

ピース間の配線制約を考慮した平面ポリオミノ箱詰め問題の解法

永田 善隆 村井 保之 辻 裕之 徳増 眞司

神奈川工科大学 工学部 情報工学科

1. はじめに

本論文では、空間内スペースの取り合いの問題として位置付けられる、板取問題の典型的な例として、工学的にも重要な IC や VLSI の設計における素子配置に関わる問題を探り上げる。筆者らは、従来のブロックスライシング表現やグラフ表現で状態を記述し、アニーリング最適化を図る方法とは全く異なる、ゲーム論的アプローチによる方法を既に文献 [1] で提案した。そこでは、単体ポリオミノの単体複体で構成されたピースを用いている。しかし、実際の IC 開発において用いられる素子は、位相的には一致するが寸法はもっと自由であり、単純な単体ポリオミノの単体複体として扱うことは困難である。しかし、実際の角型素子（これを A 型ポリオミノと呼ぶ）に対して、適当な単位長さを選択することで、頂点と辺に関してこれと同じ位相を有し、かつ、これを内包するように、デジタル化されたピースを設定（これを D 型ポリオミノと呼ぶ）することが出来る。本報告は、平面ポリオミノ箱詰め問題において、VLSI の設計における配線を考慮した、ポリオミノ間の配線制約を検討する。

2. 解法

平面ポリオミノ箱詰め問題は、一般のジグソーパズルと同じく、与えられた平面領域上に、与えられたピースを配置し、すべてのピースを使って、この領域を埋め尽くす問題であり、配置の仕方に関して少なくとも一つの解があることが予め分かっているものとする。そして大抵の場合、多くの組み合わせがある中で解は非常に少なく、従ってこれを最適化問題としてみた場合、可能解が直ちに最適解だということになる。そこで、アルゴリズムの基本的な考え方として、とにかく 1 つの解を早く求めることを優先する。これには、状態評価に基づく優先度によって次に配置するピースの選択を行う、ヒューリスティックを用いた縦型優先探索法を採用し、以下の手順で解を求めることとする。

(1) D 型ポリオミノの組と、あらかじめ仮定した配置領域に対して、平面ポリオミノ箱詰め問題を解く。

(2) (1) で配置された D 型ポリオミノの配線評価値と、位置関係を保存し、保存された評価値と比べ悪いものは解の探索を打ち切り、良いものの中から解を求める。求めた解が以前の解よりも優れていた場合、再び、配線評価値と、位置関係を保存する。この操作を、すべての探索が終了するまで続ける。

Solution of planar polyomino packing problem with pairwise preference constraints between pieces.

Yoshitaka Nagata, Yasuyuki Murai, Hiroyuki Tsuji,
Shinji Tokumasu
Kanagawa Institute of Technology

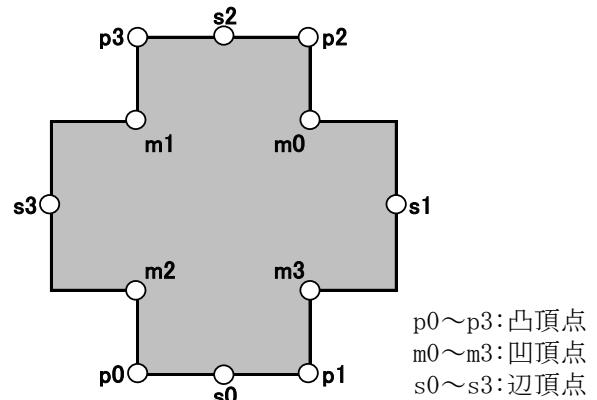


図1 頂点の種類別

3. 状態の評価

平面ポリオミノ箱詰め問題の場合、与えられた状態（配置領域への配置状態と残りピース）の評価とは、ピースを配置領域に、手持ちのピースをすべて使って、単体複体的に埋め尽くすための可能性を、現在の状態から直接評価することと同義である。この可能性を必要十分条件の形で言い表すと、“配置領域と合同なピースの単体複体的多角形を構成できる”ということになる。これを少し緩めて、必要条件の形で述べると、次のようになる。

(1) 配置領域の面積はピースの面積の総和に等しい。

(2) ピースの頂点や辺に関わる位相的特徴量に関して、配置領域のそれと一致するピースの単体複体的多角形を構成できる。

このうち、条件 (1) に関しては、原問題に解が存在するという前提があるので、“配置領域の左下隅に配置領域からはみ出ないように、かつ、すでに置かれたピースがある場合、単体複体的に接するように、ピースを配置する”というルールが守られている限り、常に成立している。そこで、状態の評価を条件 (2) を基準に考える。

まず、一定の単位長を一边とする単体ポリオミノ、または、隣接する 2 つの単体ポリオミノが互いに他方の一边を共有するように構成したポリオミノを、デジタル化された (D 型) ポリオミノと呼ぶ。ポリオミノの頂点と辺は、それぞれこれを構成する単体ポリオミノの頂点と辺のうち、ポリオミノの境界上にある頂点と辺によって構成される。本研究では、特に頂点に注目し、図 1 に示すような位相的に 12 種類 (p0, p1, p2, p3, m0, m1, m2, m3, s0, s1, s2, s3) に分類している。このうち、p0~p3 は凸頂点を、m0~m3 は凹頂点を、s0~s3 は辺頂点を、それぞれ表している。

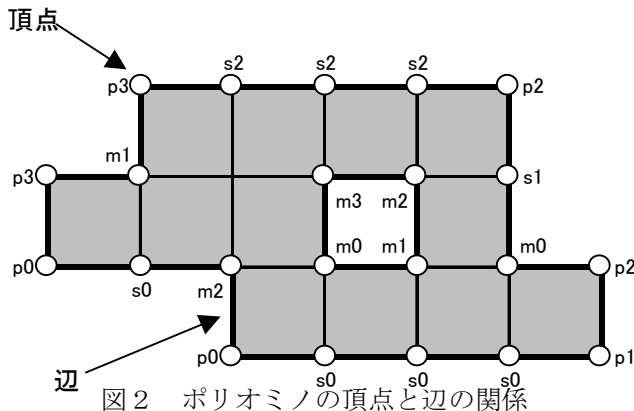


図2 ポリオミノの頂点と辺の関係

次に、2個以上のポリオミノの単体複体的接合においては(図2参照)、各々の頂点同士が互いに重なり合って消滅し、新しい合成ポリオミノの頂点を生成する、いくつかのパターンが存在する。これらの位相的特徴の潰しあいに関する位相的特徴量として、手持ちのピース全体および配置領域に関わる頂点の位相的特徴が反映される e, s, m, d, c なる量を導入した。もし、状態が平面ポリオミノ箱詰め問題であるならば、手持ちのピースをある順序で単体複体的に接合すれば、合成ポリオミノ(多角形)は配置領域と合同となる。結局、接合パターンに関わる頂点の種別増減に対して、手持ちのピースの特徴量の総和と対応する配置領域の特徴量の差が、一定の規則を満たすという事実を基に、盤面を評価する。我々は盤面に可能解が存在する次の必要条件を導出した。[1]

$$e \geq 0, \quad d = e - m \geq 0, \quad c = 2e - (s + m) \geq 0 \quad \dots (1)$$

この条件の成否判定を第1段状態評価と呼び、これが満たされないとき、解が存在しないことになる。

さらに、配置領域に一致する最終的な合成手順の組み合わせの複雑度に関する情報量として、次のようなエントロピーを評価尺度として導入した。

$$\text{Entropy} \quad (\text{但し, } e \geq s \text{ のとき}) \quad \dots (2)$$

$$= 7 \cdot \log(d + 2m + 1) + 5 \cdot \log(d + 1)$$

$$\text{Entropy} \quad (\text{但し, } e < s \text{ のとき}) \quad \dots (3)$$

$$= 7 \cdot \log(c + 2m + 1) + 4 \cdot \log(c + 1) + \log(s - m + 1)$$

解が存在する状態でこれを求めることを第2段状態評価と呼び、次に配置するピースの優先順位をつける戦略として、このエントロピーを利用している。

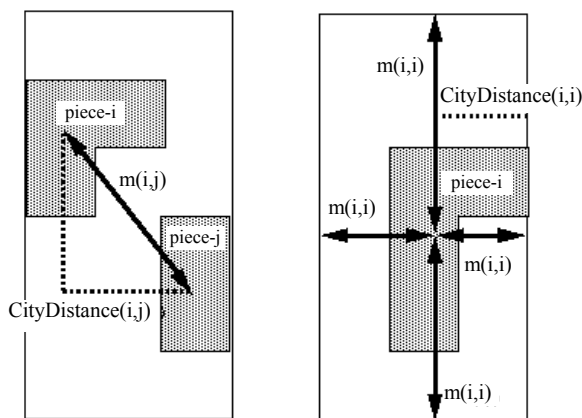


図3 $m(i,j)$ と CityDistance の選択

表1 数値計算結果

Preference Matrix	Puzzle	PathPenalty		Used time (sec)
		Initial Solution	Final Solution	
Matrix-1	Puzzle-B	1,415	1,246	15
	Puzzle-C	14,886	13,561	250
	Puzzle-D	81,035	81,035	40
Matrix-2	Puzzle-B	779	692	10
	Puzzle-C	7,940	7,122	430
	Puzzle-D	44,461	41,730	350

4. 配線考慮に対する処理

配線に関する評価には次の2つの値を評価要素として用いる(図3参照)。

(1) ピース間、または領域の境界線とピースとの距離 ($\text{CityDistance}(i, j)$, $\text{CityDistance}(i, i)$)

(2) ピース同士、または境界線との結合強度 ($m(i, j)$, $m(i, i)$)

さらに、この評価要素を利用し次の制約条件を導入する。

$$\text{PathPenalty} = \sum m(i, j) * \text{CityDistance}(i, j)$$

領域に配置されたピースがある場合、そのピースについて制約条件を計算し、悪い場合は戻す。手持ちのピースについては、ランダムな位置に配置し、制約条件を計算する。また、ピースの位置を入れ替えた場合の制約条件も試算し、最適な配置に近づける。

5. 実験による検証

前節までに述べた、位相的特徴量に基づく配置問題の定式化とその解法について、アルゴリズムを Macintosh G3(500MHz) にプログラム実装し検証した。結果を表1に示す。表中のPreference Matrixとは、乱数で与えた制約条件の違いである。Puzzleも13, 25, 40ピースと3種類を利用する。結果から最適な配置かどうかは議論の余地があるが、少なくとも、無駄の少ない配置となっていることは確かと思われる。

6. おわりに

今回、配線の制約を考慮した配置問題を解くことで、その有効性を示した。今後の課題としては、VLSIなど、実際の素子配置への応用を可能にしてゆく予定である。

参考文献

- (1)村井, 巽, 徳増: 位相的特徴量に基づく平面ポリオミノ箱詰め問題の解法, 情報処理学会論文誌, Vol.43, No.12, pp.4009-4022(2002).
- (2)越智, 加盟, 内ヶ崎, 徳増: 計算機が解く詰め将棋, 数学セミナー, Vol.46, No.6, pp.44-48(1969).
- (3)D.F.Wong and C.L.Liu: A new Algorithms for Floorplan Design, 23rd Design Automation Conference, Paper 7.1, pp.101-107(1986).