

混合整数線形計画法を用いた距離画像の位置合わせ

榊原 静^{†1} 鴻池 祐輔^{†2}
品野 勇治^{†3} 清水 郁子^{†3}

複数の視点から計測した距離画像を重ね合わせるための剛体変換を求める位置合わせは、3次元物体のモデルを自動生成するための主要な技術の1つである。一般に、位置合わせは、粗い位置合わせと詳細な位置合わせの2つの段階に分けて行われることが多い。本論文では、混合整数線形計画問題を利用した粗い位置合わせ手法を提案する。まず、位置合わせを混合整数線形計画問題として定式化する。次に、定式化を利用して適切に設定する必要がある誤差値を自動調整するアルゴリズムを提案する。各計測点を十分識別できるような特徴量をもとにした既存の手法には、安定した特徴量を計算することが困難であることと、大域的な最適解が得られている保証がないという問題点がある。混合整数線形計画問題として定式化し、その最適解を用いて位置合わせを行うことにより、定められた条件下での最適性を保証することができる。また、特徴量は補助的な情報としてのみ利用し、対応点の数または対応点のずれを基にしていることから、特徴量の精度に対して非常に頑健である。よって、提案手法では前処理や視点の位置関係に関する知識を必要とすることなく位置合わせを行うことができる。実験結果より、距離画像の粗い位置合わせに対する提案手法の有効性が示された。

Range Images Registration Using Mixed Integer Linear Programming

SHIZU SAKAKIBARA,^{†1} YUUSUKE KOUNOIKE,^{†2} YUJI SHINANO^{†3}
and IKUKO SHIMIZU^{†3}

A novel coarse registration method using Mixed Integer Linear Programming (MILP) is proposed. Our approach finds the global optimal registration parameters that are independent of values of invariant features. In addition, our algorithm automatically adjusts error tolerance depending on accuracy of given range image data. First, without any assumptions about the variance of noise, we give a definition of the best balanced optimal registration that robustly aligns two range images with the best balanced accuracy. Next, we give two different MILP formulations for the coarse registration: minimization of errors between corresponding point pairs under the constraints on the number of correspondences, and maximization of the number of correspondences under the constraints on the error tolerance between corresponding point pairs. Then, we propose an algorithm finding the best balanced optimal registration of range images by solving these two MILP problems repeatedly. Our experimental results show that our method for coarse registration is highly effective.

1. はじめに

近年、製造業、映画、考古学などきわめて多様な分野で、実世界にある物体の3次元形状モデルが利用されるようになったのにもない、3次元形状モデルを

自動生成する技術が重要になってきている。レンジセンサは3次元形状モデルの生成に用いられるセンサであり、対象の3次元形状を直接計測することができる。レンジセンサによる計測で得られるデータは距離画像と呼ばれる。距離画像の各画素には、計測時のセンサの位置と姿勢に依存した座標系で表現された対象の部分の3次元座標が格納されている。したがって、対象全体の形状モデルを生成するためには、異なる視点から計測し、すべての距離画像を共通の座標系で表す必要がある。各距離画像に含まれている3次元部分形状データから計測時のセンサの相対的な位置と姿勢を表す剛体変換を推定することを、距離画像の位置合わせという。

^{†1} 東京農工大学大学院工学府電子情報工学専攻
Department of Electronic and Information Engineering,
Tokyo University of Agriculture and Technology

^{†2} キヤノン株式会社
Canon Inc.

^{†3} 東京農工大学大学院共生科学技術研究院先端情報科学部門
Division of Systems and Information Technology, Institute of Symbiotic Science and Technology, Tokyo University of Agriculture and Technology

広く用いられる距離画像の位置合わせ手法として、Beslら¹⁾によって提案されたICP (Iterative Closest Point) 法、および、その拡張手法¹⁵⁾がある。これらの手法は非線形最適化を行い、高精度な位置合わせの実現には、十分に良い初期値が必要である。そのため、計測状況などからセンサのおよそ位置と姿勢が既知である場合以外は、まず粗い位置合わせを行い、得られた解を初期値として高精度な位置合わせを行う2段階の方法を用いることが多い。

粗い位置合わせは一般に不変特徴量を対応づけることで行われる³⁾。たとえば、Johnsonら⁹⁾により提案されたスピン画像では、画像の共分散に基づき対応を見つけている。Steinら¹⁸⁾によるスプラッシュ、Chuaら⁶⁾によるポイントシグニチャ、Higuchiら⁸⁾による球面属性画像などでは、ハッシュテーブルを用いて対応づけを行っている。建物を対象として平面領域⁷⁾や円形特徴⁴⁾を用いて対応づけを行う手法も提案されている。これらの手法は、各計測点を十分識別できるような特徴量を用いて個々の計測点間の類似度を定義し、それを独立に評価することで最も似ている計測点を対応づけている。このような方法は、十分に良い特徴量が安定して得られる場合には有効であるが、対象の形状に依存しやすい。また、位置合わせをグラフ上での最適化問題として解く手法¹³⁾、および複数の特徴量の組合せへの拡張¹⁴⁾が提案されている。これらの手法では、特徴量に基づく類似度を評価し、計測点どうしの考えられ得るすべての対応づけの候補の中でデータに最も適合する対応づけの組合せを求める。計測点どうしの対応づけをグラフの強部分核を求める問題に帰着させることにより、特徴量の類似度の相対的な評価に基づく最適解を得られる利点があるが、得られる解は特徴量の精度に依存する。ところが、粗い位置合わせで用いられる不変特徴量は、曲率をベースとするような座標の微分であるため、オクルージョンと視点に依存する物体表面の離散化の影響を受けやすく、安定な計算は難しいという問題がある。

一方、確率的に解を求めるために、GAを応用した位置合わせ手法^{2),17)}や、RANSACベースの解法⁵⁾が提案されている。RANSACベースの解法は、まず、視点1の計測点集合から乱数によって選択された点をもとに3点以上の制御点を選択し、制御点に対応づけられる視点2の点を全探索する。対応点は剛体変換で重なるため、視点1の制御点間の各ユークリッド距離と、視点2の対応する点間の各ユークリッド距離はそれぞれ誤差 e の範囲で同じとなることを利用して点を選択する。次に、得られた対応点集合から剛体変換を推

定し、この剛体変換によって誤差の閾値 H 以下で重なる点の数を求める。同じ制御点と対応づけられる視点2の点集合が複数得られた場合、推定された剛体変換により誤差の閾値以下で重なる点の数が最も多いものを選択する。ここで、もし得られた対応づけで重なる点の数が十分であれば、良い対応が得られたとして終了し、そうでなければ、制御点を選びなおして繰り返し探索を行うという位置合わせを行う。RANSACベースの解法は、大きな計測誤差を含む外れ値が存在する場合でも得られる解が頑健であることが知られており、Salviらによる調査¹⁶⁾ではスピン画像やGAなどの手法との比較により、合成距離画像を用いた実験で比較的良好な結果を示している。しかし、これらの手法でも最適解を求めることができる保証はない。

その一方で、近年、NP困難な問題に属する混合整数線形計画問題 (Mixed Integer Linear Programming Problem, MILP) の解法がめざましい進歩をとげ、解法の種々の部分に工夫を凝らすことにより大規模な問題が解けるようになってきている。20年前には、メインフレームで最適解が得られる問題の規模として、整数変数の数が数百程度であったのに対して、現在では数千程度でもPC上で最適解が得られるようになっている^{10),12)}。

そこで本論文では、混合整数線形計画問題を利用した粗い位置合わせ手法を提案する。位置合わせのための対応づけ探索は、その組合せ数が膨大になり、単純にあらゆる対応づけの組合せを探索することは不可能である。本手法では、混合整数計画問題として位置合わせを定式化することにより、対応づけの組合せ候補の絞り込みを効率良く行い厳密解を得ることができる。本手法で求める解は、対応づけのあらゆる可能な組合せの中で、位置合わせ誤差ができるだけ小さく、対応づけられた計測点の数ができるだけ多くなるような、位置合わせ誤差と対応点数が最も均衡する位置合わせである。そのため、位置合わせ問題を次の2つの混合整数線形計画問題として定式化する。対応点数を固定したときの対応点間の位置合わせ誤差の最小化問題と、対応点間の位置合わせ誤差の最大値を固定したときの対応点数の最大化問題である。

提案手法の特徴として、まず、定められた条件下での最適性が保証されることがあげられる。さらに、得られる位置合わせは不変特徴量の精度に対して非常に頑健であることも本手法の特徴の1つである。提案手法では、Curvedness¹¹⁾が極値となる点を特徴点として抽出して対応づけを行うが、特徴量の値は対応づけの候補の削除に使っているにすぎない。特徴量に求め

る最低限の条件は、それぞれの距離画像間で十分に近い特徴点がある程度の数共通して抽出できることと、対応する特徴点における特徴量がある程度類似した値となることの2点だけである。また、計測点の誤差の大きさなどの情報を必要としないことも本手法の特徴である。

提案手法の有効性を確認するため、特徴点抽出した点集合を対象とし、RANSACベースの解法⁵⁾との比較実験を行った。提案手法とRANSACベースの解法とは、ある大きさの位置合わせ誤差を許容して重なる対応点の組を選び、対応点の組から求めた剛体変換で誤差の閾値で重なる点の数を数え最も良いものを選択する点で類似している。実験から、提案手法によって距離画像の粗い位置合わせに対する妥当な位置合わせ結果が得られることと、精度の平均値による比較からRANSACベースの解法に対する優位性を確認した。さらに、RANSACベースの解法に対する提案手法の利点についても考察した。

2章では、本論文で提案する位置合わせ問題について述べる。3章では、位置合わせの混合整数線形計画問題としての定式化について述べ、4章では、2つの点集合間の位置合わせについて、最適解を求めるアルゴリズムを提案する。5章では、2つの点集合間の位置合わせについて、実験結果による提案手法の評価を行い、6章で結論を述べる。

2. 位置合わせ問題の定義

本論文では、2つの視点から計測された2枚の距離画像が得られているものと仮定する。各視点で計測された距離画像は3次元座標値の集合であり、視点1で得られた全計測点の3次元座標の集合を V^1 、視点2で得られた全計測点の3次元座標の集合を V^2 とする。また、視点 r の計測点 i の3次元座標値を、 $\mathbf{v}_i^r \in \mathbb{R}^3$ であるベクトル $\mathbf{v}_i^r = (x_i^r, y_i^r, z_i^r)^\top$ で表すものとする。位置合わせ問題とは、視点1から得られた計測点集合を視点2から得られた計測点集合に重ね合わせる剛体変換 T を求める問題である。剛体変換は 3×3 の回転行列 \mathbf{R} と並進ベクトル \mathbf{t} を用いて以下で定義される。

$$T(\mathbf{R}, \mathbf{t}; \mathbf{v}) = \mathbf{R}\mathbf{v} + \mathbf{t} \quad \text{for } \mathbf{v} \in \mathbb{R}^3. \quad (1)$$

式(1)の 3×3 回転行列は、行列式の値が1の正規直交行列であるので、剛体変換 T は、同一直線上にない3つ以上の対応点の組から計算することができる。

ここで、一方の距離画像で計測された点について、もう一方の距離画像に対応する計測点が必ず存在するわけではないことに注意しておく。なぜなら、一般に、

異なる視点から計測された距離画像はオクルージョンにより互いに対応点が存在しない領域があるためである。また、視点による離散化の違いにより異なる視点から物体上の完全に一致する点を計測していることは稀である。さらに、各計測点の座標値は計測誤差を含んでいる。そのため、一方の距離画像を正しい剛体変換で変換しても、完全に重なる点が存在するとは限らない。

そこで計測点集合 V^1, V^2 に対し、無限大ノルムによる位置合わせの誤差値が ϵ 以下となる対応づけが可能な点集合である高精度計測点集合 (*more accurate point set*)

$$\begin{aligned} MAPS(T, \phi, \epsilon) \\ = \{ \mathbf{v}_i^1 : \|\mathbf{v}_{\phi(i)}^2 - T(\mathbf{R}, \mathbf{t}; \mathbf{v}_i^1)\|_\infty \leq \epsilon \}, \end{aligned} \quad (2)$$

を定義する。ただし、関数 $\phi(i)$ は、視点1の各点 \mathbf{v}_i^1 に対応する視点2の点への対応づけを表すものとする。このとき、 $MAPS(T, \phi, \epsilon)$ において、 $\phi(i) = j$ となる点 \mathbf{v}_i^1 と点 \mathbf{v}_j^2 は対応点であると表現する。一般に、誤差の大きさは未知であるので、許容する位置合わせ誤差 ϵ はあらかじめ決めておくことはできない。しかし、もし対応点数が N 点以上であると仮定した場合、 $|MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N$ を満たす最小の ϵ を求めることができるため、 N を定数、 ϵ を変数として、視点1と視点2の各計測点集合に対して、対応づけ $\phi_N(i)$ を一意に求める最小化問題を定義することができる。点集合 V^1, V^2 において、 N 点对応の最適な位置合わせ $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$ を次式

$$(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N) = \underset{T, \phi}{\operatorname{argmin}} \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \}, \quad (3)$$

として定義する。また、 N 点对応の最適な位置合わせを実現したときの最小誤差値を

$$\hat{\epsilon}_N = \min \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \}, \quad (4)$$

とする。

ここで、 $\epsilon_1 \geq \epsilon_2$ のとき、

$$\max |MAPS(T, \phi, \epsilon_1)| \geq \max |MAPS(T, \phi, \epsilon_2)|, \quad (5)$$

が成り立ち、 ϵ が小さくなれば対応づけられる計測点は減るため $MAPS(T, \phi, \epsilon)$ の要素数は少なくなる。一方、 $N_1 \leq N_2$ であるとき、

$$\begin{aligned} \min \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N_1 \} \\ \leq \min \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N_2 \}, \end{aligned} \quad (6)$$

が成り立ち、 N が大きくなると N 点对応の最適な位置合わせにおける誤差 ϵ は大きくなる。そこで、なるべく小さな誤差 ϵ で、なるべく対応点数 $|MAPS(T, \phi, \epsilon)|$ が多くなるような位置合わせを行うために、均衡のと

れた位置合わせを定義する．均衡のとれた位置合わせ $(\hat{T}, \hat{\phi})$ とは、次に示す \hat{N} によって求まる \hat{N} 点対応の最適な位置合わせである．

$$\begin{aligned} \hat{N} &= \operatorname{argmax}_{3 \leq N \leq \kappa} \{ |MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})| : (\hat{T}_N, \hat{\phi}_N) \\ &= \operatorname{argmin}_{T, \phi} \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \} \}. \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 κ は対応点数 N の最大値、 ϵ_{fix} は誤差値の上界値とする．対応点数 N の下界値は、剛体変換を一意に推定するため 3 以上である必要性がある．そこで本手法では、3 から κ の各値の N について、 N 点対応の最適な位置合わせ $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$ を行い、このときの対応点数 $|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})|$ を評価し、最も対応点数が多くなる \hat{N} を求め、 $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$ を最適な位置合わせであるとする．許容する位置合わせ誤差 ϵ_{fix} は、

$$\hat{\epsilon}_\kappa = \max_{3 \leq N \leq \kappa} \{ \min_{T, \phi} \{ \epsilon : |MAPS(T, \phi, \epsilon)| \geq N \} \}. \quad (8)$$

が成り立つことから、 $3 \leq N \leq \kappa$ である各 N において位置合わせの良さを評価するために共通に用いる誤差値には $\epsilon_{\text{fix}} = \hat{\epsilon}_\kappa$ を用いる．このとき、許容する位置合わせ誤差 ϵ_{fix} が大きくなりすぎる場合があることを考慮して、 ϵ_{fix} の上界値 $\bar{\epsilon}$ を与え、 $\epsilon_{\text{fix}} \leq \bar{\epsilon}$ を満たすものとする．均衡のとれた位置合わせにおける最適な対応点数 \hat{N} と、誤差値 $\hat{\epsilon}_{\hat{N}}$ を最適な均衡値と呼ぶ．最適な均衡値は、与えられた視点 1 と視点 2 の計測データに依存した値であり、未知である．

3. 位置合わせの混合整数線形計画問題としての定式化

本章では、本手法で用いる 2 つの定式化について述べる．1 つ目は、 N 点対応の最適な位置合わせのための、対応点数を固定したときの対応点間のずれの最小化問題としての定式化である．2 つ目は、位置合わせの良さを評価するための、対応点間の位置合わせ誤差の最大値を固定したときの対応点数の最大化問題としての定式化である．ただし、対応点間の位置合わせ誤差の最大値を固定したときの対応点数を求めるには、本論文で提案する定式化を用いないで他の方法を使うことも考えられる．

3.1 N 点対応の最適な位置合わせ問題の MILP による定式化

ここでは、2 章で定義した N 点対応の最適な位置合わせ問題を混合整数線形計画問題として定式化するため、実数変数および整数変数を用いて線形式の制約条件および目的関数で表現する．まず、いくつかの記号と表記を定義する．剛体変換 T における回転行列

R の制約を線形の制約式で直接表現することは困難である．そこで、剛体変換における回転行列 R と並進ベクトル t に対して、擬似回転行列 R' と擬似並進ベクトル t' を導入し、線形の制約式により、 R' および t' が各々 R および t に近くなるようにする．以後、 R' および t' を用いて求まる記号にはプライム ($'$) を付けて表現する．

表記の簡略化のため、点集合 V のインデックス集合を $I(V) \stackrel{\text{def}}{=} \{i : v_i \in V\}$ と表記し、ベクトル $x = (x_1, x_2, x_3)^\top$ に対して各要素の絶対値をとる関数を $\text{ABS}(x) \stackrel{\text{def}}{=} (|x_1|, |x_2|, |x_3|)^\top$ と表記する．本定式化での決定変数は、次に定義する各要素が 0-1 整数変数からなる対応点集合ベクトル

$p = (p_{11}, p_{12}, \dots, p_{1n_2}, p_{21}, p_{22}, \dots, p_{n_11}, p_{n_12}, \dots, p_{n_1n_2})^\top$ と、各要素が実数変数からなる R' および t' である．対応点集合ベクトル p の各要素は、視点 1 の計測点 v_i^1 と視点 2 の計測点 v_j^2 が対応点であるとき、すなわち $j = \phi(i)$ であるとき 1、そうでないとき 0 であるとする．また、擬似回転行列 R' と擬似並進ベクトル t' の各要素を以下で表現する．

$$R' = \begin{pmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} \end{pmatrix}, t' = \begin{pmatrix} t'_1 \\ t'_2 \\ t'_3 \end{pmatrix}.$$

本手法では、視点 1 の計測点と視点 2 の計測点は 1 対 1 に対応すると仮定する．すなわち、視点 1 の計測点 v_i^1 に対応する視点 2 の計測点の数は 1 つだけ存在するか、もしくは存在しない．視点 2 における計測点についても同様である．これらから、次式が成り立つ．

$$\sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \leq 1, \quad (i \in I(V^1)), \quad (9)$$

$$\sum_{i \in I(V^1)} p_{ij} \leq 1, \quad (j \in I(V^2)). \quad (10)$$

また、高精度計測点集合 $MAPS(T, \phi, \epsilon)$ の要素数の最小値は定数 N であることから、対応点集合ベクトルの要素である各 0-1 整数変数が 1 の値を持つ個数は、少なくとも N 以上でなければならない．よって、次式が成り立つ．

$$\sum_{i \in I(V^1)} \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \geq N. \quad (11)$$

ここで、高精度計測点集合 $MAPS(T, \phi, \epsilon)$ に含まれる各点 v_i^1 に対して、 $p_{ij} = 1$ が成立している場合に限り、以下が成立する．

$$\begin{aligned} & \text{ABS}(\mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}'\mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}') \\ & \leq \begin{pmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}, (i \in I(V^1), j \in I(V^2)). \end{aligned} \quad (12)$$

一方, $p_{ij} = 0$ であるときは, 式 (12) の条件は満たさない. このことを表現するために, 視点 1 と視点 2 のどの点対においても次式が成立する何らかの大きな値を要素として持つベクトル $\mathbf{M} = (m_1, m_2, m_3)^\top$ を設定する.

$$\begin{aligned} & \text{ABS}(\mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}'\mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}') \leq \mathbf{M}, \\ & (i \in I(V^1), j \in I(V^2)). \end{aligned} \quad (13)$$

実数ベクトル \mathbf{M} を用いることで, $\text{MAPS}(T, \phi, \epsilon)$ に含まれる各点を次の式で表現することができる.

$$\begin{aligned} & \text{ABS}(\mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}'\mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}') \leq \mathbf{M}(1 - p_{ij}) + \begin{pmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}, \\ & (i \in I(V^1), j \in I(V^2)). \end{aligned} \quad (14)$$

式 (14) は, $p_{ij} = 1$ のときに式 (12) を, $p_{ij} = 0$ のときには, 式 (13) を表現している. ここで, 式 (9) が成立していることから, 式 (14) を次式で書き換えることができる.

$$\begin{aligned} & \text{ABS} \left(\sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}'\mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}' \right) \leq \\ & \mathbf{M} \left(1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \right) + \begin{pmatrix} \epsilon \\ \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}, (i \in I(V^1)). \end{aligned} \quad (15)$$

式 (15) は視点 1 の計測点 \mathbf{v}_i^1 が対応点を持つ場合には, $p_{ij} = 1$ である対応する視点 2 の計測点 \mathbf{v}_j^2 と式 (12) が成立し, 視点 1 の計測点 \mathbf{v}_i^1 が対応点を持たない場合は, $\sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} = 0$ であることから, 式 (13) となる.

次に, 擬似回転行列 \mathbf{R}' が回転行列であることを線形の制約式で間接的に表現する. \mathbf{R}' が回転行列であるとき, 視点 1 と視点 2 の対応点对を考えると, 任意の 3 組の対応点对が一方の距離画像中で作る 3 角形と, もう一方の距離画像中で作る 3 角形が誤差の範囲で合同となる. 視点 1 の 2 つの計測点 $\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1 \in V^1$ と視点 2 の 2 つの計測点 $\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2 \in V^2$ について, $d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1)$ を点 \mathbf{v}_i^1 と \mathbf{v}_k^1 の距離とし, $d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)$ を点 \mathbf{v}_j^2 と \mathbf{v}_l^2 の距離であるとする. もし, $j = \phi(i)$ かつ $l = \phi(k)$ であるとする, 距離に関する誤差値 ϵ_d を

用いて, $|d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1) - d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)| \leq \epsilon_d$ が成立する. 逆に, $|d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1) - d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)| > \epsilon_d$ が成り立っている場合は, $j \neq \phi(i)$ または $l \neq \phi(k)$ が成立する. このことを次式で表現する.

$$\begin{aligned} & p_{ij} + p_{kl} \leq 1, (i, k \in I(V^1), j, l \in I(V^2), \\ & |d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1) - d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)| > \epsilon_d). \end{aligned} \quad (16)$$

式 (9) が成立していることから, 式 (16) を次式で書き換えることができる.

$$\begin{aligned} & p_{ij} + \sum_{l \in I(V^2), |d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1) - d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)| > \epsilon_d} p_{kl} \leq 1, \\ & (i, k \in I(V^1), j \in I(V^2)). \end{aligned} \quad (17)$$

このとき, 距離に関する誤差値 ϵ_d は誤差値 ϵ の大きさに依存する. 剛体変換による誤差 $\pm \epsilon$ を許容するためには, ϵ_d の値は少なくとも $2\sqrt{3}\epsilon$ 以上でなければならないため, $\epsilon_d \geq 2\sqrt{3}\epsilon$ が成り立つものとする.

MILP 問題の決定変数のうちいくつかをあらかじめ固定するか, または, 許容範囲を設定できると, MILP 問題をより高速に解くことができる. 効率的に探索を行うため, 視点 1 による点 \mathbf{v}_i^1 と視点 2 による点 \mathbf{v}_j^2 の間の不変特徴量から導出される類似度を s_{ij} とおく. 類似度 s_{ij} は, 値が大きいほど点 \mathbf{v}_i^1 と点 \mathbf{v}_j^2 の不変特徴量が一致していることを表す. 視点 1 の計測点 \mathbf{v}_i^1 と視点 2 の計測点 \mathbf{v}_j^2 が対応点であるときには点 \mathbf{v}_i^1 と点 \mathbf{v}_j^2 の形状は類似していることから, もし類似度 s_{ij} が極端に低い値であった場合, 点 \mathbf{v}_i^1 と点 \mathbf{v}_j^2 は対応点とならない可能性が高いため, 対応点の候補から除外することが考えられる. つまり, 不変特徴量が類似していない場合, すなわち, 類似度 s_{ij} が十分に小さい場合には, 以下のように, 変数 p_{ij} の一部を 0 に固定することが可能である.

$$p_{ij} = 0, (i \in I(V^1), j \in I(V^2), s_{ij} < \epsilon_s). \quad (18)$$

パラメータ ϵ_s は, 点 \mathbf{v}_i^1 と点 \mathbf{v}_j^2 が対応点とならないと考えられる十分に小さな値であるとする.

ここで, 類似度是对応点の候補の削除にのみ用いているため, 類似度が大きい対応点である可能性が高いことを正確に示している必要はないことを注意しておく. また, 類似度が与えられていない場合には, 視点 1 の計測点集合と視点 2 の計測点集合のすべての組を対応点の候補として考えればよい.

さらに, 実数変数である擬似回転行列 \mathbf{R}' と擬似並進ベクトル \mathbf{t}' に, $r'_{ij} \leq r'_{ij} \leq \bar{r}'_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$), $\underline{t}'_i \leq t'_i \leq \bar{t}'_i$ ($i = 1, 2, 3$) となる上界値と下界値を与える. \mathbf{R}' が回転行列であることから, 自明な許容範囲は, $-1 \leq r'_{ij} \leq 1$ ($i, j = 1, 2, 3$) である. 並進ベ

クトルを表す \mathbf{t}' の許容範囲は、自明な許容範囲としては、 $-\infty \leq t'_i \leq \infty$ ($i = 1, 2, 3$) であるが、もし計測状況などから何らかの許容範囲が既知である場合には、その値を用いることができる。

以上の議論から、位置合わせ誤差 ϵ を最小化する N 点対応の最適な位置合わせ問題を、以下のように定式化する。

$$\begin{aligned}
(P_1) \min \quad & \epsilon \\
\text{sub. to} \quad & \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \leq 1, \quad (i \in I(V^1)), \\
& \sum_{i \in I(V^1)} p_{ij} \leq 1, \quad (j \in I(V^2)), \\
& \sum_{i \in I(V^1)} \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \geq N, \\
& \sum_{j \in I(V^2)} p_{i,j} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}' \mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}' \geq \\
& -\mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \\ \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}, \quad (i \in I(V^1)), \\
& \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R}' \mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t}' \leq \\
& \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \\ \epsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}, \quad (i \in I(V^1)), \\
& p_{ij} + \sum_{l \in I(V^2), |d(\mathbf{v}_i^1, \mathbf{v}_k^1) - d(\mathbf{v}_j^2, \mathbf{v}_l^2)| > \epsilon_d} p_{kl} \leq 1, \\
& \quad (i, k \in I(V^1), j \in I(V^2)), \\
& p_{ij} = 0, \quad (i \in I(V^1), j \in I(V^2), s_{ij} < \epsilon_s), \\
& \underline{r}'_{ij} \leq r'_{ij} \leq \bar{r}'_{ij}, \quad (i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3), \\
& \underline{t}'_i \leq t'_i \leq \bar{t}'_i, \quad (i = 1, 2, 3), \\
& p_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i \in I(V^1), j \in I(V^2)).
\end{aligned}$$

3.2 位置合わせの良さを評価するための ILP による定式化

ここでは、位置合わせの良さを評価するために、与えられた剛体変換 $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$ について、対応点数 $|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})|$ を求めるための整数計画問題 (Integer Linear Programming Problem, ILP) の定式化について述べる。次にあげる点を除き、制約条件の大部分は 3.1 節と同様に記述できる。

(a) 剛体変換はあらかじめ与えられている。問題 (P_1) の定式化では擬似回転行列 \mathbf{R}' および擬似並進ベクトル \mathbf{t}' の各要素は変数であったが、本

章における定式化では、回転行列 \mathbf{R} および並進ベクトル \mathbf{t} は定数である。これらの値は、次章で述べるアルゴリズム中で \mathbf{R}' および \mathbf{t}' によって対応づけられる対応点から剛体変換の推定を行うことで求める。

- (b) 剛体変換の重ね合わせのための誤差値 ϵ_{fix} は、変数ではなく定数である。
- (c) 対応点数 N はあらかじめ与えられる数値ではなく、定式化中で最大化される。

対応点数 $|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})|$ を求める問題の ILP による定式化を以下に示す。

$$\begin{aligned}
(P_2) \max \quad & \sum_{i \in I(V^1)} \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \\
\text{sub. to} \quad & \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \leq 1, \quad (i \in I(V^1)), \\
& \sum_{i \in I(V^1)} p_{ij} \leq 1, \quad (j \in I(V^2)), \\
& \sum_{j \in I(V^2)} p_{i,j} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R} \mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t} \geq \\
& -\mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \\ \epsilon_{\text{fix}} \\ \epsilon_{\text{fix}} \end{pmatrix}, \quad (i \in I(V^1)), \\
& \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \mathbf{v}_j^2 - \mathbf{R} \mathbf{v}_i^1 - \mathbf{t} \leq \\
& \mathbf{M} \begin{pmatrix} 1 - \sum_{j \in I(V^2)} p_{ij} \\ \epsilon_{\text{fix}} \\ \epsilon_{\text{fix}} \end{pmatrix}, \quad (i \in I(V^1)), \\
& p_{ij} = 0, \quad (i \in I(V^1), j \in I(V^2), s_{ij} < \epsilon_s), \\
& p_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i \in I(V^1), j \in I(V^2)).
\end{aligned}$$

4. 2つの点集合間の位置合わせアルゴリズム

4.1 均衡のとれた位置合わせを実現するアルゴリズム

本章では、2つの点集合 V^1, V^2 に対し、位置合わせ誤差と対応点数とが最も均衡する位置合わせ問題の最適解を求めるアルゴリズムを提案する。提案アルゴリズムは、次に説明する2段階から構成される。

Phase 1 パラメータである対応点数 N を、5から与えられる κ の上界値 $\bar{\kappa}$ まで変化させ、各 N において最小化された誤差値 ϵ'_N および、このときの対応点集合ベクトル $\hat{\mathbf{p}}'_N$ における剛体変換 $(\hat{T}'_N, \hat{\phi}'_N)$ を求める。 $\epsilon'_N \leq \bar{\epsilon}$ である $(\hat{\mathbf{p}}'_N, \epsilon'_N)$ を、

解の候補としてリスト L に入れる．

Phase 2 各 $(\hat{p}'_N, \hat{e}'_N) \in L$ で，対応 \hat{p}'_N より剛体変換 $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$ を推定し，最大対応点数 $|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})|$ を求める．評価に使う誤差値は $\epsilon_{\text{fix}} = \hat{\epsilon}_\kappa$ ，すなわち， $\epsilon_{\text{fix}} = \max\{\hat{e}'_N : (\hat{p}'_N, \hat{e}'_N) \in L\}$ である． $\arg\max_N \{|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})| : \text{Ns.t.}(\hat{p}'_N, \hat{e}'_N) \in L\}$ となる解 (\hat{p}'_N, \hat{e}'_N) を最適解として選択する．

上記 Phase 1 では，MILP 問題 (P_1) におけるパラメータ ϵ_d はあらかじめ与える必要があるため，各 N で ϵ_d を調節する必要がある．ここで，パラメータ ϵ_{d_i} が与えら得ているとき，問題 (P_1) の実行可能解集合と最適値をそれぞれ S_i と \hat{e}_i で表現する．このとき， ϵ_d の値が小さくなるに従ってより多くの p の要素が 0 に固定され，実行可能解集合が限定されることから，もし $\epsilon_{d_1} \geq \epsilon_{d_2}$ ならば， $S_1 \supset S_2$ が成り立つ．よって， $\epsilon_{d_1} \geq \epsilon_{d_2}$ であるとき， $\hat{e}_1 \leq \hat{e}_2$ が成立する．このことから，最適な ϵ_d の値として， $\epsilon_d \geq 2\sqrt{3}\epsilon$ となる最小の ϵ_d を用いた．このときの ϵ_d を， ϵ_d^* とする．もし， $\epsilon_{d_1} \leq 2\sqrt{3}\epsilon_1$ であるならば， $\epsilon_{d_1} \leq \epsilon_d^* \leq 2\sqrt{3}\epsilon_1$ が成り立つ．同様に，もし， $\epsilon_{d_2} \geq 2\sqrt{3}\epsilon_2$ であるならば， $\epsilon_{d_2} \geq \epsilon_d^* \geq 2\sqrt{3}\epsilon_2$ である．適切なパラメータの値を探索するには二分探索のように探索範囲を狭めるとよいが，提案アルゴリズムでは，上記の性質を用いて，問題 (P_1) の最適値を利用することによって二分探索よりも速く探索範囲を狭めている．

提案するアルゴリズムを擬似コードで示す．

[Algorithm] MILP-based_Registration($\bar{\epsilon}$)

```

L = ∅;
/* Phase 1 */
for(N = 5; N ≤  $\bar{\kappa}$ ; N++) {
   $\bar{\epsilon}_N = \bar{\epsilon}$ ; /*  $\bar{\epsilon}_N$ :  $\hat{e}'_N$  の上界値 */
   $\underline{\epsilon}_N = 0.0$ ; /*  $\underline{\epsilon}_N$ :  $\hat{e}'_N$  の下界値 */
   $\epsilon_N = \bar{\epsilon}$ ;
  while( $\bar{\epsilon}_N > \underline{\epsilon}_N$ ) {
    /* 範囲を狭めていくことで  $\hat{e}'_N$  を探索する */
     $\epsilon_d = 2\sqrt{3}\epsilon_N$ ;
    パラメータ  $N$ ,  $\epsilon_d$  における問題  $(P_1)$  の
    最適解を求める;
    /*  $\hat{p}_N$  を最適解とし，
     $\hat{e}'_N$  を問題  $(P_1)$  の最適値とする． */
    if (実行可能解が存在しない) {break;}
    if ( $\hat{e}'_N < \epsilon_N$ ) {
      if ( $\hat{e}'_N > \underline{\epsilon}_N$ ) { $\underline{\epsilon}_N = \hat{e}'_N$ ;}
       $\bar{\epsilon}_N = \epsilon_N$ ;

```

```

    }else{
      if ( $\hat{e}'_N > \bar{\epsilon}$ ) {break;}
      if ( $\hat{e}'_N < \bar{\epsilon}_N$ ) { $\bar{\epsilon}_N = \hat{e}'_N$ ;}
       $\underline{\epsilon}_N = \epsilon_N$ ;
    }
     $\epsilon_N = (\bar{\epsilon}_N + \underline{\epsilon}_N)/2 + \underline{\epsilon}_N$ ;
  }
  L = L ∪ {( $\hat{p}'_N, \hat{e}'_N$ )};
}
if(L = ∅) {return “解がない” /*  $\bar{\epsilon}$  が小さすぎた */;}
/* Phase 2 */
 $\epsilon_{\text{fix}} = \max\{\hat{e}'_N : (\hat{p}'_N, \hat{e}'_N) \in L\}$ ;
 $\hat{N} = 0$ ;
while(L ≠ ∅) {
  L から  $(\hat{p}'_N, \hat{e}'_N)$  をひとつ取り出す;
  /* L = L \ {( $\hat{p}'_N, \hat{e}'_N$ )} */
   $\hat{p}'_N$  から  $(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N)$  を計算し，パラメータ  $\epsilon_{\text{fix}}$  における問題  $(P_2)$  を解くことで， $|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})|$  を求める;
  /*  $N_{\text{temp}} = |MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{\text{fix}})|$  とし，
   $\hat{p}_{\text{temp}}$  を問題  $(P_2)$  の最適解とする． */
  if( $\hat{N} < N_{\text{temp}}$ ) {
     $\hat{N} = N_{\text{temp}}$ ;
     $\hat{p}_{\hat{N}} = \hat{p}'_N$ ;
  }
}
return  $\hat{p}_{\hat{N}}$ ;

```

アルゴリズムの Phase 2 において対応点数 N の最小値が 5 であるのは，以下の理由による．3-または 4-対応の最適な位置合わせでは，目的関数である誤差値 $\hat{e}'_{\{3,4\}}$ を 0 にすることができる解が複数存在する．このため，最適解を求めても $\hat{e}'_{\{3,4\}}$ を 0 とする解の 1 つが求まっても適切な解でないことがある．そこで， N の最小値を 5 とする．

提案アルゴリズムは，理論的には視点 1 と視点 2 の全計測点を対象としても実現できる．しかし，現在の混合整数線形計画問題のソルバでは，問題 (P_1) において一般的な大きさの距離画像の全計測点を対象とした問題が解けるほど強力ではない．仮に全計測点を対象とした問題 (P_1) を解くことが可能であったとしても，全計測点を用いた位置合わせでは計測点の数が多いことから最大対応点数の上界値 $\bar{\kappa}$ を大きく見積もらなければならないため，問題 (P_1) を解く回数は増大し，現実時間での解法を実現することは困難である．そこで本手法では，事前に特徴点が抽出されているこ

とを仮定し、あらかじめ抽出された特徴点の対応を求めることとする。

提案アルゴリズムは以下にあげる特徴を持つ。

- (1) 前もって与えるパラメータとして誤差の最大値 $\bar{\epsilon}$ があるが、パラメータ ϵ_d については、アルゴリズム中で計測点集合の精度に合わせて自動的に調整される。
- (2) もし $\bar{\epsilon}$ として小さすぎる値を与えた場合、アルゴリズム中で解がないと判定されるか、または評価における対応点数が極端に少ないことで判定できる。逆に大きな $\bar{\epsilon}$ を与えた場合、解を求めるのに時間がかかるが最適解が求まることが保証されている。
- (3) 誤差値 ϵ_d を探索するにあたって、MILP 問題 (P_1) の最適値を利用することで、最適性を保証しながら、二分探索よりも高速に収束する。

4.2 前処理に関する特徴

提案アルゴリズムでは、類似度の計算および特徴点抽出を前提としている。前述のように、対応点の候補を類似度の閾値 ϵ_s を用いて削除することのみに利用している。本手法では、 $(i, j) \notin P$ である点対 (i, j) の類似度が高いものが存在したり、 $(i, j) \in P$ である点対 (i, j) の類似度が低いものが存在したりしていても、 $(i, j) \in P$ かつ $s_{i,j} \leq \epsilon_s$ となる点のみを用いて対応づけ集合を求める。それゆえ、類似度の値が正確である必要はなく、類似度に対して頑健な解法となっている。

4.3 パラメータの設定

提案アルゴリズムの適用にあたって、ユーザが設定する必要があるパラメータを以下にあげる。

$\bar{\epsilon}$: 最大誤差

$\bar{\kappa}$: 対応を求める最大対応点数の上界値

M : 式 (13) で定義した混合整数線形計画問題として定式化するために用いる大きな値

ϵ_s : 類似度の閾値

$\underline{r}'_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$: 擬似回転行列 R' のとりうる範囲の下界値

$\bar{r}'_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$: 擬似回転行列 R' のとりうる範囲の上界値

$\underline{t}'_i (i = 1, 2, 3)$: 擬似並進ベクトル t' のとりうる範囲の下界値

$\bar{t}'_i (i = 1, 2, 3)$: 擬似並進ベクトル t' のとりうる範囲の上界値

このうち、類似度の閾値 ϵ_s は、もし類似度がまったく与えられていない場合には省略可能である。また、 $\underline{r}'_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$, $\bar{r}'_{ij} (i, j = 1, 2, 3)$, $\underline{t}'_i (i = 1, 2, 3)$,

$\bar{t}'_i (i = 1, 2, 3)$ については、計測装置や計測状況から既知である範囲が存在しない場合には、省略して範囲を指定しないことも可能である。これらは、あらかじめ与えることによって、実行時間を短縮することができる。

混合整数線形計画問題として定式化するために用いる大きな値 M は、実行時間の短縮のためにはなるべく小さいほうがよいが、3.1 節における式 (13) を満たす値でなければならない。考えられるすべての点対に関して、可能な回転、平行移動を適用した場合のいずれの最大値よりも大きい値であれば、得られる解には影響しない。ただし、 M が大きすぎると、変数 p_{ij} と M を掛け合わせて加算することで誤差が蓄積し、解に悪影響を与えることに注意する必要がある。

5. 実験

提案手法の有効性を確認するため、特徴点抽出を行った点集合を対象として数値実験を行い RANSAC ベースの解法⁵⁾ との比較実験を行った。4 種類のデータを用いて実験を行い、実装は perl で記述し、混合整数線形計画問題のソルバとして ILOG CPLEX ver.10.2 を用いた。実験に使用した PC は、CPU: PentiumD 950 (3.4 GHz), RAM: 2 GB, OS: linux-2.6 である。

本実験では、点集合 V^1 および V^2 は Curvedness¹¹⁾ に基づき抽出した特徴点を用いた。特徴点が局在することを避けるため、特徴点間の距離がある程度大きくなるように Curvedness が極値となる点を抽出した。類似度は、面の局所的な凹凸をガウス曲率および平均曲率から判断した。凹凸が異なっていたら -100, 凹凸が同じなら Curvedness の値が似ているほうが類似度の値が大きいものとした。剛体変換推定には Umeyama のアルゴリズム¹⁹⁾ を用いた。また、剛体変換の評価を行う ILP 問題 (P_2) では、評価精度を上げるために視点 1 の点集合として V^1 , 視点 2 の点集合として V^2 を用いた。

比較となる RANSAC ベースの解法⁵⁾ による実験では、視点 1 の制御点は 3 点とし、これに対応する視点 2 の 3 点を探索して得られた 3 組の対応点より剛体変換を推定した。剛体変換推定には、Umeyama のアルゴリズム¹⁹⁾ を用いた。実験では、位置合わせの誤差の閾値 H および、視点 1 と視点 2 における各三角形が合同であるための辺の長さの許容誤差 e , 誤差の閾値 H のもとで剛体変換により重ね合わせたときの対応点数の閾値 N_{\max} をそれぞれ与えた。特徴点抽出を行ったデータであるため各点間の距離が一定ではないことから、制御点間の距離の最小値 d_{\min} のみを与え、

表 1 提案手法と RANSAC ベースの解法による解の精度評価
 Table 1 Error evaluation of MILP-based registration and RANSAC-based registration.

データの種類	σ	提案手法				RANSAC-base			
		実行時間 (秒)	回転角度 誤差	回転軸 のずれ	並進 誤差	実行時間 (秒)	回転角度 誤差	回転軸 のずれ	並進 誤差
b00	0.00	786	0.32	1.87	0.33	98	0.57	1.61	0.42
b02	0.02	751	0.31	1.66	0.32	68	0.42	1.54	0.32
b04	0.04	932	0.36	1.98	0.33	149	0.48	1.84	0.42
b06	0.06	1071	0.25	1.33	0.28	112	0.49	2.00	0.46
b08	0.08	861	0.36	1.71	0.36	183	0.61	2.91	0.75
b10	0.10	1048	0.38	1.39	0.27	115	0.53	1.98	0.38
h00	0.00	1572	0.22	2.06	0.57	251	0.54	3.20	1.20
h02	0.02	1486	0.25	1.80	0.55	194	0.59	2.56	0.74
h04	0.04	1240	0.31	1.96	0.47	150	0.56	2.47	0.86
h06	0.06	1236	0.44	2.35	0.51	246	0.87	2.85	1.03
h08	0.08	943	0.39	2.52	0.63	205	0.74	3.72	1.09
h10	0.10	946	0.28	2.75	0.60	243	0.51	4.22	1.00
a00	0.00	38281	0.21	0.83	0.23	270	0.57	1.58	0.47
a02	0.02	38806	0.25	0.89	0.23	197	0.62	2.30	0.52
a04	0.04	39796	0.21	0.99	0.24	486	0.42	2.08	0.44
a06	0.06	41628	0.24	0.91	0.21	501	0.28	1.81	0.36
a08	0.08	39262	0.24	0.83	0.21	674	0.69	2.39	0.52
a10	0.10	39034	0.37	0.97	0.26	670	0.36	1.57	0.38

各辺の長さが最小値以上となる三角形を選択するものとした。RANSAC ベースの解法では、視点 1 の計測点集合を全探索した場合と同じ繰返し回数に達した場合に、設定したパラメータでは解が求まらなかったものと判定し、パラメータを変えて再度実験を行った。

実験に使用したデータは、精度評価実験として“Stanford Bunny”²⁰⁾，“Horse”²²⁾，“Armadillo”²⁰⁾の3種類の3次元形状モデルを用いて合成距離画像を生成し、実距離画像として“Pooh”²¹⁾を用いた。いずれも、各距離画像はモデルを y 軸周りに 20 度ずつ回転させた 18 枚の距離画像である。次に合成距離画像を用いた実験結果と、実距離画像を用いた実験結果について述べる。

5.1 合成距離画像

合成距離画像には z 軸方向に分散 $\sigma = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 1.00$ の異なる正規分布 (いずれも平均は 0) に従う雑音を加えたものと、雑音を加えていないものの 6 パターンを用意した。特徴点抽出の点数は、データ“Stanford Bunny”、“Horse”では各視点で 50 点、凹凸の多い形状である“Armadillo”では 70 点とした。

実験のパラメータは次のように設定した。“Stanford Bunny”および“Horse”、“Armadillo”の合成距離画像では、まず、以下のパラメータで実験を行った。

$$\bar{\epsilon} = 0.15, \bar{\kappa} = 10, \epsilon_s = 10,$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\underline{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} -100 \\ -100 \\ -100 \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix}.$$

解が求まらなかった問題のみ、 $\bar{\epsilon} = 0.25$ とし、残りのパラメータは同じ値で再計算した。

比較となる RANSAC ベースのアルゴリズムのパラメータは、“Stanford Bunny”および“Horse”では、まず以下のパラメータで実験した。

$$H = 0.50, e = 0.10, N_{\max} = 8, d_{\min} = 2.0.$$

解が求まらなかった問題のみ、 $H = 1.00, e = 0.20$ とし、残りのパラメータは同じ値で再計算した。データ“Armadillo”では、まず以下のパラメータで実験した。

$$H = 0.50, e = 0.10, N_{\max} = 12, d_{\min} = 2.0.$$

解が求まらなかった問題のみ、 $H = 1.00, e = 0.20$ とし、残りのパラメータは同じ値で再計算した。

合成距離画像“Stanford Bunny”、“Horse”、“Armadillo”における実験結果を表 1 に示す。各データ

表 2 提案手法においてパラメータ $\bar{\epsilon} = 0.25$ で実験したデータ
Table 2 Data computed with parameter $\bar{\epsilon} = 0.25$ by the MILP-based method.

データの種類	$\bar{\epsilon} = 0.25$ とした組
b00,b02,b04, b06,b08,b10	なし
h00	180 度-200 度
h02	なし
h04	180 度-200 度, 280 度-300 度
h06	180 度-200 度
h08	280 度-300 度
h10	20 度-40 度, 280 度-300 度
a00,a02,a04, a06,a08,a10	60 度-80 度

表 3 RANSAC-ベースにおいてパラメータ $H = 1.00$ で実験したデータ

Table 3 Data computed with parameter $H = 1.00$ by the RANSAC-based method.

データの種類	$H = 1.00$ とした組
b00	20 度-40 度, 260 度-280 度
b02	20 度-40 度, 260 度-280 度
b04	260 度-280 度
b06	260 度-280 度
b08	なし
b10	260 度-280 度, 280 度-300 度
h00	120 度-140 度 140 度-160 度
h02	140 度-160 度 180 度-200 度 220 度-240 度
h04	20 度-40 度 120 度-140 度 160 度-180 度 200 度-220 度 220 度-240 度
h06	120 度-140 度 220 度-240 度
h08	0 度-20 度 120 度-140 度 140 度-160 度
h10	120 度-140 度 140 度-160 度 160 度-180 度 180 度-200 度 220 度-240 度 280 度-300 度
a00	40 度-60 度, 60 度-80 度
a02	40 度-60 度
a04	なし
a06	なし
a08	60 度-80 度
a10	60 度-80 度

の雑音パターンで、20 度ずつ回転させた 18 枚のデータの隣り合う 2 枚の組について位置合わせを行った。実験結果は、各データの雑音パターンごとに行った 18 回の位置合わせにおける実行時間、回転角度誤差、回転軸のずれ、並進誤差の平均値を示した。表 1 のデータの種類の、最初のアルファベット b, h, a がそれぞれ形状モデル “Stanford Bunny”, “Horse”, “Armadillo” を表し、続く数字が雑音の分散を表す。提案手法の各平均値の計算には表 2 に示されている角度については、パラメータ $\bar{\epsilon} = 0.25$ を、他の角度については $\bar{\epsilon} = 0.15$ を用いて解いたときの結果を使用した。同様に、RANSAC ベースの解法では表 3 に示されている角度については、パラメータ $H = 1.00$, $e = 0.20$ を、他の角度については $H = 0.50$, $e = 0.10$ を用い

たときの結果を示した。

表 1 より、提案手法は RANSAC ベースの解法と比較して回転誤差、回転軸のずれ、並進誤差が小さいことが分かる。計算時間については 10 倍から 50 倍近くかかっている。また、すべてのデータにおいて、付加した誤差の大きさ σ が大きくなっても、回転誤差、回転軸のずれ、並進誤差には顕著な差は見られない。

また、データ “Stanford Bunny”, “Horse” における結果よりも “Armadillo” における結果のほうが、回転角度誤差、回転軸のずれ、並進誤差ともに良い結果となった。これは、“Armadillo” では特徴点数が多いため、提案手法によって計測誤差の比較的小さい計測点からなる対応点集合を発見できたことによると考えられる。ただし、特徴点の数に応じて、混合整数計画問題の変数および制約式の数が増大するために計算時間が長くなる。また、 N 点对応の位置合わせにおいて、 N が大きくなっても誤差の最大値 $\bar{\epsilon}$ 以内で解が求まるために解の候補が増え、実行時間が長くなる。特徴点の類似度をもとにした位置合わせでは、似たような凹凸の多いデータ “Armadillo” は比較的位置合わせの難しい問題であるが、提案手法では凹凸の類似度は閾値としてしか使用していないため、似たような凹凸の多いデータでも局所最適解に陥らない大域的な探索を行うことができている。

各データ中の雑音パターンで回転角度誤差、回転軸のずれ、並進誤差が大きい結果となった b06, h08, a10, について、提案手法で位置合わせを行った結果をそれぞれ図 1, 図 2, 図 3 に示す。それぞれデータ “Stanford Bunny”, “Horse”, “Armadillo” における距離画像すべてを重ね合わせたものを 8 方向から示し、距離画像ごとに違う色を割り当てて表示した。図 1 における耳の一部と、図 2 における前足の一部にずれている部分もあるが、全体的にはデータ “Stanford Bunny”, “Horse” とともに各距離画像が重なり合っていることから位置合わせができていることが分かる。図 3 では、すべての距離画像が滑らかに重なり合っており、粗い位置合わせとしては十分な精度が実現できていることが分かる。

5.2 実距離画像

実距離画像 “Pooh” は、比較的小滑らかな、特徴の少ない曲面を持つプラスチックの人形を計測したものである。特徴点抽出の点数は、“Pooh” は比較的形状の小滑らかな物体であるため 70 点とした。実距離画像データ “Pooh” は物体が原点から離れた場所で回転しているため、並進ベクトルの値の範囲が大きくなることから、並進ベクトルの精度が悪くなる傾向がある。この



図 1 提案手法による“Stanford Bunny”の位置合わせ
Fig.1 Result of “Stanford Bunny”.

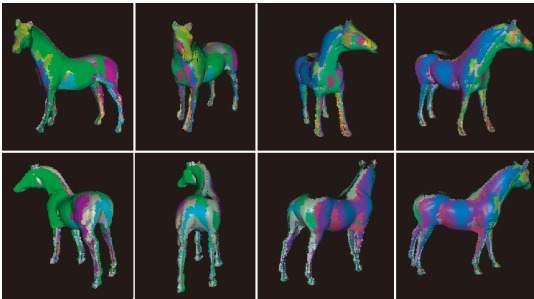


図 2 提案手法による“Horse”の位置合わせ
Fig.2 Result of “Horse”.

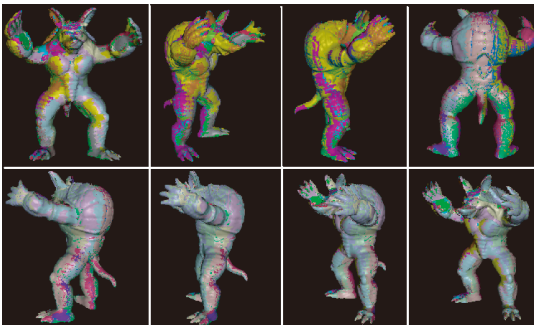


図 3 提案手法による“Armadillo”の位置合わせ
Fig.3 Result of “Armadillo”.

ことを避けるため、自動的に前処理を行って“Pooh”の座標値を中心近くになるよう移動したデータで実験した。移動には、角度 0 での全計測点集合 V^{0° で全点を内包する最小の直方体を求めてその重心を座標の原点に移動する変換を行った。

実距離画像“Pooh”では、まず以下のパラメータで計算した。

$$\bar{\epsilon} = 0.25, \bar{\kappa} = 10, \epsilon_s = 10,$$

$$M = \begin{pmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix},$$

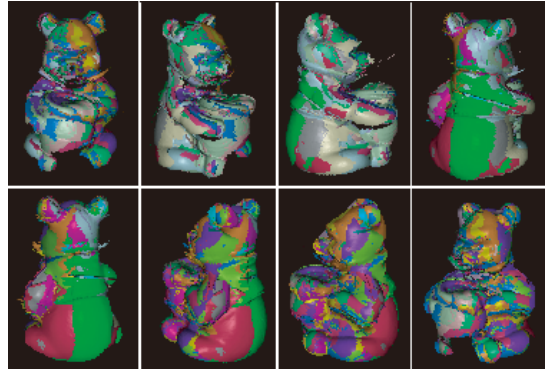


図 4 提案手法による“Pooh”の位置合わせ
Fig.4 Result of “Pooh”.

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \bar{R} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\underline{d} = \begin{pmatrix} -100 \\ -100 \\ -100 \end{pmatrix}, \bar{d} = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{pmatrix}.$$

このとき、解が求まらなかった問題のみ、 $\bar{\epsilon} = 0.50$ とし、残りのパラメータは同じ値で再計算した。

比較となる RANSAC ベースのアルゴリズムについては、データ“Pooh”では、すべてのデータを以下のパラメータで実験した。

$$H = 1.50, e = 0.20, N_{\max} = 12, d_{\min} = 2.0.$$

提案手法による実距離画像“Pooh”の位置合わせの結果を表 4 に示す。表 4 では、各角度間における、最小化された誤差値、実行時間、回転角度誤差、回転軸の平均と回転軸のなす角、並進ベクトルの大きさの平均との誤差値を示す。表 4 における角度に*のついた行は、 $\bar{\epsilon} = 0.50$ で再計算を行った結果である。値にばらつきがあるものの、全体的には良好な結果が得られていることが分かる。距離画像すべてを重ね合わせたものを 8 方向から示し、距離画像ごとに違う色を割り当てた結果を図 4 に示す。図 4 では、“Pooh”の耳や手、鼻などの凹凸部分にずれが生じているが、全体的には粗い位置合わせが行われていることが分かる。表 5 に、対応点数 N と位置合わせ誤差の関係の例として、角度 220 度-240 度における最小化誤差値 $\hat{\epsilon}'_N$ と、対応点の評価値 $|MAPS(\hat{T}_N, \hat{\phi}_N, \epsilon_{fix})|$ を示す。データ“Pooh”については、角度 220 度-240 度では、対応点の評価値が一番高い 6 点对応の最適な位置合わせの解を均衡の取れた位置合わせの最適解としている。

表 4 実距離画像 “Pooh” を用いた位置合わせの結果

Table 4 Error evaluation of data set “Pooh”.

角度 (度-度)	提案手法					RANSAC-base			
	最小化 誤差値 $\hat{\epsilon}_N$	実行時間 (秒)	回転角度 誤差 (度)	回転軸の平均 と回転軸の なす角(度)	移動距離 の平均と の誤差	実行時間 (秒)	回転角度 誤差 (度)	回転軸の平均 と回転軸の なす角(度)	移動距離 の平均と の誤差
0-20	0.25	1311	1.01	0.09	0.09	18	5.01	0.18	0.75
20-40*	0.47	8484	2.25	0.08	0.43	6	1.35	0.05	1.10
40-60	0.18	3309	1.01	0.02	0.27	99	0.60	0.07	0.36
60-80*	0.45	29782	1.97	0.07	0.21	938	1.24	0.09	0.90
80-100	0.18	5761	2.15	0.03	0.23	50	8.75	0.11	0.52
100-120*	0.48	18899	2.09	0.10	1.94	116	4.15	0.29	1.50
120-140	0.18	6237	1.44	0.01	0.98	180	1.68	0.04	1.47
140-160	0.17	11157	1.79	0.03	0.21	52	0.85	0.06	0.12
160-180	0.22	86972	2.50	0.03	1.02	184	6.25	0.18	1.22
180-200	0.13	62695	0.13	0.12	1.00	26	17.73	0.85	3.55
200-220	0.23	30318	0.26	0.04	0.94	86	3.71	0.37	0.46
220-240*	0.23	31545	9.56	0.28	1.62	10	6.76	0.20	0.71
240-260	0.25	32665	0.48	0.05	0.94	567	2.01	0.18	1.01
260-280	0.22	5719	1.55	0.04	0.23	86	0.58	0.09	0.04
280-300	0.23	2814	2.55	0.02	0.25	93	1.32	0.05	0.74
300-320	0.23	3284	0.17	0.06	0.68	25	1.37	0.06	0.47
320-340*	0.39	7793	4.00	0.13	1.57	1	2.79	0.18	0.55
340-0	0.21	2178	0.19	0.09	0.33	533	1.18	0.09	0.53
平均値	-	19496	1.95	0.07	0.72	176	3.74	0.17	0.89

表 5 対応点数 N による変化 (“Pooh” の 220 度-240 度)

Table 5 The change of N (between 220 degree and 240 degree, “Pooh”).

対応点数	最小化誤差値	対応点の評価値
5	0.187	15
6	0.233	16
7	0.339	11
8	0.395	14
9	0.475	16

5.3 提案手法と RANSAC ベースの解法の比較

ここでは、提案手法と比較実験で使用した RANSAC ベースの解法について、解法の共通点と差異について述べ、実験結果に関する考察を述べる。

提案手法と RANSAC ベースの解法は両者とも以下に示す 3 つの要素を持つ。

- (A) 擬似剛体変換によって誤差値以下で重なる対応点の組を選ぶ。
- (B) 対応点の組から剛体変換を計算する。
- (C) 求めた剛体変換で誤差の閾値で重なる点の数を数え、最も良いものを選択する。

(A) においては、提案手法は位置合わせ誤差を自動調節した N 点对応の最適な位置合わせの解を候補とする。RANSAC ベースの解法では、対応点の数は固定であり、乱数によって選ばれた視点 1 の制御点と、パラメータとして与えられた距離の誤差値を許容して合同となる三角形を全探索することで対応点を選択する。提案手法では、誤差値が適切に自動調節され

る点と、誤差値を最小とする最適解を選択する点で、RANSAC ベースの解法よりも精度の良い解を発見できる。実験で、提案手法のほうが良い結果が得られた主な理由は、(A) において提案手法は最適性が保証された解であるためと考えられる。

ただし、提案手法では、最適性を保証するために実行時間が増大している。RANSAC ベースのアルゴリズムでは、探索の範囲を限定することで探索時間を減らす工夫が用いられているが、同様の工夫を取り入れることで計算時間を削減することも考えられる。

(A) における提案手法の欠点としては、対応点数 N を 5 以上用いるため、2 つの計測点データで 5 点以上でよく重なる対応点が存在しなかった場合には不利となる。たとえば、データ “Pooh” を用いた比較実験の表 4 で、提案手法による解は角度 220 度-240 度、320 度-340 度では、他の角度に比べて大きくずれている。この原因の 1 つとして、データ “Pooh” は表面が滑らかな物体であるために共通の特徴点が抽出しにくかったことがあげられる。

(B) における剛体変換推定のアルゴリズムについては、本論文の比較実験では提案手法、RANSAC ベースのアルゴリズムとも Umeyama のアルゴリズム¹⁹⁾を用いた。

(C) における評価では、RANSAC ベースの解法では、パラメータとして誤差の閾値 H を与え、求めた剛体変換で一方の距離画像を変換して最近点までの距

離が閾値以下になる点の数を求める。これに対し、提案手法では、誤差の閾値 ϵ_{fix} を許容する最大の対応点数を求め、評価に用いている。誤差の閾値 ϵ_{fix} は、パラメータとして与える対応点数の最大値の上界 \bar{r} が誤差値の最大値 $\bar{\epsilon}$ のどちらかによって自動的に決定される値である。

本手法では、ILP 定式化を用いて対応が 1 対 1 以下となる対応点に限っている。このことは、特徴点抽出を行った点集合のように対応が 1 対 1 以下となりやすいデータでは有効であるが、全計測点データのように 1 点に対して複数点が対応する現象が起こりやすいときには最近点までの距離が閾値以下になる点の数を評価に用いることが考えられる。

さらに、不変特徴量の類似度によらない対応づけを行っていることは提案手法と RANSAC ベースの手法の共通の利点である。

6. おわりに

本論文では、混合整数線形計画問題の定式化を利用した粗い位置合わせ手法を提案した。まず、対応づけのあらゆる可能な組合せの中で、位置合わせ誤差ができるだけ小さく、対応づけられた計測点の数ができるだけ多くなるような、位置合わせ誤差と対応点数が最も均衡する位置合わせを実現するため、位置合わせを 2 つの混合整数線形計画問題として定式化した。次に、2 つの点集合間の位置合わせについて、2 つの定式化を組み合わせ、パラメータを自動調節しながら位置合わせを行うアルゴリズムを提案した。さらに、アルゴリズムを実装し、既存の手法である RANSAC ベースの解法と比較実験を行った。実験から、位置合わせの精度に関する提案手法の有効性が認められた。実行時間に関する改善は今後の課題である。

提案手法の利点は以下である。

- 提案手法は混合整数線形計画問題の最適解を利用した解法であるため、定式化の条件下で対応づけの最適性が保証されている。
- 事前の知識なしにデータに依存した適切な誤差値が自動調整される。
- 前処理や視点の位置関係の知識を必要としない。
- 本質的に設定が必要なパラメータの数が少ない。
- 必要なパラメータの設定を誤ったとしても、位置合わせを出力しないか、明らかに間違っていることがすぐに確認できる。
- 特徴量の精度に頑健である。

2 つの点集合の位置合わせについて数値実験を行い、結果から以上の利点が示されたとともに、滑らかな面

で構成されている形状モデルや、似たような凹凸が多いために特徴量の計算が困難である形状モデルに対しても、位置合わせが良好に行われていることを確認した。今後の課題としては以下があげられる。

- 混合整数線形計画問題の解法中に示される上下界を情報として利用することなどによるアルゴリズムを高速化する。
 - データに応じた適切な特徴点数の選択方法を検討する。
 - 本手法により適した特徴点の抽出方法を検討する。
- 謝辞 本研究の一部は科学研究費補助金 (No.17700174), 科学研究費補助金 (No.18510118), 文科省特別教育研究費共生情報工学研究経費によった。

参考文献

- 1) Besl, P.J. and McKay, N.D.: A Method for Registration of 3-D Shapes, *IEEE Trans. PAMI*, Vol.14, No.2, pp.239-256 (1992).
- 2) Brunnstrom, K. and Stoddart, A.: Genetic Algorithms for Free-Form Surface Matching, *Proc. ICPR*, Vol.4, pp.689-693 (1996).
- 3) Campbell, R.J. and Flynn, P.J.: A Survey of Free-Form Object Representation and Recognition Techniques, *CVIU*, Vol.81, pp.166-210 (2001).
- 4) Chen, C.C. and Stamos, I.: Range Image Registration Based on Circular Features, *Proc. 3DPVT*, pp.543-550 (2006).
- 5) Chen, C.S., Hung, Y.P. and Cheng, J.B.: RANSAC-Based DARCES: A New Approach to Fast Automatic Registration of Partially Overlapping Range Images, *IEEE Trans. PAMI*, Vol.21, No.11, pp.1229-1234 (1999).
- 6) Chua, C.S. and Jarvis, R.: 3D Free-Form Surface Registration and Object Recognition, *IJCV*, Vol.17, No.1, pp.77-99 (1996).
- 7) He, W., Ma, W. and Zha, H.: Automatic Registration of Range Images Based on Correspondence of Complete Plane Patches, *Proc. 3DIM*, pp.470-475 (2005).
- 8) Higuchi, K., Hebert, M. and Ikeuchi, K.: Building 3-D Models from Unregistered Range Images, *GMIP*, Vol.57, No.4, pp.315-333 (1995).
- 9) Johnson, A.E. and Hebert, M.: Using Spin Images for Efficient Object Recognition in Cluttered 3D Scenes, *IEEE Trans. PAMI*, Vol.21, No.5, pp.433-449 (1999).
- 10) Johnson, E.L., Nemhauser, G.L. and Savelsbergh, M.W.P.: Progress in Linear Programming-Based Algorithms for Integer

Programming: An Exposition, *INFORMS Journal on Computing*, Vol.12, No.1, pp.2–23 (2000).

- 11) Koenderink, J.J.: *Solid Shape*, MIT Press (1990).
- 12) 宮代隆平, 松井知己: ここまで解ける整数計画, システム/制御/情報, Vol.50, No.9, pp.363–368 (2006).
- 13) 岡谷(清水)郁子, Radim Šára, 杉本晃宏: グラフカーネルアルゴリズムを用いた大域的最適性を保証する距離画像の位置合わせ, 情報処理学会論文誌: コンピュータビジョンとイメージメディア, Vol.47, No.SIG10(CVIM15), pp.35–48 (2006).
- 14) 岡谷(清水)郁子, Radim Šára, 杉本晃宏: グラフカーネルアルゴリズムを用いた複数特徴量の組合せによる距離画像の位置合わせ, 画像の認識・理解シンポジウム講演論文集, pp.800–805 (2006).
- 15) Rusinkiewicz, S. and Levoy M.: Efficient Variants of the ICP Algorithm, *Proc. 3DIM*, pp.145–152 (2001).
- 16) Salvi, J., Matabosch, C., Fofi, D. and Forest, J.: A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation, *Image and Vision Computing*, Vol.25, No.5, pp.578–596 (2007).
- 17) Silva, L., Bellon, O.R.P. and Boyer, K.L.: Precision Range Image Registration Using a Robust Surface Interpenetration Measure and Enhanced Genetic Algorithms, *IEEE Trans. PAMI*, Vol.27, No.5, pp.762–776 (2005).
- 18) Stein, F. and Medioni, G.: Structural indexing: Efficient 3-D object recognition, *IEEE Trans. PAMI*, Vol.14, No.2, pp.125–145 (1992).
- 19) Umeyama S.: Least-Square Estimation of Transformation Parameters Between Two Point Patterns, *IEEE Trans. PAMI*, Vol.13, No.4, pp.376–380 (1991).
- 20) Stanford 3D Scanning Repository.
<http://www-graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep/>
- 21) The Ohio State University Range Image Repository.
<http://sampl.ece.ohio-state.edu/data/3DDB/RID/minolta/>
- 22) Georgia Institute of Technology Large Geometric Models Archive.
http://www-static.cc.gatech.edu/projects/large_models/

(平成 19 年 8 月 6 日受付)

(平成 19 年 9 月 25 日再受付)

(平成 19 年 10 月 16 日採録)



榊原 静

1981 年生. 2005 年東京農工大学大学院工学教育部情報コミュニケーション工学専攻博士前期課程修了. 現在, 同大学院工学府電子情報工学専攻博士後期課程在学中. オペレーションズ・リサーチ学会会員.



鴻池 祐輔 (正会員)

1978 年生. 2006 年東京農工大学大学院工学教育部電子情報工学専攻博士後期課程修了, 博士(工学). 同年東京農工大学工学府・工学部産学官連携研究員. 2007 年キヤノン株式会社(現職). オペレーションズ・リサーチ学会会員.



品野 勇治 (正会員)

1961 年生. 1997 年東京理科大学大学院工学研究科博士課程修了, 博士(工学). 同年東京理科大学助手. 1999 年東京農工大学講師, 2004 年同大学助教授. 2007 年同大学准教授(現職). 主に, 数理計画法の理論と応用の研究, 組合せ最適化問題に対する並列・分散アルゴリズムとその実装に関する研究に従事. オペレーションズ・リサーチ学会, IEEE, ACM 各会員.



清水 郁子 (正会員)

1994 年東京大学工学部計数工学科卒業. 1999 年同大学大学院工学系研究科計数工学専攻博士課程修了. 博士(工学). 同年埼玉大学工学部助手, 2004 年東京農工大学大学院共生科学技術研究院講師, 現在に至る. コンピュータビジョン, 3次元画像計測に興味を持つ. 計測自動制御学会, IEEE-CS 等の会員.