

## ショートノート

# アダマール変換を用いた分散形連想記憶†

汐崎 陽\*\* 川角 辰治\*\*

アソシアトロン型の自己想起形連想記憶モデルにおいては、連想能力は記憶パターンの相関の強さに大きく依存し、記憶パターンが互いに直交に近い状態であれば正確な連想が行われない。本稿では、記憶パターンにアダマール変換を施すことにより記憶パターン相互の直交性を高め、連想能力の向上をはかる連想記憶モデルについて述べている。計算機シミュレーションにより、従来のアソシアトロン型モデルと比較を行った結果、本モデルの連想能力が高いことが確かめられた。

## 1. ま え が き

連想の機能を工学的に実現しようとする試みの一つに分散形連想記憶装置がある<sup>1)~4)</sup>。その代表的なものがアソシアトロン<sup>1),2)</sup>であり、またアソシアトロンの記憶方法に変形を加えたモデル<sup>3)</sup>も提唱されている。これらの分散形連想記憶装置では、記憶事項は装置全体に分散して記憶され、読み出しは記憶事項の一部から全体を連想するという形か、あるいはある記憶事項からはかの記憶事項を連想するという形で行われる。アソシアトロンおよびその変形モデルでは、連想能力は記憶パターンの相関の強さ、すなわち直交性に大きく依存しており、記憶パターンが互いに直交あるいは直交に近い状態であれば正確な連想が行われない<sup>5)</sup>。逆に言えば、高い連想能力をもたせるためには、記憶パターン相互の直交性が高くなるような変換を記憶事項に施してやればよいことになる。本稿では、このような変換としてアダマール変換を用いた分散形連想記憶モデルを提案し、計算機シミュレーションの結果を示している。

## 2. 連想の原理\*

記憶事項は +1 または -1 の要素から成る  $n$  次元ベクトルで表されているものとし、

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_i &= (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}) & (1) \\ x_{is} &\in \{\pm 1\} \quad (s=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

† Distributed Type Associative Memory with Hadamard-Transform by AKIRA SHIOZAKI and TATSUJI KAWASUMI (Faculty of Engineering, Osaka Electro-Communication University).

\*\* 大阪電気通信大学工学部通信工学科

\* 文献 6) にアダマール変換 (一般にユニタリ変換) を用いた分散形連想記憶の提案があるが、記憶形式が本章の方法と異なる。

とする。ここに、添字  $i$  は第  $i$  番目の記憶事項を表す。いま、記憶事項  $\mathbf{x}_i$  に  $n$  行  $n$  列の  $k$  次アダマール行列  $H_k$  ( $k = \log_2 n$ ) をかけ、その結果できる  $n$  次元ベクトルを  $\mathbf{y}_i'$  とする。すなわち、

$$\mathbf{y}_i' = \mathbf{x}_i H_k. \quad (2)$$

ここで、 $k$  次アダマール行列  $H_k$  とは、次式により与えられる行列であり、各行 (各列) は互いに直交するという性質を有する。

$$\begin{cases} H_1 = \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} \\ H_k = \begin{bmatrix} \dots & H_{k-1} & \dots & H_{k-1} \\ \dots & H_{k-1} & \dots & -H_{k-1} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

さらに、しきい値関数  $\varphi(\cdot)$  を

$$\varphi(x) = \begin{cases} +1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \quad (4)$$

と定義し、

$$\mathbf{y}_i = \varphi(\mathbf{y}_i') = \varphi(\mathbf{x}_i H_k) \quad (5)$$

とする。ただし、 $\varphi(\mathbf{y}_i')$  は  $\mathbf{y}_i'$  の各成分ごとに  $\varphi$  をほどこすものとする。

記憶は次のようにして行う。  $N$  個の記憶事項  $\mathbf{x}_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) のおのおのについて式 (5) より  $\mathbf{y}_i$  を計算し、 $\mathbf{y}_i$  の転置ベクトル  $\mathbf{y}_i'$  と  $\mathbf{x}_i$  とをかけ合わせるにより一つの行列  $\mathbf{y}_i' \mathbf{x}_i$  を作り、これらをすべて加え合わせる。すなわち

$$M = \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i' \mathbf{x}_i \quad (6)$$

なる  $M$  という行列の形で記憶しておく。  $M$  の要素は一般に多値の整数であり、このような記憶形式を線形記憶とよぶ。

想起は記憶パターンの一部から全体を読み出すという形で行われる。すなわち、想起に用いられる入力パ

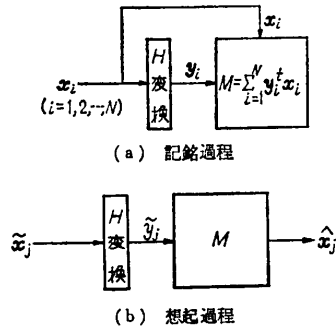


図1 連想のモデル  
Fig. 1 A model of association.

ターン  $\hat{x}_j$  において、 $n$  個の要素のうち  $s$  個を記憶事項  $x_i$  の対応する要素に等しくとり、残りの  $n-s$  個の要素の値を 0 とする。そして

$$\hat{y}_j = \phi(\hat{x}_j, H_i) \quad (7)$$

として

$$\hat{x}_j = \phi(\hat{y}_j, M) \quad (8)$$

なる  $\hat{x}_j$  を  $\hat{x}_j$  より想起されたパターンとする。ここに、 $\phi(\cdot)$  は

$$\phi(x) = \begin{cases} +1 & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \quad (9)$$

であり、 $\phi$  をベクトルにほどこすときは各要素ごとにほどこすものとする。 $\hat{y}_j$  が  $y_i$  ( $i \neq j$ ) に直交または直交に近い状態であれば、 $\hat{x}_j$  は  $x_j$  に等しいかまたはそれに近いパターンとなる。記録および想起の概念図を図1に示す。

式(6),(8)において、 $y_i, \hat{y}_j$  の代わりに  $x_i, \hat{x}_j$  を用いて記録、想起を行う連想記憶モデルが線形アソシアトロンである<sup>3)</sup>。アソシアトロンでは連想能力は  $x_i$  の直交性に依存するのに対し、本モデルでは  $y_i$  の直交性に依存する。

### 3. 計算機シミュレーション

本連想モデルにおける連想能力の計算機シミュレーション結果を示す。図2に示すような  $8 \times 8$  のモザイク

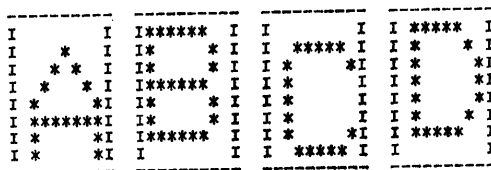


図2 記録パターンの例  
Fig. 2 Representatives of inscribed patterns.

ク状アルファベット 26 文字のおのおのを 64 次元ベクトル表示し、これを記憶事項とした。図2において、各要素の値は\*印が +1、ブランクは -1 である。記録パターンの個数と想起率（読み出されたパターンと読み出されるべきパターンの各要素のうち一致した要素の全体に占める割合）との関係を求めるため、アルファベット順に  $N$  個の記憶事項を記録させた後、これら  $N$  個のパターンをそれぞれ読み出し入力パターンとした場合の想起率を計算し、その平均をとって記録数  $N$  における想起率とした。さらに  $N$  個の記憶事項の選び方をアルファベット順ではなく、互いに直交に近い状態にあるような  $N$  個の記憶事項を任意に選び、これらを記録させた後、上述と同様の方法で記録数  $N$  における想起率を求めた。このような  $N$  個の記憶事項の選び方を 3 通りの場合について行った。以上 4 通りの場合について、記録数ごとに想起率の平均をとり、これを平均想起率とした。

次に、上記の場合と同一の記録パターンを用い、 $8 \times 8$  の記録パターンの一行の要素をすべて 0 に置換えた 8 通りのパターンをそれぞれ読み出し入力パターンとした場合の平均想起率を求めた。また、 $8 \times 8$  の記録パターンのとなり合う二行の要素をすべて 0 に置換えた 7 通りのパターンをそれぞれ読み出し入力パターンとした場合についても平均想起率を求めた。

なお、本モデルの能力を従来のモデルと比較するため、線形アソシアトロンについても全く同じ条件でシ

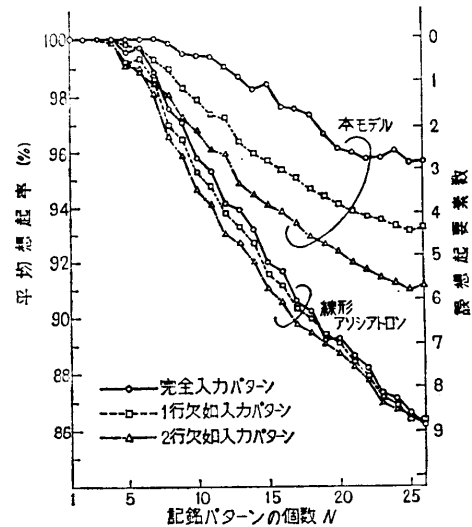


図3 平均想起率  
Fig. 3 Average recollection rate.

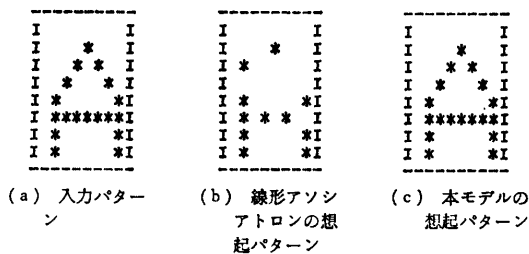


図 4 想起パターン ( $N=15$ )

Fig. 4 Recalled patterns ( $N=15$ ).

ミュレーションを行った。以上の結果を図 3 に示す。アルファベット順に 15 文字記憶させた後、読み出し入力パターンとして“A”(図 4 (a)) を入力した場合の想起パターンを図 4 (b), (c) に示す。

#### 4. 考 察

従来のアソシアトロン型の連想記憶モデルが期待通りの連想動作を行うためには、記憶事項の各要素が +1 をとる確率  $P$  が 0.5 付近であることが必要である<sup>5)</sup>。すなわち、記憶パターンが直交に近い状態であることが必要であり、この条件を満足しない場合には所望の想起出力が得られない。しかしながら、実際には  $P=0.5$  という条件を満さない場合が多く、連想能力が記憶事項の直交性に依存するような従来のモデルでは連想能力が十分ではない。これに対して、本モデルでは  $P=0.5$  という条件を満さない場合でも、アダマール変換処理後のパターンの各要素が +1 をとる確率が 0.5 に近い値になるため、記憶事項自身の直交性への依存度が少なく、従来のモデルに比べて高い連想能力が得られる。

計算機シミュレーションの結果より、本モデルは次のような特徴を有することがわかった。

(1) 線形アソシアトロンに比べて、記憶容量が同じでありながら、同一の記憶事項に対して高い連想能力をもつ。

(2) 線形アソシアトロンでは、不完全なパターンを入力した場合でも平均想起率はほぼ同じであるのに対して、本モデルでは大きな変化がみられる。

(2)の原因については、値 0 の要素を含む不完全なパターンを入力して想起する場合、値 0 の要素にはその部分の平均的な情報が含まれており、従来のモデルではこの情報も利用できるため、値 0 の要素の個数が少ない場合には入力パターンと記憶されているパターンとの直交性には大きな変化がないのに対して、アダ

マール変換処理後のパターンではこの情報が欠落する場合があります、そのためにこのパターンと記憶パターンとの直交性が劣化するためと考えられる。不完全パターンの値 0 の要素の個数が多くなるほどその傾向が著しくなるものと考えられるが、本モデルでは記憶パターン相互の直交性自体が向上しているため、従来のモデルに比してより高い想起率が得られている。

二つの記憶事項を組にして一方から他方を連想する場合にも上記と同様の結果が得られるものと考えられる。ただし、本モデルでは二つの記憶事項の間で対称性が成り立たないため、一方から他方を連想できてもその逆は成り立たず、連想は一方向的である。

アダマール変換後のしきい値関数には、式(4)の代りに、 $x > 0$  のとき  $\varphi(x) = +1$ 、 $x \leq 0$  のとき  $\varphi(x) = -1$  なる関数を用いる場合も考えられるが、この場合には変換処理後のパターンの直交性は式(4)の処理の場合に比べて低下し、連想能力が劣化した。式(2)のアダマール変換において、 $x_i$  の +1 の要素の生起確率が 0.5 より小さいために  $y_i'$  の第 1 要素が負になる確率が 1 に近くなり、そのため  $y_i'$  の各要素  $y_{ij}'$  について平均化すれば要素が負になる確率の方が正になる確率より大きくなる。それゆえ、 $y_{ij} = 0$  の場合に  $y_{ij} = -1$  とすれば、さらに  $y_i$  の各要素の期待値が負になり、直交性が低下するものと考えられる。

#### 5. む す び

アダマール変換を用いた連想記憶モデルを提案し、計算機シミュレーションにより連想能力の検討を行った。従来のモデルでは記憶事項が直交に近い状態であれば十分な連想が行われなかったのに対して、本モデルでは記憶事項の直交性が不十分であってもアダマール変換処理後のパターンが直交に近い状態になるため、高い連想能力が得られることがわかった。

なお、記憶事項の統計的性質、記憶パターンの個数および読み出しに用いる入力パターンと想起率との関係等、連想能力に関する定量的な検討については稿を改めて発表したい。

#### 参 考 文 献

- 1) 中野：アソシアトロンとその応用，信学会インホメーション理論研資，IT 69-27 (1969-09)。
- 2) 中野，南雲：神経回路網モデルによる連想記憶の研究，信学会医用電子・生体工学研資，MBE 70-6 (1970-06)。
- 3) 上坂，尾関：連想記憶についての二，三の性質，

- 信学論(D), 55-D, 5, pp. 323 (1972-05).
- 4) Kohonen, T.: Correlation Matrix Memories, IEEE Trans. Comput., C-21, 4, pp. 353-359 (April 1972).
- 5) 村上, 相原: 連想形記憶の動作範囲について, 信学論(D), 58-D, 12, pp. 776 (1975-12).
- 6) 藤井, 森田, 薦田: 分散型記憶モデルについて, 信学会医用電子・生体工学研資, MBE 73-24 (1973-10).

(昭和53年11月27日受付)

(昭和54年4月19日採録)