text{Min. } f_2(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}x_1x_2 \cdots (1 - x_{N-1})(1 + g(\mathbf{x}_N)) \\ &\vdots \\ \text{Min. } f_{N-1}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}x_1(1 - x_2)(1 + g(\mathbf{x}_N)) \end{aligned}$$

$$\text{Min. } f_N(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(1 - x_1)(1 + g(\mathbf{x}_N))$$

s.t.  $0 \leq x_j \leq 1$ , for  $j = 1, 2, \dots, m$  (13)

ここで、 $\mathbf{x}_N$  は、 $n$  個の要素を持つベクトルである。関数  $g$  には、正の値域を持つ関数であれば、どんな関数でも用いることができるが、文献 28) では、次の関数が提案されている。

$$g(\mathbf{x}_N) = 100 \times (|\mathbf{x}_N| + \sum_{x_j^* \in \mathbf{X}_N} \{ (x_j^* - 0.5)^2 - \cos(20\pi(x_j^* - 0.5)) \}) \quad (14)$$

したがって、決定変数の数は、 $(N - 1 + n)$  個となる。この  $N$  目的最小化問題では、 $x_j^* = 0.5 (x_j^* \in \mathbf{x}_N)$  のとき、 $N$  次元超平面  $\sum_{i=1}^N f_i^* = 0.5$  上にパレート最適解が得られる。図 11 に 3 目的の場合のパレートフロントを示す。

[ DTLZ2 ]

DTLZ2は、図 12 のような球面のパレートフロントを持つ最適化問題である(3 目的の場合)。次のように定式化される。

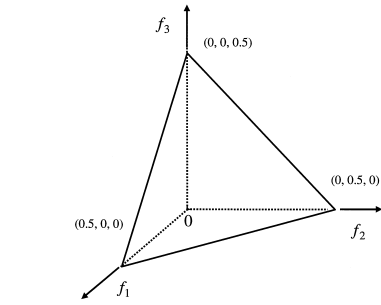


図 11 3 目的 DTLZ1 のパレートフロント  
Fig. 11 Pareto-front of DTLZ1 (three-objective problem).

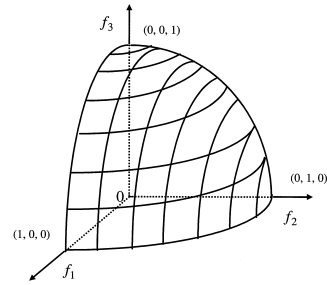


図 12 3 目的 DTLZ2 のパレートフロント  
Fig. 12 Pareto-front of DTLZ2 (three-objective problem).

$$\begin{aligned} \text{Min. } f_1(\mathbf{x}) &= (1 + g(\mathbf{x}_N)) \cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \cdots \\ &\quad \cos\left(\frac{\pi}{2}x_{N-2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{2}x_{N-1}\right) \\ \text{Min. } f_2(\mathbf{x}) &= (1 + g(\mathbf{x}_N)) \cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \cdots \\ &\quad \cos\left(\frac{\pi}{2}x_{N-2}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}x_{N-1}\right) \\ \text{Min. } f_3(\mathbf{x}) &= (1 + g(\mathbf{x}_N)) \cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \cdots \\ &\quad \sin\left(\frac{\pi}{2}x_{N-2}\right) \\ &\quad \vdots \\ \text{Min. } f_{N-1}(\mathbf{x}) &= (1 + g(\mathbf{x}_N)) \cos\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \sin\left(\frac{\pi}{2}x_2\right) \\ \text{Min. } f_N(\mathbf{x}) &= (1 + g(\mathbf{x}_N)) \sin\left(\frac{\pi}{2}x_1\right) \\ \text{s.t. } 0 \leq x_j \leq 1, \quad &\text{for } j = 1, 2, \dots, m \\ \text{where } g(\mathbf{x}_N) &= \sum_{x_j^* \in \mathbf{X}_N} (x_j^* - 0.5)^2 \quad (15) \end{aligned}$$

この  $N$  目的最小化問題では、 $x_j^* = 0.5 (x_j^* \in \mathbf{x}_N)$  のとき、 $N$  次元超球面  $\sum_{i=1}^N (f_i^*)^2 = 1$  上にパレート最

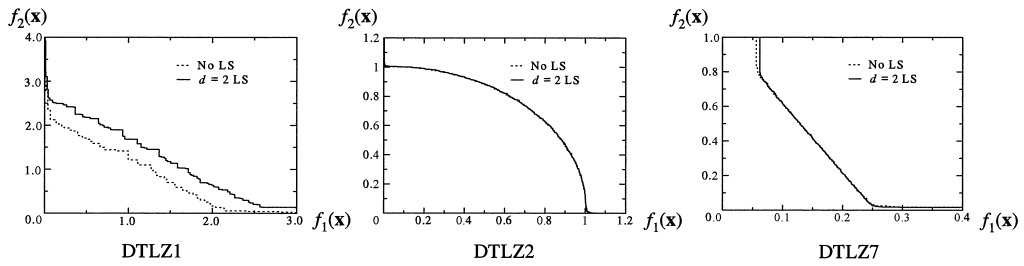


図 14 SPEA と局所探索を用いた SPEA により得られた 50%-達成曲面

Fig. 14 50%-attainment surface obtained by SPEA with/without local search.

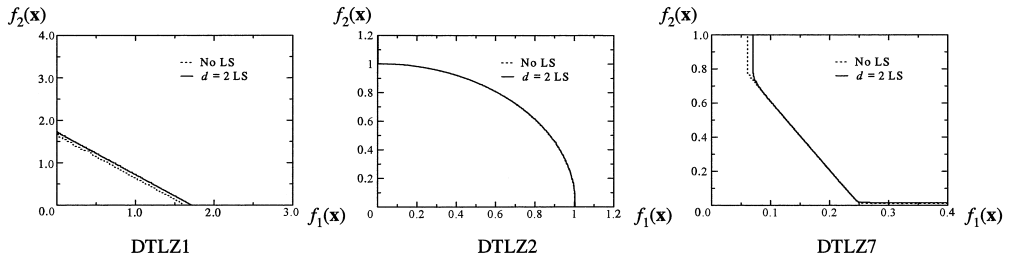


図 15 NSGA-II と局所探索を用いた NSGA-II により得られた 50%-達成曲面

Fig. 15 50%-attainment surface obtained by NSGA-II with/without local search.

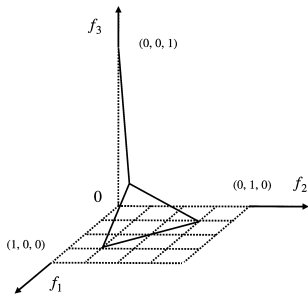


図 13 3 目的 DTLZ7 のパレートフロント

Fig. 13 Pareto-front of DTLZ7 (three-objective problem).

適解が得られる。

[ DTLZ7 ]

DTLZ7 は、3 目的の場合に図 13 のような直線と平面をパレートフロントに持つ最適化問題である。次式のように表される。

$$\begin{aligned}
 \text{Min.} \quad & f_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\lfloor n/N \rfloor} \sum_{j=\lfloor (i-1)n/N \rfloor}^{\lfloor in/N \rfloor} x_j, \\
 & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N \\
 \text{s.t.} \quad & g_i(\mathbf{x}) = f_N(\mathbf{x}) + 4f_i(\mathbf{x}) - 1 \geq 0, \\
 & \quad \quad \quad i = 1, 2, \dots, N - 1 \\
 & g_N(\mathbf{x}) = 2f_N(\mathbf{x}) \\
 & \quad \quad \quad + \min_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{N-1} [f_i(\mathbf{x}) + f_j(\mathbf{x})] - 1 \geq 0 \\
 & 0 \leq x_j \leq 1, \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n \quad (16)
 \end{aligned}$$

ただし、決定変数の数  $n$  は、 $n = 10N$  である。パレートフロントの直線部は  $g_1$  から  $g_{N-1}$  の制約条件の交わりであり、超平面部は  $g_N$  により得られる。

#### 5.4.1 2 目的連続関数テスト問題

まず、連続関数テスト問題において、2 目的の場合を考え、5.3.1 項と同様に、各手法を適用して得られた非劣解集合の 50%-達成曲面を求めた。SPEA と NSGA-II および各手法に  $d = 2$  の局所探索法を適用して得られた結果を図 14 と図 15 に示す。図 14、図 15 より、2 目的の連続関数テスト問題に対しては、提案手法を用いると、非劣解の収束性がやや悪くなることが分かる。これは、ビット交換による局所探索が、連続関数テスト問題に対して効果的な探索を行っていないためであると考えられる。特に、収束性能の高い SPEA では、局所探索を用いないときの方が優れた非劣解集合を得ていることが分かる。

#### 5.4.2 3 目的以上の連続関数テスト問題

次に、5.3.2 項と同様に、SPEA と NSGA-II への提案手法の導入の効果を検討する。式 (13)~(16) で表される各テスト問題において、3~5 目的の問題 ( $N = 3, 4, 5$ ) を作成した。まず、SPEA と NSGA-II、およびそれぞれの手法に  $d = 1 \sim N$  の局所探索法を導入して得られた非劣解集合を比較した被覆率を計算する。なお、被覆率は、30 個の異なる初期個体群を生成し、各アルゴリズムにより、同じ初期個体群から得られた非劣解集合を比較したときの被覆率の平均に

表 8 4 目的 DTLZ1 に対する SPEA の結果

Table 8 SPEA with proposed method for 4-objective DTLZ1.

	No LS	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
No LS	-	0.5066	0.3449	0.3475	0.2835
$d = 1$	0.1639	-	0.3064	0.2676	0.1939
$d = 2$	0.2920	0.4347	-	0.3523	0.3052
$d = 3$	0.2326	0.4394	0.3479	-	0.2746
$d = 4$	0.3488	0.5134	0.4128	0.3910	-

表 9 4 目的 DTLZ1 に対する NSGA-II の結果

Table 9 NSGA-II with proposed method for 4-objective DTLZ1.

	No LS	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
No LS	-	0.6700	0.3468	0.4559	0.2871
$d = 1$	0.1150	-	0.0663	0.1429	0.0701
$d = 2$	0.4175	0.6711	-	0.4722	0.2926
$d = 3$	0.2503	0.6393	0.3138	-	0.2099
$d = 4$	0.4588	0.7142	0.4638	0.4687	-

よって計算した。式 (9) の定義にあるように、被覆率  $C(X', X'')$  は  $X''$  の非劣解が  $X'$  の非劣解に優越される割合を示している。ここで、 $C(X', X'') > C(X'', X')$  は、 $X''$  の非劣解が  $X'$  の非劣解に優越される割合が、 $X'$  の非劣解が  $X''$  の非劣解に優越される割合よりも多いことを表している。本論文では、このような場合に、 $X' \succ X''$  として、 $X'$  が  $X''$  より優れていると定義する。

一例として、 $d = 1, 2, 3, 4$  の提案手法を用いた SPEA と NSGA-II を 4 目的の連続関数テスト問題 DTLZ1 に適用した結果を表 8 と表 9 に示す。まず、SPEA や NSGA-II と局所探索を用いた手法との比較により、DTLZ1 に対しては、優越解のみへの解更新ルール ( $d = 4$ ) を用いた局所探索が有効であることが分かる。

次に、 $d = 1, 2, 3, 4$  の提案手法の比較を行う。表 8 から、SPEA に対しては、 $d = 1$  と  $d = 2$  の解更新ルールをそれぞれ用いて得られた非劣解集合を比較すると、 $C(d = 2, d = 1) > C(d = 1, d = 2)$ 、すなわち、 $0.4347 > 0.3064$  であることが分かる。このことから、 $d = 2$  の手法が  $d = 1$  の手法より優れていることが分かる。これを  $(d = 2) \succ (d = 1)$  と表記する。表 8 から、提案手法の特徴である  $1 < d < 4$  の解更新ルール ( $d = 2, 3$ ) を、優越関係を直接的に用いた解更新ルール ( $d = 1, 4$ ) と比較すると、 $d = 1$  に対しては、 $d = 2, 3$  のいずれの手法も優れており、 $d = 4$  に対しては、 $d = 2, 3$  のいずれの手法も劣っていることが分かる。このことから、提案手法の特徴的な手法 ( $d = 2, 3$ ) と優越関係を直接的に用いた手法 ( $d = 1, 4$ ) を比較した 4 通りのうち、 $(d = 2, 3) \succ (d = 1, 4)$  となっ

表 10  $1 < d < N$  の提案手法の有効性が示された数と割合 (SPEA)

Table 10 The number of wins of the proposed local search with  $1 < d < N$  (SPEA).

# of Objectives: Comparison	SPEA			Rate
	1	2	7	
3 : $(d = 2) \succ (d = 1, 3)$	1/2	1/2	2/2	0.667
4 : $(d = 2, 3) \succ (d = 1, 4)$	2/4	3/4	4/4	0.750
5 : $(d = 2, 3, 4) \succ (d = 1, 5)$	5/6	3/6	5/6	0.722

表 11  $1 < d < N$  の提案手法の有効性が示された数と割合 (NSGA-II)

Table 11 The number of wins of the proposed local search with  $1 < d < N$  (NSGA-II).

# of Objectives: Comparison	NSGA-II			Rate
	1	2	7	
3 : $(d = 2) \succ (d = 1, 3)$	2/2	1/2	2/2	0.833
4 : $(d = 2, 3) \succ (d = 1, 4)$	2/4	2/4	3/4	0.583
5 : $(d = 2, 3, 4) \succ (d = 1, 5)$	5/6	3/6	4/6	0.657

表 12 4 目的 DTLZ1 に対する広がりと散らばり

Table 12 Spread and spacing for 4-objective DTLZ1.

	SPEA		NSGA-II	
	Spread	Spacing	Spread	Spacing
No LS	115.0	8.6	19.6	1.1
$d = 1$	151.3	11.5	65.0	4.1
$d = 2$	146.8	15.4	36.2	2.5
$d = 3$	139.1	14.8	19.8	1.3
$d = 4$	123.7	13.0	14.7	0.7

ているのは、2 つの場合であったことが分かる。表 9 から、NSGA-II の場合にも、同様の結果が得られていることが分かる。このことから 4 目的問題に対しては、EMO アルゴリズムに  $d = 4$  の解更新ルールを用いた局所探索が有効であることが分かる。

同様に、3 つの連続関数テスト問題の 3~5 目的の場合に対して、 $1 < d < N$  の提案手法が、 $d = 1, N$  の方法と比べて、優れている数をカウントした。表 10 と表 11 にその結果を示す。

Comparison に対応する  $\succ$  を用いた比較式は、それぞれ、3~5 目的の各問題で比較したパラメータ  $d$  の値を示している。手法 (SPEA と NSGA-II) の下に書かれている、1, 2, 7 はテスト問題番号 (DTLZ1, DTLZ2, DTLZ7) を表している。その下に、各テスト問題に対して、 $1 < d < N$  の提案手法が  $d = 1, N$  の方法と比べて優れていた数を示している。最後に、Rate は、該当する目的数の中で、 $1 < d < N$  の提案手法が優れていた割合を示している。前述の表 8 と表 9 の結果は、それぞれ表 10 と表 11 の DTLZ1 の列の 4 目的問題の行の 2/4 という数値で表されている。これは、4 通りの比較のうち 2 通りが  $(d = 2, 3) \succ (d = 1, 4)$  であることを示している。

表 10 と表 11 から、いずれの割合 Rate も 50% を超えており、 $1 < d < N$  の提案手法の特徴的な解更新ルールにより、 $d = 1, N$  の解更新ルールと比べて優れた非劣解集合を得た割合が多いことを示している。

また、表 8 と表 9 の結果に対応する広がりや散らばりを表 12 に示す。これらの表より、 $d$  の値が小さくなるほど、非劣解集合は大きな広がりを持つようになることが分かる。これは、 $d$  の値が小さいほどより広い範囲を局所探索する提案手法の特徴のためであると考えられる。

## 6. おわりに

本論文では、多目的最適化問題のための局所探索法における優越関係に基づく解の更新ルールを、改善された目的関数の個数を考慮することにより一般化した。多目的最適化問題のためのアルゴリズムは、特に目的関数の数の増加にともなう問題の難しさに対応した設計を持たなければならない。本論文では、局所探索により移動可能な空間の数的変化に着目し、単純な優越関係に基づく更新ルールでは、極端な数の空間にしか移動できないことを示した。

本論文では、ナップザック問題と連続関数テスト問題に提案手法を適用し、それぞれの特徴を確認した。表 5、表 6 と、表 8、表 9 を比較すると分かるように、ナップザック問題では、局所探索の効果は顕著に現れたが、連続関数テスト問題では、局所探索の効果はそれほど極端には現れなかった。これは、決定変数が離散変数である場合と連続変数である場合で、局所探索の効果に大きな違いがあることを示唆するものとなっている。本論文の実験により、離散変数を決定変数とする多目的最適化問題には、改善された目的関数の個数を用いた優越関係に基づく更新ルールにより、優れた局所探索法の実装が可能であることが分かった。

また、提案手法において新たに導入された移動可能範囲を定めるパラメータ  $d$  について、本論文では、最適な値を求めることは行わなかった。これは次の 2 つの理由により、 $d$  の値は一意に定められないと考えられるからである。

- 1) 提案手法を組み合わせる EMO アルゴリズムの特徴
- 2) 探索の進行度合い

第 1 の点は、EMO アルゴリズムがどのような長所を持つかによって組み合わせる局所探索法が異なることを意味している。すなわち、EMO アルゴリズムがパレート最適解集合への収束速度に長所を持っている場合、同時に多様な解集合を探索するように解探索の

バランスをとるためには、多様な非劣解を探索する局所探索法を組み合わせるため、 $d$  の値を小さくすることがふさわしいと考えられる。一方、多様な解集合を保持しながら解探索を行う EMO アルゴリズムに対しては、パレート最適解への収束スピードを上げるため、優越解方向への局所探索を組み合わせることがふさわしいと考えられる。

さらに、第 2 の点として、探索の進行度合いに応じて、局所探索の方向を変化させる必要があると考えられる。すなわち、探索の初期においては、優越解を解空間から生成するのは、容易であると考えられるため、 $d$  の値を大きく設定することができる。一方、探索の末期においては、優越解を見つけるのは困難であり、 $d$  の値を低くし、探索された個体の非劣解方向への局所探索を行うことで、パレートフロント上のより多くの非劣解を探索することが期待できる。このようにして、探索の初期におけるパレートフロントへの収束速度の向上と探索の末期におけるパレートフロント上の多様性の向上を期待することができる。

本論文で提案した優越関係に基づく解更新ルールでは、上述のような EMO アルゴリズムの特徴や探索段階をふまえたパラメータの調整が可能である。今後、このようなパラメータ  $d$  の調整法についての研究を進めることが必要である。

謝辞 本研究の一部は、平成 15 年度関西大学学術研究助成基金（奨励研究）によって行った。

## 参考文献

- 1) Schaffer, J.D.: Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, *Proc. 1st Int'l Conf. on Genetic Algorithms and Their Applications*, pp.93-100 (1985).
- 2) Deb, K.: *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*, John Wiley and Sons (2001).
- 3) Zitzler, E., Deb, K., Thiele, L., Coello, C.A. and Corne, D. (Eds.): *Proc. 1st International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO)* (2001).
- 4) Fonseca, C.M., Fleming, P.J., Zitzler, E., Deb, K. and Thiele, L. (Eds.): *Proc. 2nd International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization (EMO)* (2003).
- 5) Knowles, J.D. and Corne, D.W.: The Pareto archived evolution strategy: A new baseline algorithm for Pareto multiobjective optimization, *Proc. 1999 Congress on Evolutionary Computation*, pp.98-105 (1999).
- 6) Zitzler, E. and Thiele, L.: Multiobjective

- evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.3, No.4, pp.257–271 (1999).
- 7) Knowles, J.D. and Corne, D.W.: Approximating the nondominated front using Pareto archived evolution strategy, *Evolutionary Computation*, Vol.8, No.2, pp.149–172 (2000).
  - 8) Zitzler, E., Deb, K. and Thiele, L.: Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results, *Evolutionary Computation*, Vol.8, No.2, pp.173–195 (2000).
  - 9) Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. and Meyarivan, T.: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.6, No.2, pp.182–197 (2002).
  - 10) Merz, P. and Freisleben, B.: Genetic local search for the TSP: New results, *Proc. 4th IEEE Int'l Conf. on Evolutionary Computation*, pp.159–164 (1997).
  - 11) Krasnogor, N. and Smith, J.: A memetic algorithm with self-adaptive local search: TSP as a case study, *Proc. 2000 Genetic and Evolutionary Computation Conf.*, pp.987–994 (2000).
  - 12) Murata, T., Ishibuchi, H. and Tanaka, H.: Genetic algorithms for flowshop scheduling problems, *Computers and Industrial Engineering Journal*, Vol.30, No.4, pp.1061–1071 (1996).
  - 13) Moscato, P.: Memetic algorithms: A short introduction, *New Ideas in Optimization*, Corne, D., Glover, F. and Dorigo, M. (Eds.), pp.219–234, McGraw-Hill, Maidenhead (1999).
  - 14) Hart, W.E., Krasnogor, N. and Smith, J. (Eds.): *1st Workshop on Memetic Algorithms (WOMA I)*, *Proc. 2000 Genetic and Evolutionary Computation Conf. Workshop Program*, pp.95–130 (2000).
  - 15) Hart, W.E., Krasnogor, N. and Smith, J. (Eds.): *2nd Workshop on Memetic Algorithms (WOMA II)*, *Proc. 2001 Genetic and Evolutionary Computation Conf. Workshop Program*, pp.137–179 (2001).
  - 16) Hart, W.E., Krasnogor, N. and Smith, J. (Eds.): *Proc. 3rd Workshop on Memetic Algorithms (WOMA III)* (2002).
  - 17) Merz, P., Hart, W.E., Krasnogor, N. and Smith, J. (Eds.): *4th Workshop on Memetic Algorithms (WOMA IV)*, *Proc. 2003 Genetic and Evolutionary Computation Conf. Workshop Program*, pp.215–239 (2003).
  - 18) Ishibuchi, H. and Murata, T.: Multi-objective genetic local search algorithm, *Proc. 3th IEEE Int'l Conf. on Evolutionary Computation*, pp.119–124 (1996).
  - 19) Ishibuchi, H. and Murata, T.: A multi-objective genetic local search algorithm and its application to flowshop scheduling, *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, Vol.28, No.3, pp.392–403 (1998).
  - 20) Jaskiewicz, A.: Genetic local search for multi-objective combinatorial optimization, *European Journal of Operational Research*, Vol.137, No.1, pp.50–71 (2002).
  - 21) Murata, T., Ishibuchi, H. and Gen, M.: Specification of genetic search directions in cellular multi-objective genetic algorithms, *Proc. 1st International Conference on Evolutionary multi-criterion optimization*, pp.82–95 (2001).
  - 22) Knowles, J.D. and Corne, D.W.: M-PAES: A memetic algorithm for multiobjective optimization, *Proc. 2000 Congress on Evolutionary Computation*, pp.325–332 (2000).
  - 23) Knowles, J.D. and Corne, D.W.: A comparison of diverse approaches to memetic multiobjective combinatorial optimization, *Proc. 2000 Genetic and Evolutionary Computation Conf. Workshop Program*, pp.103–108 (2000).
  - 24) Murata, T., Nozawa, H., Tsujimura, M. and Ishibuchi, H.: Effect of local search on the performance of cellular multi-objective genetic algorithms for designing fuzzy rule-based classification systems, *Proc. 2002 Congress on Evolutionary Computation*, pp.663–668 (2002).
  - 25) Ishibuchi, H., Yoshida, T. and Murata, T.: Balance between genetic search and local search in memetic algorithms for multiobjective permutation flowshop scheduling, *IEEE Trans. Evolutionary Computation*, Vol.7, No.2, pp.204–223 (2003).
  - 26) Ikeda, K., Kita, H. and Kobayashi, S.: Failure of Pareto-based MOEAs: Does non-dominated really mean near to optimal?, *Proc. 2001 Congress on Evolutionary Computation*, pp.957–962 (2001).
  - 27) Laumanns, M., Thiele, L., Deb, K. and Zitzler, E.: Combining convergence and diversity in evolutionary multiobjective optimization, *Evolutionary Computation*, Vol.10, No.3, pp.263–282 (2002).
  - 28) Deb, K., Thiele, L., Laumanns, M. and Zitzler, E.: Scalable multiobjective optimization test problems, *Proc. 2002 Congress on Evolutionary Computation*, pp.825–830 (2002).
  - 29) Zitzler, E.: *Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization: Methods and Applications*, Ph.D. Thesis, Swiss Federal Institute

of Technology (ETH) (1999).

- 30) Schott, J.R.: Fault Tolerant Design Using Single and Multi-Criteria Genetic Algorithms, Master's Thesis, Massachusetts Institute of Technology (1995).
- 31) Fonseca, C.M. and Fleming, P.J.: On the performance assessment and comparison of stochastic multiobjective optimizers, *Proc. Parallel Problem Solving from Nature IV*, pp.584-593 (1996).

(平成 15 年 4 月 3 日受付)

(平成 15 年 6 月 3 日再受付)

(平成 15 年 6 月 17 日採録)



村田 忠彦 (正会員)

1971 年生。1997 年大阪府立大学大学院博士後期課程修了。同年足利工業大学工学部経営工学科助手、1998 年同学部経営情報工学科講師を経て、2001 年関西大学総合情報学部総合情報学科助教授。博士 (工学)。1997 年度システム制御情報学会奨励賞受賞。多目的最適化、遺伝的アルゴリズムの応用、マルチエージェント等に関する研究に従事。IEEE, ISGEC, 日本知能情報ファジィ学会, システム制御情報学会各会員。



界外 志織

1981 年生。2003 年大阪府立大学工学部経営工学科卒業。現在、大阪府立大学大学院工学研究科博士前期課程在学中。多目的最適化に関する研究に従事。IEEE, システム制御情報学会各会員。



石渕 久生 (正会員)

1963 年生。1987 年京都大学大学院工学研究科修士課程修了。同年大阪府立大学工学部助手。1999 年同教授。2000 年同大学院工学研究科教授。博士 (工学)。1994 年～1995 年および 1997 年～1998 年トロント大学客員研究員。1996 年度日本経営工学会論文奨励賞受賞。ファジィシステム、遺伝的アルゴリズムの応用、マルチエージェント等に関する研究に従事。IEEE, IFSA, 日本知能情報ファジィ学会, 日本経営工学会各会員。