

# 物理・数学の実践力育成を狙いとした 質点系汎用シミュレータの試作

高木茂

国立 沖縄工業高等専門学校

## 1. はじめに

高等教育機関では物理・数学は互いに独立（無関係）の教科として教えられているのがほとんどである。この教育法は教科書的な知識を詰め込むには適しているが、知識を融合して問題を解決する知恵、実践力、独創性を育むには向かない。学生に、厳密に理解し・実践し・検証することを課する教育手段が重要である。こうした考えと、数学は物理の概念を表す言葉であるということに着目し、数学と物理の知識を総動員して物理現象をシミュレーションするシステムができないかを検討している。

シミュレータは汎用性の観点からは、(1)問題専用型、(2)領域内汎用型、(3)開発環境型、に分類できる。開発環境型はシミュレータを開発するためのプログラミング言語などを含んだものであり、すべてのシミュレータを作成できる。しかし、物理・数学以外の知識を多く必要とし演習向きでない。

問題専用型は、バネの運動用、天体の運動用、波動用など問題毎に作られたものであり、質量、重力加速度、バネ定数など少数のパラメータを入力するだけで容易に使える。これら専用タイプは初級クラスの学生には適しているが、我々の狙いとするものではない。

領域内汎用型とは、ある領域内で物理モデルを簡単に定義し、模擬できるようなシミュレータであり、あまり研究がすすんでいない。我々は質点系内汎用型を題材に、(1)関数式を主体とした物理モデル記述言語と、(2)物理モデル記述を解釈して実行するインタプリタを試作した。これを用いて、学生に対して、(1)記述言語を理解し、(2)物理モデルを考案し、(3)モデルを厳密に記述し、(4)実行結果を観測・評価し、(5)モデルを改良する、という演習を課す手段を提供する。これは、複数領域の知識を融合して、plan-do-see-improve のサイクルを実現する手段を提供することを狙っている。

## 2. 質点系モデルの記述

モデル記述用関数の一部を示す。

関数	意味
+	加算
-	減算
*	乗算
/	除算
sin(x)	サイン関数
cos(x)	コサイン関数
tan(x)	タンジェント関数
exp(x)	指数関数
ln(x)	自然対数
pow(x,y)	x の y 乗 $x^y$
random( )	0~1 の間の一様乱数
max(x1,y1)	最大値選択
min(x1,x2)	最小値選択
(x,width)	幅 width, 高さ 1/width の矩形パルス関数
step(x)	$x < 0$ なら 0, $0 \leq x$ なら 1, となる階段関数
switch(x,a,b)	$x < 0$ なら a, $0 \leq x$ なら b, を実行し、その値を返す関数

質点系の振る舞いは、質点の性質、各質点の存在する場の情報、質点間の相互作用で決定される。モデル記述として必須な項目は：

- (1) 模擬を行う空間の次元数
- (2) 質点の情報
- (3) 質点間の相互作用、および、場の情報

である。質点間の相互作用や場の情報は、力あるいはポテンシャルで表現するのが自然であろう。例えば、重力場の中を自由運動する2つの質点モデルの記述様式を下記に示す。

// 模擬を行う空間の次元数

Dimension = 3;

// 模擬すべき質点の数

NumOfParticles = 2;

// 質点にかかる重力場のポテンシャルの定義

$U = M0 * g * Y0 + M1 * g * Y1;$

上の記述では、ポテンシャル表現を使っているが、運動方程式表現では

$FY0 = -M0 \cdot g;$        $FY1 = -M1 \cdot g;$   
 となる。この例のように、 $Mi$  は  $i$  番目の質点の質量、 $FYi$  は  $i$  番目の質点の  $Y$  方向の力、 $U$  は全ポテンシャル、と名前付け規則を設けておくのも、記述を容易にする一方法であろう。

モデルを考えることは、2次元や3次元の関数あるいは非解析関数の使い方の演習に役立つ。たとえば、空間的に閉じ込められたようなポテンシャル場をモデル化するには、解析関数と矩形関数の積を用いる等の知恵を必要とする。

模擬結果を視覚的に見やすく表示することは重要である。表示したい情報（エネルギー、座標、速度、加速度、力、時間、それらの組み合わせ）と表示方法を簡潔に定義できる方法を提供する。描画には、線分や楕円を描く関数などを用いる。

0番目の質点の運動エネルギーを描きたければ

$$M0 \cdot (VX0 \cdot VX0 + VY0 \cdot VY0) / 2$$

を計算する。次に、2次元画面上での描画の仕方を考え、描画関数を組み合わせて記述する。

また、ポテンシャル場の等高線や勾配、ベクトル場の表示関数も有している。

### 3. 物理モデル記述の解釈と模擬

物理モデル記述の解釈と模擬の手順を以下に示す。

- (1) 物理モデル記述を解析し、解釈・模擬のための内部形式に変換する
- (2) 初期条件記述を用いて、時刻  $T=0$  での各物体の速度  $V$  と位置  $X$  を設定する
- (3) 時間の刻みを  $T$  として、時刻 0 から  $T$  毎に(4)により各物体の座標,速度を更新する
- (4) 現時刻  $T$  で以下の処理を行った後、 $T=T+T$  とする

現時刻の速度  $V$  を用いて次時刻の位置  $X$  を計算する ( $X = X + V \times T$ )

ポテンシャル関数  $U$  を偏微分して力に変換し、他の力と合算する( $F$ )

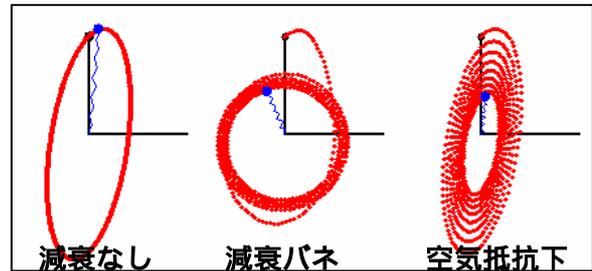
加速度を求め ( $A = F \div M$ )、次時刻の速度を計算する ( $V = V + A \times T$ )

- (5) 模擬結果の描画時刻であれば、指定された情報を収集し、指定どおりに描画する

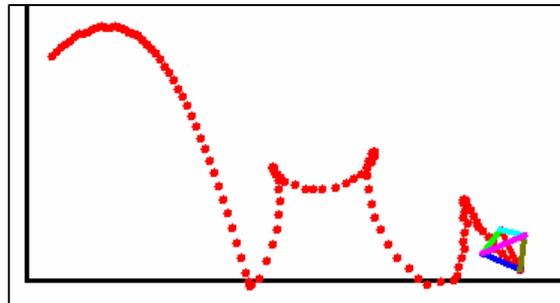
### 4. 物理モデルの模擬例

質点の数が  $n$  で質点間に相互作用があるとなると、モデルの記述量は、およそ  $n^2$  に比例して増大する。そのためモデルの詳細を記述するスペースはない。このシミュレータを用いるとどのようなことが模擬できるかの一例を示す。  
 (1)減衰のないバネ、減衰のあるバネ、空気抵抗

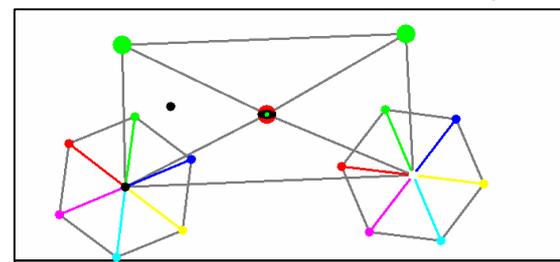
がある状況下のバネの3種類について同時シミュレーションを行った例を示す。



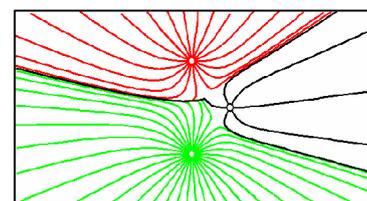
(2) 4つの質点が正四面体になるよう連結された立体にひねりを加えて、投げた時の運動。



(3) バネで連結した複数の質点でモデル化した荷車に物が衝突して動き出した時の運動。



(4) 3つの荷電粒子の運動と、電場の変化の様子。



本シミュレータは java アプレットで実装されており、どこからでも使用できる。国立沖縄高専情報通信システム工学科ホームページで本体、モデル記述、簡単なマニュアルを公開中であるので、興味を持たれた方は参照されたい。  
**「参考文献」**

- (1) 高木茂「教育用物理モデル記述法の検討」情報処理学会総合全国大会 2005年3月
- (2) 高木茂「教育用物理モデルインタプリタの検討」電子情報通信学会全国大会 2005年3月