

# フラクタル変換とテクスチャシンセシスへの応用

長峯 望<sup>†</sup> 広部 光保<sup>‡</sup> 蔡 東生<sup>\*</sup>

筑波大学大学院理工学研究科<sup>†‡</sup> 筑波大学電子・情報工学系<sup>\*</sup>

## 1. はじめに

テクスチャはランダムなバリエーションの繰り返しパターンを持つ自然現象を幅広く多様に表現することができる。たとえば画像、モーション、幾何学模様などである。CG の一つのパラダイムに現実世界のリアリズムを再現するということが挙げられる。テクスチャは合成画像、アニメーションをレンダリングするのに重要な役割を果たす。しかしながらテクスチャは多種多様であり、従来の枠組の中では表現や再現することが困難である。また現在、テクスチャを生成する技術にテクスチャシンセシスというものがある。本稿ではフラクタル変換を用いてテクスチャシンセシスを行う手法を提案する。

## 2. フラクタル画像符号化

フラクタル画像符号化では、まず原画像を重ならないブロック(レンジブロック:  $R_i$ )に分割し、次に各  $R_i$  に対して原画像内から  $R_i$  を最適に覆うブロック(ドメインブロック:  $D_i$ )を探索する。 $D_i$  は  $R_i$  よりも大きなブロックで、画像内での重なりを許し、探索の際にはこれに8種類の基本縮小アフィン変換を施したものと  $R_i$  とを比較する(図1)。実際の探索では、アフィン変換を施した後の各  $D_i$  のピクセル値を  $d_j^i (j=1, 2, \dots, n_i)$ 、 $R_i$  のピクセル値を  $r_j^i$ 、濃淡値の変換係数を  $s_i^*$ 、シフト値を  $o_i$  としたとき、ブロックの  $rms$  距離における局所コラージュ誤差は  $\sum_j (s_i^* \cdot d_j^i + o_i - r_j^i)^2$  となり、これを最小にする  $D_i$  を原画像内から検索する。得られた  $D_i$  の位置と対称変換の種類、および濃淡値の変換係数  $s_i^*$  とシフト値  $o_i$  を符号語として保存する。複合化の際にはこれら符号語の情報から任意の画像に対してドメインブロックからレンジブロックへのアフィン変換を反復して行い、そのアトラクタを復元画像とする。復元画像の画質は、画像間の画素値の差の二乗和の平均値の平方根を  $rms$ 、画像のグレイスケールビット数を  $n_b$  としたとき

$$PSNR(dB) = -20.0 \cdot \log_{10}(rms / (2^{n_b} - 1))$$

を用い、画像歪みの指標とすることが多い。またこれらフラクタル画像符号化のことをフラクタル変換と呼ぶ。

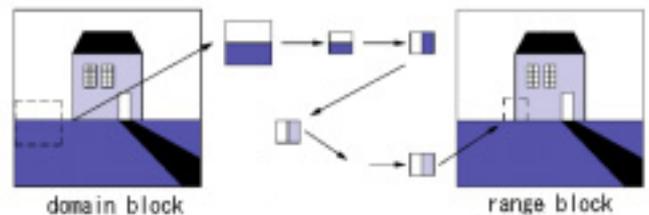


図1: domain block to range block

## 3. 最適ブロック分割

本稿では解適合格子法の  $h$  法によるレンジブロック分割法を使用した[1,2,3]。解適合格子法は数値流体力学で用いられる格子生成法の一つで、解の局所誤差に応じて格子点の追加・削除を行う方法である[4]。

ブロック分割では、あらかじめ局所コラージュ誤差を予測し、その予測値(局所コラージュ誤差指標)がそれらの平均値よりも大きければブロックを分割し、小さければ結合するという方法でブロックを再配置する。これによって局所コラージュ誤差指標が等分配され、最適なブロック配置が得られる[1,2,3]。

局所コラージュ誤差指標  $\theta_{ei}$  はブロック  $R_i$  のダイナミックレンジブロック  $dr(R_i)$  を用いて計算される。 $dr(R_i)$  はブロック  $R_i$  のピクセル値を双方向性ヒストグラム[5]によって分散値  $\sigma^2(k)$  が最大となる値でブロックを2つのグループに分けた時における各グループの平均値  $\mu_1, \mu_2$  によって求められる。局所コラージュ誤差指標  $\theta_{ei}$  は各グループの面積をそれぞれ  $S_1, S_2$  としたとき、

$$\theta_{ei} = \left( \frac{S_1 S_2}{S_1 + S_2} \right) dr(R_i)^2$$

によって求められる。

Applying Fractal Transformation to Texture Synthesis

<sup>†</sup>Nozomi Nagamine <sup>‡</sup>Mitsuyasu Hirobe <sup>\*</sup>DongSheng Cai

<sup>†‡</sup>Master's Program in Science and Engineering at University of Tsukuba

<sup>\*</sup>Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba

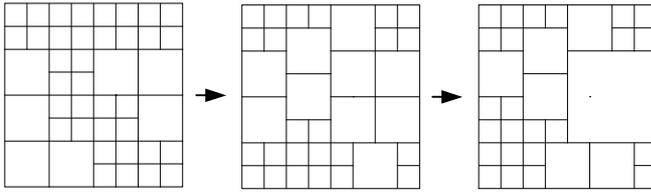


図2：レンジブロック分割・結合

#### 4. 量子化

フラクタル符号語のうち，実際に量子化が必要なものは濃淡値の変換係数  $s^*$  とシフト値  $o_i$  である．変換係数  $s^*$  とシフト値  $o_i$  はそれぞれ

$$s^* = dr(R_i) / dr(D_i)$$

$$o_i = \bar{r}_j^i - s_i^* \cdot \bar{d}_j^i$$

によって求められる．ここで  $dr(D_i)$  は  $R_i$  に対するドメインブロック  $D_i$  のダイナミックレンジ  $\bar{r}_j^i, \bar{d}_j^i$  はそれぞれ  $R_i$  と  $D_i$  中のピクセル値の平均値である．変換係数は  $0 \leq s_i^* \leq s_{\max}$ ，シフト値は 8 bit 濃淡画像においては  $-255 \leq o_i \leq 255$  の範囲に分布する．

#### 5. 量子化誤差

次に量子化によって生じる誤差について議論する．まず，変換係数  $s_i^*$  が量子化によって  $s_i^q = s_i^* + \Delta s_i$  になった ( $\Delta s_i$ : 量子化誤差) とすると，シフト値は

$$o_i^q = (\bar{r}_j^i - (s_i^* + \Delta s_i) \bar{d}_j^i) + \Delta o_i$$

となる ( $\Delta o_i$ : 量子化誤差)．

このとき，局所コラージュ誤差は

$$\begin{aligned} E &= \sum_j (\Delta s_i \cdot (d_j^i - \bar{d}_j^i) + \Delta o_i)^2 \\ &\leq \sum_j (\Delta s_{\max} \cdot (d_j^i - \bar{d}_j^i) + \Delta o_{\max})^2 \\ &= \Delta s_{\max}^2 \cdot \sum_j (d_j^i - \bar{d}_j^i)^2 + n_i \cdot \Delta o_{\max}^2 \\ &\approx n_i \cdot (\Delta s_{\max}^2 \cdot \max(\bar{\sigma}_D^2, \bar{\sigma}_R^2) + \Delta o_{\max}^2) \end{aligned}$$

となる．ここで  $\Delta s_{\max}$  と  $\Delta o_{\max}$  はそれぞれ変換係数  $s_i^*$  とシフト値  $o_i$  の最大量子化誤差である．また， $\sum (d_j^i - \bar{d}_j^i)^2$  は実際に探索しないと特定できないが，上式のような値でこれを予測値とし，このときの  $QE_i$  をブロックにおける量子化誤差指標とする．Lenna 画像においてブロック種類 3，ブロック再分割 1 回で変換係数  $s_i^*$  とシフト値  $o_i$  の量子化ビット数を変化させながら全体の量子化誤差指標を計算し，実際の画質と比較したのが表 1 である．

表 1：量子化誤差指標と画質

Bits	$s^*$	$o$	$\sum QE_i (\times 10^6)$	画質 (db)
8	2	6	2.17	31.80
	3	5	4.46	31.78
	4	4	16.78	31.45
9	2	7	1.38	32.04
	3	6	1.32	32.05
	4	5	4.25	31.87

これより，量子化誤差指標と画質の優劣がほぼ一致していることがわかる．

#### 6. テクスチャシンセシス

CG アプリケーションでは合成画像のレンダリングによくテクスチャを用いる．これらのテクスチャはイラストや写真などさまざまなものが使われるが，イラストは美的に優れているが photo-realistic にするのは困難であり，写真はテクスチャマッピングをするにはサイズが不十分である．テクスチャシンセシスとはこれらの代わりになるテクスチャを生成する方法である．合成されたテクスチャは任意のサイズに生成することができるし，視覚的に連続である．また，境界条件を持つことによりタイル状にテクスチャを生成することもできる[6]．

本稿では，2つのフラクタル変換を重ねて適用することにより，新たなテクスチャシンセシスを考える．2つの変換を重ねる際に，全て重ねる，一部重ねる，パラメータを変化させて重ねる，などさまざまな方法があり，これらのうちどれを用いるかによって生成されるテクスチャも変わってくる．

#### 7. おわりに

本稿では，フラクタル画像符号化における量子化誤差指標を提案し，その優劣が実際の画質とほぼ一致することを確認した．また，フラクタル変換を用いてテクスチャシンセシスを行う方法を提案した．今後，より多くの画像に対してこのテクスチャシンセシスを試みる必要がある．

#### 【参考文献】

- [1] 横井沖「フラクタル画像圧縮の符号化に関する研究」, 1997.
- [2] 松田真子「最適ブロックパーティションを用いたフラクタル画像圧縮」, 1998.
- [3] 広部光保「圧縮率 画質における最適フラクタル画像符号化」, 2000.
- [4] 保原充, 大宮司久明「数値流体力学/基礎と応用」, 東京大学出版会, 1992.
- [5] 長尾真「パターン情報処理」, コロナ社, 1993.
- [6] Li-Yi Wei「Texture Synthesis by Fixed Neighborhood Searching」, Ph.D. dissertation, Stanford University, November 2001