

上界値の計算順序を考慮した分枝限定法の並列探索手法

1D-3

菅田 尚大† 鷹野 芙美代† 佐田 宏史† 前川 仁孝† 伊與田 光宏†

† 千葉工業大学 情報科学部 情報工学科

1 はじめに

全ての組合せの中から目的関数を最小化する組合せを求める問題を組合せ最適化問題という。最適解を求める有効な手法に分枝限定法があるが、問題の規模が大きくなるにつれて最適解を得るのに要する計算時間が指数関数的に長くなる。そのため、従来から並列化による高速化が提案されてきた [1][2]。従来の並列探索手法に、推定値の悪い部分問題にある良解も早く発見できる PDF/IHS 法 [2] がある。PDF/IHS 法では暫定解を探索で得た解で更新しながら探索する。そこで本稿では、各プロセッサが探索に先行して近似解法により上界値を計算することにより、生成する部分問題数を減らし高速化する手法を提案する。

2 分枝限定法

分枝限定法は、問題をいくつかの小規模な問題に分解して子問題を生成する分枝操作と、それ以上分枝しても最適解が得られない部分問題を終端する限定操作からなり、生成した分枝木を探索することで解を得る。限定操作を行わないと、全ての組合せを調べる列挙法と等しくなり計算時間が長くなるため、効率的に限定操作を行うことが重要である。限定操作は下界値と上界値を用い、探索領域を狭める。下界値は各部分問題の最良解値以下になる値であり、上界値は最良解値以上の値である。今まで得られた最小の上界値よりも大きな下界値を持つ部分問題は、上界値を得た部分問題の最良解よりも良い解が存在しないため終端する。よって、早期に最小の上界値である最適解の値を得ることで、その後の探索で生成する部分問題数を減らすことができる。

分枝操作で生成した部分問題の探索方法に、発見的探索と深さ優先探索がある。発見的探索は最適値の推定値を求め、その値の良い部分問題から探索する。また深さ優先探索は、分枝木の深さが深い部分問題を優先して探索し、深さが同じ部分問題は推定値の良いものから探索する。どちらの探索方法でも、推定値が正しい場合は良い解を早期に発見できるため、生成する部分問題数は少なくなる。しかし、推定値の悪い部分問題に良解がある場合は、その解の発見が遅れ、上界値が更新されず効率的に限定操作されないため、部分問題数が増える。

3 並列分枝限定法

探索を並列化する分枝限定法においても、推定値の良い部分問題から集中して探索する手法では、逐次探

索の場合と同様に推定値が悪い部分問題にある良解の発見が遅れ、生成する部分問題数が増える。この問題点を解決する有効な並列探索手法に PDF/IHS 法がある。PDF/IHS 法は実行時間最小マルチプロセッサスケジューリング問題に対して提案された並列探索手法であり、図 1 のように推定値の良い部分問題を探索木の左側に集め、木の両側から複数のプロセッサで階層的に挟み打つように深さ優先探索を行う。右から探索するプロセッサは、左から探索するプロセッサの探索パス上の部分問題を探索木の根として、推定値の悪い部分問題から深さ優先探索を行う。PDF/IHS 法は推定値が良い部分問題を中心に、悪い部分問題も並列に探索するので、推定値の悪い部分問題に良い解がある場合も早く見つけることができる。

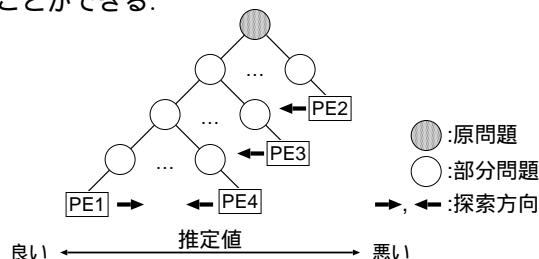


図 1: PDF/IHS 法によるプロセッサの割り当て

4 上界値の並列計算手法

PDF/IHS 法は、複数のプロセッサで階層的に挟み打つように探索を行うため、探索木の右側にある良解も早期に発見する。本稿では、生成する部分問題の数を減らすために、各プロセッサが探索前に近似解法で上界値計算をする。

4.1 探索に先行した上界値計算

実行時間最小マルチプロセッサスケジューリング問題において、PDF/IHS 法は図 1 の PE1 が最初に見つける解が現在の最良の近似解法である CP/MISF 法の解と一致する。このため、初期に精度の良い上界値を得てから探索を始めることができる。しかし、探索の初期に十分精度の良い解を探索で得ることが難しい問題では、原問題に対して近似解法を用い、有限な値を上界値

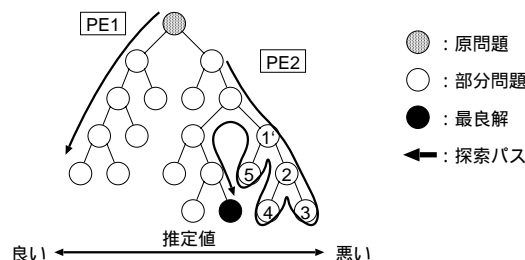


図 2: PDF/IHS 法の探索の様子

Parallelized Branch-and-Bound Method Considering Calculation Order of Upper Bound
 † Naohiro Sugeta, Fumiyo Takano, Hiroshi Sata, Yoshitaka Maekawa, Mitsuhiro Iyoda
 Dept. of Computer Science, Chiba Institute of Technology

としてから探索を開始する。初期に得られた解が最適解でなかったり、精度の悪いものであったりすると、探索で最適解を得るまでは余分な分枝をする。図2に分枝木の右側に良解がある問題に対して、PDF/IHS法で2台のプロセッサを用いた並列探索の様子を示す。図2のように、探索木の右側にある良解はPE2が発見する。このとき、探索時の暫定値が悪い場合は、探索にともなって分枝する部分問題数が増える。しかし、探索前に良解を得ていて、分枝時に図2中の部分問題1が終端できれば部分問題{2, 3, 4, 5}を生成しない。そこで、各プロセッサが探索に先行して上界値を計算し良解を得ることで、生成する部分問題数を減らすことができる。また、探索木の右側に最適解が存在しない問題でも、値の小さな暫定解が右側に存在すれば、その解を探索よりも早期に得ることができるので、速度向上が期待できる。

4.2 並列探索手法

提案手法では、1台のプロセッサが下界値を推定値とした深さ優先探索を行う。このとき分枝操作で生成する部分問題のうち、各深さで最も推定値の悪い部分問題をキューに投入する。右から探索するプロセッサは、キューから部分問題を取得し、上界値を計算した後で取得した部分問題以下の探索を開始する。図3に示すように、右から探索するプロセッサは、それぞれ取得した部分問題と同一の深さの部分問題を根として、右から順に根の上界値の計算と探索をする。探索が並列実行される前に、左から探索するプロセッサも同様に根ノードとなる原問題に対して上界値を計算する。上界値の計算は、各プロセッサで探索の根となる部分問題のみに対して行うので、上界値計算にかかる処理時間は、全体の処理時間に対して非常に小さい。

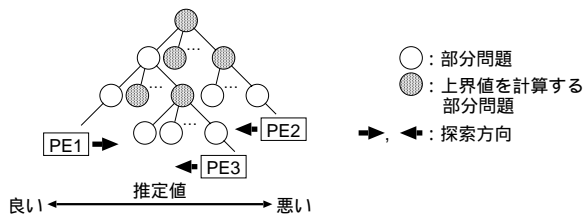


図3: 上界値計算のプロセッサ割り当て方法

4.3 上界値の計算方法

各部分問題の上界値は、初期解の生成に最近傍法を用いる。また、解の改善には、近傍解の生成に2-opt法を利用したタブーサーチ法を用いる。分枝した各部分問題は、ある都市間の経路を巡回路に含めるかどうかという情報を持つため、最近傍法では、分枝の過程で既を含めないと決まった経路を除いて巡回路を生成する。2-opt法で生成する巡回路は、部分問題上で巡回路に含めると決まった経路を除かないように入れ換える経路を選択して生成する。よって、この近似解法によって得られる実行可能解は、必ず部分問題の実行可能解となることが保証できる。

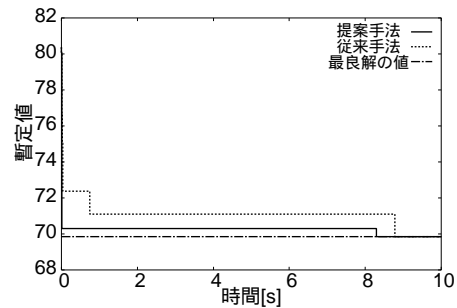


図4: 都市数12の問題に対する暫定値の更新

5 評価

提案する手法の有効性を対称TSPを用いて評価する。評価環境は、UltraSPARC-IIs 400MHz、メモリが4GBの共有メモリ型マルチプロセッサで、都市数12の問題を使用する。図4にPDF/IHS法のプロセッサの割り当て方で探索する従来手法と、各プロセッサが探索の前に上界値を計算する提案手法で、それぞれ2台のプロセッサを用いた場合の暫定値の更新時間を示す。

図4に示すように、提案手法を用いることで、より小さな暫定値を従来手法よりも早く得ることができた。評価した問題の場合、最適解は探索木の左側にあり、どちらの手法も最適解は左から探索するプロセッサが発見した。しかし、提案手法では右から探索するプロセッサが上界値を計算することで、探索木の右側にある精度の良い解を早期に得ることができた。

次に、表1に従来手法と提案手法の、実行時間と生成した部分問題数を示す。表1より、提案手法を用いることで、従来手法よりも3.5%速度が向上したことが確認できた。これは提案手法が図4のように良解を早期に発見したことで、限定操作が有効に働き、探索が終了するまでに生成した部分問題数が減少したからである。

表1: 都市数12の問題に対する処理結果 (PE数2)

	実行時間 [s]	部分問題数
従来手法	84.956	1794896
提案手法	81.944	1700242

6 おわりに

本稿では、探索に先行して上界値を計算することで良解を早期に発見できる並列探索手法を提案し、評価した。評価の結果、提案手法では精度の良い解を得るまでの時間が短くなり、探索終了までに生成する部分問題数が減少することで、速度が向上することが確認できた。

参考文献

- [1] 今井正治, 吉田雄二, 福村晃夫: 分枝限定アルゴリズムの並列化とその評価, 信学論, Vol.J62-D, No.6, pp.403-410, 1979.
- [2] 笠原博徳, 伊藤敦, 田中久充, 伊藤敬介: 実行時間最小マルチプロセッサスケジューリング問題に対する並列最適化アルゴリズム, 信学論 D-I, Vol.J74-D-I, No.11, pp.755-764, 1991.