

LEDA を用いた地理的最適配置問題解決の方略と教材化

1R-05

森棟 隆一¹⁾ 蓮沼 賢¹⁾ 川口 修治²⁾ 小野田 聖²⁾ 川崎 宣昭³⁾
山崎 謙介^{1),2)} 浅野 哲夫⁴⁾ 平山 征二郎⁵⁾¹⁾東京学芸大学大学院教育学研究科 ²⁾東京学芸大学教育学部 ³⁾筑波大学附属高等学校
⁴⁾北陸先端科学技術大学院大学 ⁵⁾住商エレクトロニクス株式会社

1. はじめに

近年、カーナビや ITS などに代表される地理情報システム (GIS : Geographic Information System) の発達により、地理データあるいは幾何データを用いた情報の処理はますます重要になってきている。しかしながら幾何的な問題はアルゴリズムとプログラミングの間のギャップが大きく、解決は困難であることが多い。

そこで本稿では、様々なデータ構造や誤差なし計算を実現できる C++ のクラスライブラリ LEDA を用いて、空間オブジェクト (施設など) の最適配置問題を例にして、問題解決の方略を示し、その教材例を提案した。

2. 幾何情報処理の難しさ

幾何データを用いてプログラミングをする際の難しさとして以下の 2 つが考えられる。

- ・ 数値誤差による位相構造の誤判定
- ・ 予期しない縮退による処理の破綻

最初の例としては次のようなものがある¹⁾。

「2 本の直線の交点は、もちろん両方の直線上にあるがこの当たり前のことが、計算機上では常に成り立つとは限らない。」 また「位相構造の縮退の有無を判定するためには数値計算が必要だが、そこに誤差が入り込む。さらに小さな数値誤差による位相の

誤判定が生じるのは縮退が生じているときか、それに近い状況のときである。」²⁾とあるようにこの 2 つの問題は互いに絡み合っている。これらの問題点を解消したアルゴリズムは難解で、コード化は容易ではない。

3. LEDA とその特長

LEDA (Library of Efficient Data types and Algorithms の略) はドイツのマックスプランク研究所で開発された C++ のクラスライブラリで、アルゴリズムとプログラムの差を縮め、複雑なアルゴリズムも簡単に実装できることを目標に開発された。LEDA の特長をいくつか挙げると、

- ・ 豊富なデータ構造と制御構造が用意されているため、アルゴリズム記述との差が少なく、分かりやすいプログラムが書ける。
- ・ 制限桁数なしの整数型や、有理数型が扱えるので、計算誤差による影響を最小限にできる。
- ・ 幾何オブジェクトの表現が豊富で、数値データの入出力の扱いと同様にして、計算結果を視覚的に表示することが容易である。

4. 最適配置問題解決の方略と教材化

ここでは Voronoi 図を利用して施設の最適配置を決定する方略を示し、計算結果を示す。

4. 1 Voronoi 図とは

平面上に指定された n 個の異なる点 P_1, P_2, \dots, P_n の集合を S とする。2 点 P, Q の距離を $d(P, Q)$ で表す。平面上の点 P で、 S に属する点のうち、最も近いものが P_i であるという性質を持つものをすべて集めてできる領域を $V(P_i)$ とおく。すなわち

$$V(P_i) = \{P \mid d(P, P_i) \leq d(P, P_j), i \neq j\}$$

である。ここで $V(P_i)$ を点 P_i の Voronoi 領域という。

A strategy for solving locational optimization problem and its teaching materials using LEDA

Ryuichi Morimune¹⁾ Satoshi HASUNUMA¹⁾
Syuuji KAWAGACHI²⁾ Masaru ONODA²⁾
Nobuaki KAWASAKI³⁾ Kensuke YAMAZAKI^{1),2)}
Tetsuo ASANO⁴⁾ Seijirou HIRAYAMA⁵⁾

1) Graduate School of Education, Tokyo Gakugei University
2) Dept. of Education, Tokyo Gakugei University
3) Attached High School of Tsubata University
4) Japan Advanced Institute of Science and Technology
5) Sumisyo Electronics Co., Ltd

平面全体は n 個の Voronoi 領域に分割される。この Voronoi 領域の集合全体を集合 S に対する Voronoi 図という (Fig.1)。

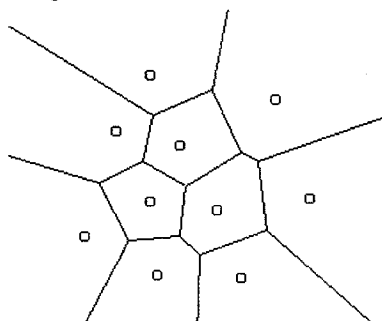


Fig.1 Voronoi 図の例

4. 2 最適配置問題とは

例えば、「ある市における選挙投票所を考えたとき、その地域の住民は必ずしも最も近い投票所で投票を行っているわけではない。これは行政上の便宜上の都合であったりする。下の図 (Fig.2) で斜線部分は、最も近い投票所へ行けない地域の分布である。このような領域に住む住民の数をできるだけ少なくするには投票所をどのように配置したらよいか。」などの問題が考えられる。

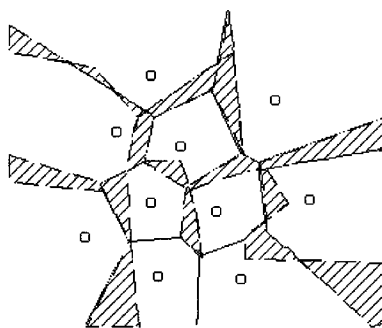


Fig.2 投票所 (○) を母点とした Voronoi 図と実際の投票区の食い違い (斜線部分)

4. 3 数値実験例と計算結果

(Voronoi 図と実際の投票区との食い違いの面積) \times (そこでの人口密度) をコストとして、そのコストを極小にする Voronoi 母点の配置を求める。

ここでは人口密度一定の一律分布として考え、食い違い部分の面積を極小にする母点 (投票所) の配置を降下法を利用して求めた。

4. 4 最適配置問題の教材化の例

大岩(1988)[4]は「よいプログラムを作るにはそれが何のためのプログラムかはっきりさせてから文章化し、目的の詳細化を繰り返していく」と述べている。そこで、最適な点の配置を求めていくのに、以下のステップに分割し、教材の例とした。

- ① n 個の点から Voronoi 図を描画するプログラムを作成しなさい。(n : 5~6 程度)
- ② それぞれの Voronoi 領域と現実の境界との食い違い部分を表示しなさい。
- ③ ある Voronoi 領域に食い込む部分の面積 (または、はみ出す部分の面積) を、符号付面積として求めなさい。
- ④ ある母点に着目し、微小な移動をさせたとき、最も食い違いの面積の減少する方向と変移量を求めなさい。
- ⑤ 食い違いの面積が極小になるような母点の配置を求め、表示しなさい。

5. まとめ

LEDA の用意するデータ構造や制御構造のおかげで、コード化する際の計算誤差や位相の誤判定といった困難を避けられるのは、プログラマにとって仕事を容易にし、本稿で示したような複雑なアルゴリズムも実装が可能になる。

6. 参考文献等

- [1] 浅野哲夫・小保方幸次、LEDA ではじめるプログラミング セミナー資料 住商エレクトロニクス 2001
- [2] 杉原厚吉、FORTRAN 計算幾何プログラミング 岩波書店 1998
- [3] 岡部篤行・鈴木敦夫、最適配置の数理 朝倉書店 1992
- [4] 大岩 元、初等・中等教育におけるコンピューター 情報処理学会研究会報告書 1988-CE-1 コンピュータと教育 1988