

有限要素解析用多重解像度メッシュ生成に関する研究 - 高密度四面体メッシュからの解析用メッシュ生成 -

伊達 宏昭[†] 金井 理[†] 岸浪 建史[†] 西垣 一朗[‡] 土肥 高幸^{*}
北海道大学大学院工学研究科[†] 日立製作所 機械研究所[‡] 日立情報システムズ^{*}

1. はじめに

有限要素解析用メッシュ生成の自動生成については、現在も多くの研究が進められているが、複雑なソリッド形状に対する安定した低解像度メッシュの自動生成や、柔軟なメッシュの性質制御は未だ困難である。製品開発のできるだけ早い段階において有限要素解析を実施し、製品筐体形状を確定するためには、より頑強かつ性質制御性の高い解析用メッシュ生成手法が望まれている。

そこで本研究では、従来の FEM メッシュで安定に生成可能な高密度四面体メッシュから、その簡略化と多重解像度表現 (MRR) を利用して、解析に適した性質を持つ解析用メッシュを自動生成する手法を新たに提案する。四面体メッシュ簡略化に関する研究は幾つかなされている^[1]が、本手法は、有限要素解析用メッシュに要求される性質のパラメータ制御が可能であること、解析条件設定に必要な要素がメッシュ簡略化の過程で保存可能であることが特徴である。

2. 多重解像度メッシュを用いた CAE システム

多重解像度メッシュを用いた CAE システムを図 1 に示す。このシステムでは、まず、ソリッドモデル上で荷重や拘束等の解析条件を設定し、FEM メッシュを用いて、解析条件設定に利用された要素にラベルがつけられた高密度四面体メッシュを生成する。次に、提案手法により高密度メッシュの MRR を生成し、最後に、MRR から得られる解像度制御が可能な多重解像度四面体メッシュを用いて有限要素解析を実施し、設計形状の評価を行う。本研究は、複雑形状でも確実な、更に、解析条件生成に必要な要素を保存しながらメッシュの性質が柔軟に制御できる、解析用メッシュ生成処理を実現するものである。

3. 有限要素解析用メッシュへの要求

3.1 メッシュの性質制御

解析時間短縮・精度向上の観点から要求される有限要素解析用メッシュの性質のうち、本研究では、要素形状品質、サイズ・形状近似誤差、頂点(節点)価数を考慮する。本手法では、ユーザが指定した性質制御パラメータ(要素形状品質の下限值 τ_{ST} 、サイズ・形状近似誤差・頂点価数の上限値 $\tau_{SZ}, \tau_{TL}, \tau_{VL}$)を満足する、要素数変更が容易なメッシュを生成する。

3.2 解析条件設定要素の保存

解析対象形状表面の荷重や拘束等の解析条件が設定されたソリッド要素(図 2(a))に対応するメッシュ要素は、解析用メッシュ上になければならない。本研究では、解析条件設定要素に対応するメッシュ要素へのラベル付けに基づいてメッシュに ACS 要素(解析条件設定ソリッド頂点に対しては ACS 頂点、稜線・面分に対しては ACS 稜線、図 2(b))を定め、メッシュ簡略化の過程で ACS 頂点・稜線形状を保存することにより、解析条件設定に必要な要素を低解像度メッシュ上に残している。

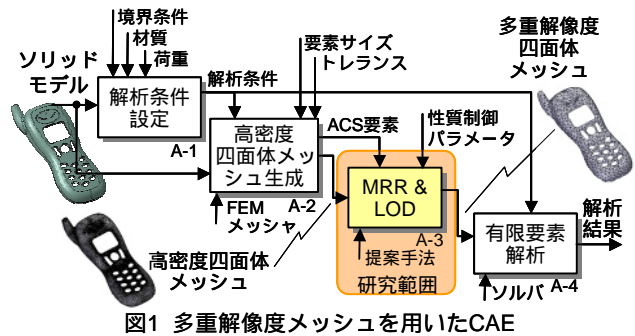


図1 多重解像度メッシュを用いたCAE

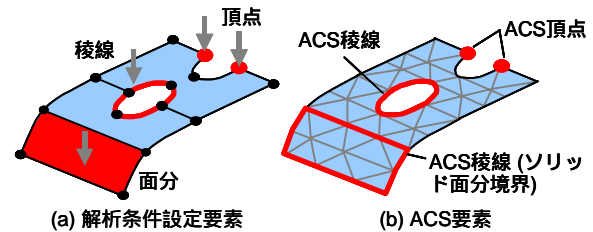


図2 解析条件設定要素とACS要素

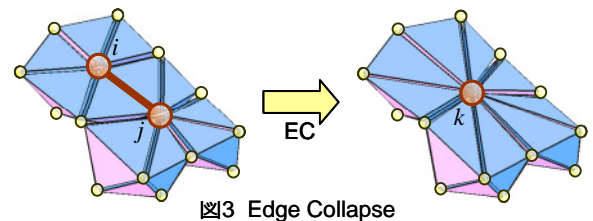


図3 Edge Collapse

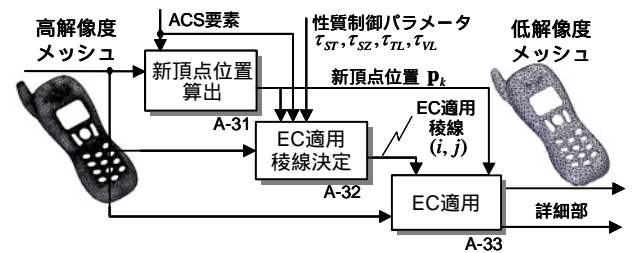


図4 メッシュ簡略化アルゴリズム

4. 四面体メッシュ簡略化

本手法では、メッシュ要素数削減に、図 3 に示す、四面体メッシュの Edge Collapse^[1]: $EC(i, j) \rightarrow k$ を用いる。

4.1 メッシュ簡略化アルゴリズム

メッシュ簡略化アルゴリズムは次の通りである(図 4)。

STEP1: 全ての(又は EC による変更が生じた)稜線に対し、EC 適用後の頂点位置を定める(図 4 A-31)。

STEP2: 全ての(又は EC による変更が生じた)稜線に対し、EC 適用可能性を評価し、EC を適用可能と判定された稜線(有効稜線)に対し、EC 適用による品質保存度の評価値を定める。有効稜線がないならば処理を終了する(図 4 A-32)。

STEP3: 評価値が最大の稜線に STEP1 で定めた新頂点位置を用いて EC を適用し、STEP1 に戻る(図 4 A-33)。

A Study of Multiresolution Meshes for Finite Element Analysis

[†] Hiroaki Date, Satoshi Kanai, Takeshi Kishinami, Hokkaido Univ.

[‡] Nishigaki Ichiro, Hitachi, Mechanical Engineering Research Lab.

^{*} Dohi Takayuki, Hitachi Information Systems

4.2 メッシュ評価

以下に、アルゴリズム中で用いるメッシュ評価法を記す。

形状・ACS 稜線近似誤差 $EC(i, j) \rightarrow k$ により生じる誤差 $d_{ij}(k)$ を、形状近似誤差に対しては頂点 k と形状表面面分間の自乗距離^[2]、ACS 稜線に対してはそれを構成する稜線と頂点 k 間の自乗距離により評価する。

$d_{ij}(k)$ は、 $\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ を頂点 i の座標値、 \mathbf{n}_f を面分 f の単位法線、 $\mathbf{d}_e = (d_{ex}, d_{ey}, d_{ez})^T$ を ACS 稜線を構成する稜線 e の単位方向ベクトル、 $\hat{f}^*(i)$ を頂点 i に接続する形状表面の面分集合、 $\hat{e}^*(i)$ を頂点 i に接続する ACS 稜線を構成する稜線集合として、式(1)で定義する。

$$d_{ij}(k) = \mathbf{p}_k^T (\mathbf{A}_i + \mathbf{A}_j) \mathbf{p}_k + 2(\mathbf{B}_i + \mathbf{B}_j) \mathbf{p}_k + C_i + C_j \quad (1)$$

$$\text{ここで、} \quad \mathbf{A}_i = \sum_{f \in \hat{f}^*(i)} \mathbf{n}_f \mathbf{n}_f^T + \sum_{e \in \hat{e}^*(i)} \begin{pmatrix} 1-d_{ex}^2 & -d_{ex}d_{ey} & -d_{ex}d_{ez} \\ -d_{ex}d_{ey} & 1-d_{ey}^2 & -d_{ey}d_{ez} \\ -d_{ex}d_{ez} & -d_{ey}d_{ez} & 1-d_{ez}^2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B}_i = - \sum_{f \in \hat{f}^*(i)} (\mathbf{n}_f^T \mathbf{p}_i) \mathbf{n}_f + \sum_{e \in \hat{e}^*(i)} (-\mathbf{p}_i + (\mathbf{d}_e^T \mathbf{p}_i) \mathbf{d}_e)^T$$

$$C_i = \sum_{f \in \hat{f}^*(i)} (\mathbf{n}_f^T \mathbf{p}_i)^2 + \sum_{e \in \hat{e}^*(i)} (\mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i + (\mathbf{d}_e^T \mathbf{p}_i)^2)$$

要素サイズ 要素のサイズは、 l_e を稜線 e の長さとして式(2)で表される、四面体要素 h の最長辺長さとして定義する。

$$Sz(h) = \max_{eh} l_e \quad (2)$$

要素形状 要素形状の品質は、有限要素解析の分野で多く利用されている、式(3)のストレッチで評価する。

$$St(h) = 6\sqrt{6}V_h / (\max_{eh} l_e \times S_h) \quad (3)$$

ここで、 V_h 、 S_h は、 h の体積と表面積である。 $St(h)$ の値は、正四面体で 1、要素形状が歪むに連れて 0 に近づき、0.05 以上のメッシュが解析において推奨されている。

4.3 EC 適用後の新頂点位置算出

稜線 $e = (i, j)$ に対する EC 適用後の新頂点 k の位置 \mathbf{p}_k は、形状・ACS 要素保存のために、表 1(a)に示す特定の稜線に対して Half-Edge Collapse: $\mathbf{p}_k = \mathbf{p}_i$ を適用する。その他は、EC 適用後の部分メッシュで品質を高く保つことが可能な i と j の 1 近傍の頂点集合(形状表面上の稜線に対しては表面上の頂点のみの集合の重心とする。更に、形状表面上の稜線は、 (i, j) に接続する面分、並びに、ACS 稜線との自乗距離を最小化する頂点位置 $\mathbf{p}_k = -(\mathbf{A}_i + \mathbf{A}_j)^{-1}(\mathbf{B}_i + \mathbf{B}_j)$ を第二候補とし、4.4 節の評価結果に応じて順次利用する。

4.4 EC 適用稜線決定

4.4.1 有効稜線の抽出

本手法では、メッシュ品質を保証するため、以下の条件を満たす稜線を有効稜線(EC 適用可能稜線)と定義する。

- A) 形状・ACS 稜線近似誤差の上限値保証: $d_{ij}(k) \leq \tau_{TL}$
- B) 要素形状品質保証: $\forall h \in h^*(k); St(h) \geq \tau_{ST}$
- C) 要素サイズ上限値保証: $\forall h \in h^*(k); Sz(h) \leq \tau_{SZ}$
- D) 価数上限値保証: $|v^*(i)| + |v^*(j)| - |f^*(i) \cap f^*(j)| - 2 \leq \tau_{VL}$

ここで、 $h^*(i)$ は頂点 i に接続する四面体要素集合、 $f^*(i)$ は頂点 i に接続する面分集合、 $v^*(i)$ は頂点 i に隣接する頂点集合である。A)~D)は形状表面上の稜線、B)~D)は形状内部の稜線に対し評価する。更に、ACS 要素保存と非多様体生成回避のため、表 1(b)に示すタイプの稜線を非有効稜線と判定する。

4.4.2 稜線評価値計算

EC において、高い要素形状品質の保存、並びに、要素サイズの均一化を計るため、有効稜線のうち、統合後の近傍メ

ッシュにおけるストレッチが大きく、その近傍の要素辺長さが短いものから優先的に EC を適用すると決定する。この為の稜線 (i, j) に対する評価値を、式(4)で定める。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{|h^*(i) \cup h^*(j)|}{|h^*(k)|} \min_{h \in h^*(k)} St(h) \times \sum_{h \in h^*(k)} St(h) / \sum_{h \in h^*(i) \cup h^*(j)} \min_{eh} l_e \quad (4)$$

ε_{ij} の大きな稜線から EC を適用すると決定する。

5. 提案手法の適用結果とまとめ

図 5(a)に示す高密度四面体メッシュ(要素数: 157,083)に対して提案手法を適用した結果得られた、要素数の異なる低解像度メッシュを同図(b)(c)に示す。また、各々のメッシュの性質評価結果を表 2 に示す。評価結果より、提案法は、性質制御パラメータ値を満足するメッシュを生成でき、それらの変更によりメッシュの性質制御が容易に行える事が確認された。また、図 5(d)に示す解析条件設定に必要な要素を含む高密度メッシュに対し、提案法を適用した結果を同図(e)に示す。結果より、解析条件設定に必要な頂点、稜線・面分形状が低解像度メッシュ上で保存されることが確認された。

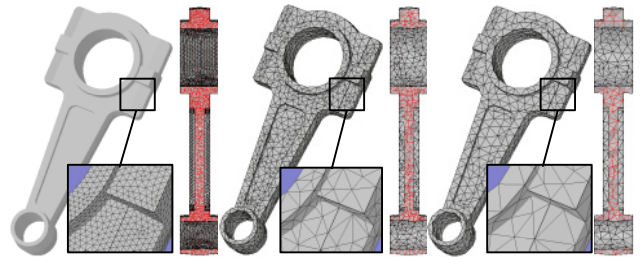
以上より、提案した多重解像度表現生成法は、解析条件設定に必要な要素が保存でき、高いメッシュ性質制御性を持つ解析用四面体メッシュ生成が可能であることがわかった。

【参考文献】

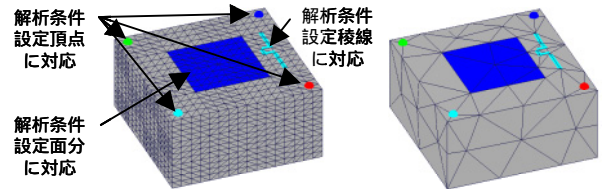
- [1] 例えば、Oliver G. Staadt and Markus H. Gross: Progressive Tetrahedralizations, proc. of IEEE Visualization 98, 397-402, 1998.
- [2] M. Garland and Paul S. Heckbert: Surface Simplification Using Quadric Error Metrics, proc. of SIGGRAPH '97, 209-216, 1997.

表1 稜線の分類

	(a) Half EC適用稜線	(b) 非有効稜線	(a,b,c)
形状表面稜線	$i \text{---} (2,3,*) \text{---} j$	$i \text{---} (2,2,*) \text{---} j$	a,b=1: i, j はACS稜線上 a,b=2: i, j はACS頂点又はACS稜線端点
	$i \text{---} (2,1,1) \text{---} j$	$i \text{---} (2,1,2) \text{---} j$	a,b=3: i, j は普通の頂点
内部稜線	$i \text{---} (1,2) \text{---} j$	$i \text{---} (1,1) \text{---} j$	c=1: (i, j) はACS稜線上 c=2: (i, j) は普通の稜線
			(a,b) a,b=1: i, j は形状表面上 a,b=2: i, j は形状内部



(a) 高密度メッシュ (b) 低解像度メッシュ1 (c) 低解像度メッシュ2



(d) 高密度メッシュ (e) 低解像度メッシュ

図5 提案手法の適用結果

表2 メッシュの性質評価結果

メッシュ	要素数	要素サイズ		ストレッチ		頂点価数 最大値*
		最大値*	平均値	最小値*	平均値	
図5(b)	18,003	9.94 (10)	5.34	0.20 (0.2)	0.61	25 (25)
図5(c)	6,003	9.99 (10)	7.77	0.21 (0.2)	0.61	21 (25)

*括弧内は指定した性質制御パラメータ値