2Q-6

統計変動を抑えるための調整された乱数の発生法

福原　亮†、宮崎　洋平†、和嶋　雅幸†、北守　一隆†
北海道工業大学†

１．はじめに

電界中での荷電粒子の輸送に関する弱電離プラズマ・シミュレーションでは、荷電粒子とガス分子との衝突散乱を表すためにモンテカルロ法が有効となる[1]。弱電離プラズマのシミュレーションでは荷電粒子の密度分布と速度分布に関する情報として、重心の位置、移動速度、平均エネルギー等の平均量が重要な意味を持っている。信頼性の高い結果を得るためには統計変動を抑える必要があり、十分多くの試行回数を要する。しかし少ない試行回数でも、乱数の一様性を調整することにより膨大な計算時間を要せず良好な結果を得ることが可能である。使用された一様乱数の個数が十分でないため一様性に偏りが残っており、この偏りがその結果に影響を与えていると考えられる。

本稿では区間に分割することにより得られる頻度分布による調整によらず、ルジャンドル多項式重み付サンプリング（Legendre polynomial weighted sampling：以下 LPWS）[2]を用いた方法により調整された乱数（以下整乱数と呼ぶ）を発生させ、0～１までのランダムな距離を３回進む時に得られる位置分布の平均量である重心位置の統計変動に関して考察している。

２．LPWS による一様性の検証

一様性の検証は乱数の偏りを比較することで行う。偏りを知るには使用する乱数の分布を得る必要がある。メッシュサンプリング（度数分布）は区間に分けてその頻度を計ることで分布を得るが、連続値の分布を知るには分割数を増やして区間幅を小さくしサンプル個数を増やす必要がある。LPWS は区間を用いずともルジャンドル多項式を用いた重み付けを行いサンプルすることで、ルジャンドル多項式の次数に応じた接線の傾きや凹凸の情報から詳細な分布を得ることができる[3]。

Generation method of refine random number to suppress statistical error of counting
†Ryo Fukuhara ,Yohei Miyazaki ,Masayuki Wajima,and Kazutaka Kitamori
†Hokkaido Institute of Technology

３．シミュレーションモデルと整乱数の生成

[1]シミュレーションモデル

モデルとして式（1）を用いる。x は 0～１までのランダムな距離を３回進む時に得られる値で、①～③の３つの二次関数で表現される。これにより得られる分布を図１とする。

$$x = x_1 + x_2 + x_3 \qquad (1)$$

（$x_1, x_2, x_3 \cdots$ 一様乱数）

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = \frac{1}{2}(-2x^2 + 6x - 3)$

③ $y = \frac{1}{2}(3 - x)^2$

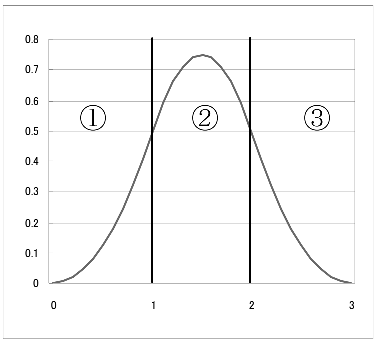

図 1：理論値

[2]整乱数の生成

整乱数の生成に必要な情報を得るため、使用する乱数に LPWS を行い、一様乱数の分布関数をルジャンドル展開したときの係数に対応する接線の傾きと凹凸の情報を得る。この情報を元にモデルと比較を行い、理論値の係数と差が無くなるような操作を乱数列に対して行っていく。つまり傾きと凹凸がゼロに近づくように新たに乱数を発生させ加えることによって、係数の値を徐々に調整していく。

図２は一次の係数、図３は二次の係数に対する調整法を示しており X_n, X_s は新たに加える乱数、a_{1R}、a_{2R} は LPWS の結果得られた情報（係数）である。図２は傾きの調整について説明したもので、a_{1R} は傾きを表す係数である。係数の値をゼロに近づけるには、傾いている側に多くの乱数を加え、徐々になだらかになるように調整を繰り返し行う。調整は傾きが反転する直前まで続ける。図３は凹凸の調整について説明している。a_{2R} は凹凸の情報を持った係数である。

凹凸をゼロに近づけるため、凸型ならば左右対称に凹型になる直前まで徐々に乱数を加え形の調整を行う。

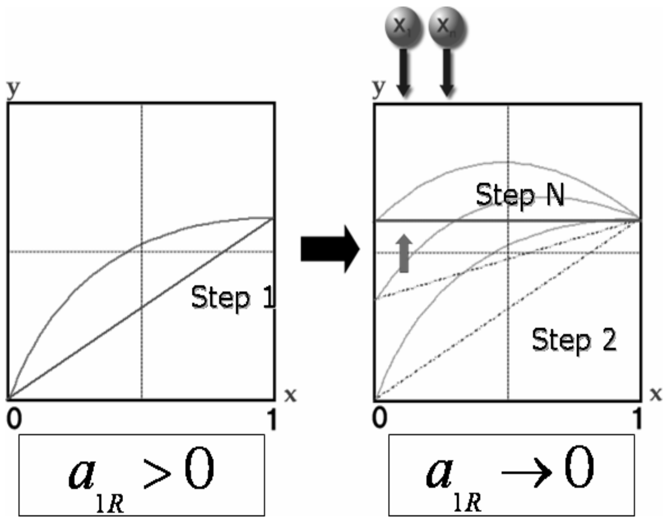

図２:傾き（一次係数）の調整

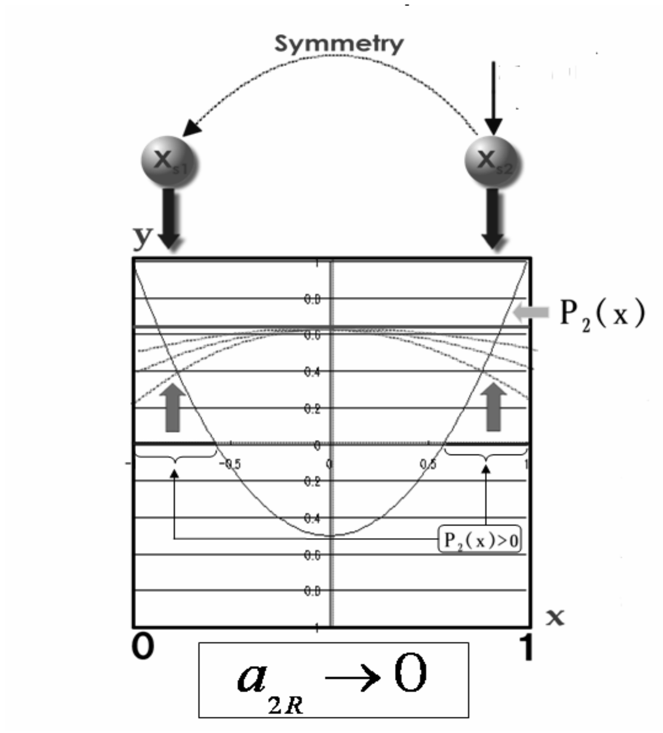

図３:凹凸（二次係数）の調整

４． 結果

シミュレーションでは乱数を一万回発生させた時の乱数と整乱数の二種類を用いて実験を行い、位置分布の平均量である重心位置の統計変動について調べた。図４はシミュレーションを 20 セット行った場合の乱数と整乱数における一次係数の理論値からの差を表したものである。結果を見やすくするために x の値を３で割って図１の重心の値である 1.50 を引いている。よって図からは理論値である 0.00 に近いほど乱数として統計変動が少なくより安定したものといえる。オリジナルの乱数では各セット間で理論値からの目立ったばらつきが確認できる。一方、整乱数は乱数に比べばらつきが少なく、理論値に近い値が得られている。わずか３％程度の乱数の追加で約 100 倍の安定した結果が確認できた。

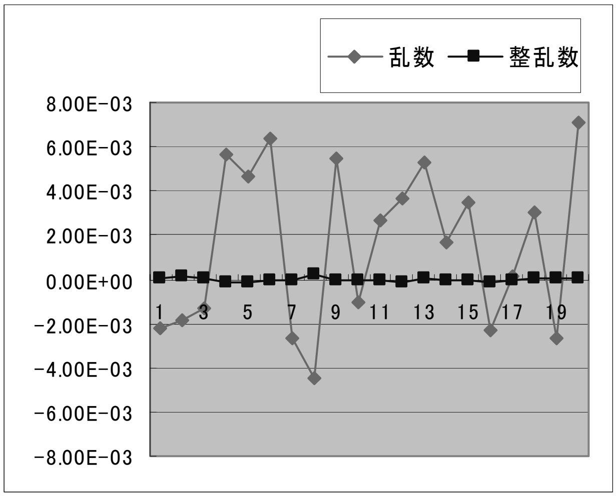

図４:理論値からの差（一次係数）

５． 終わりに

モンテカルロシミュレーション等、乱数の持つ統計変動がその結果に対して大きな影響を及ぼす時、その抑制は必要不可欠な問題である。この問題に対して、整乱数を用いて統計変動を抑えることはシミュレーション精度向上に大きく役立つのではないかと思われる。

参考文献

[1] P. L. G. Ventzek and K. Kitamori, J. Appl. Phys. 75(8) (1994) 3785
[2]堀江育也: “LPWS 法を用いたプラズマプロセスシミュレーションに関する研究”
北海道工業大学 2003 年
[3] 宮崎洋平、鈴木卓真、堀江育也、三橋龍一、北守一隆: “モンテカルロシミュレーションにおけるルジャンドル多項式重み付サンプリング”
情報処理学会第 65 回全国大会 2003 年