

# 単元の関連性を用いた線形代数の学習支援システム

青木 勝彦<sup>†</sup> 平井 佑樹<sup>‡</sup> 並木 美太郎<sup>‡</sup> 金子 敬一<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>東京農工大学大学院工学府 <sup>‡</sup>東京農工大学大学院工学研究院

## 1. はじめに

線形代数の授業では、数学的概念や計算手続きからなる学習内容が多く、その習得につまずく学生も多い。そのつまずきに対して、学生の学習方法・学習内容や、教員の教授方法などの調査・研究が行われてきた。川添ら[1]が、線形代数の授業で行った調査では、つまずきは、基礎的な計算手続きの習得、ベクトル空間に関する抽象的概念の習得の2つのタイプに分類される傾向があった。ベクトル空間に関する抽象的概念の習得で発生するつまずきの原因として、

- 4次元以上の空間に対する図示による指導が難しいこと[2]
- 線形代数は以前に学習した単元との関連性があるため、以前の単元でつまずくと、新たな単元の学習が困難になること
- 大学の授業時間内では、問題演習を行う時間の確保が難しく、学習者が概念や空間のイメージを把握しても、問題が解けないこと

が挙げられる。

本稿では、単元間の関連性に着目し、これを用いて学習者による線形代数の自主学習を支援するシステムの設計と実現について述べる。

## 2. 提案システム

### 2.1 提案システムの概要

本節では、提案システムが扱う線形代数の学習単元と、その学習方法について述べる。大学の線形代数に関する学習カリキュラムは、文部科学省が発表する小中学校や高等学校の学習指導要領のように学習する内容を定めていないため、学習内容は全国で統一されていない。そこで、本研究では、線形代数の市販のテキスト[3][4]の目次や川添らの線形代数の単元間の関連性の調査結果[1]に基づき、図1に示す単元間の半順序にしたがって学習できるシステムとした。また、学習者の利便性を考慮し、提案システム

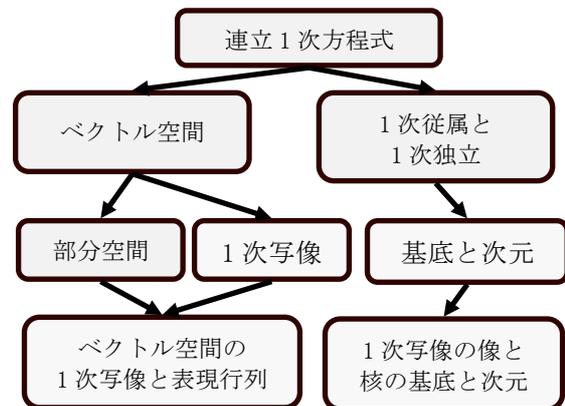


図1 単元の関連性と学習順序

は、Webブラウザ上で動作するように設計した。システムの実現には、HTML5 および javascript, CSS3 (Cascading Style Sheets 3) を用いた。

提案システムは、まず、図2に示す診断機能を用いて、用意した問題を学生に解かせる。次に、システムが、学習者の解答を基に学習範囲全体に対する学習者の理解度を、(1)理解している、(2)理解していない、(3)ケアレスミスの可能性あり、の3つに分類する。1つの単元で1問のみ間違えた場合の解答は、ケアレスミスの可能性ありとして分類される(1つの単元は3つの小問から構成される)。提案システムは、理解していない、ケアレスミスの可能性ありに分類された単元に関する教材(図3参照)へのリンクを学習者に提示する。このとき、ケアレスミスの可能性ありと分類された単元は、学習者に苦手の可能性があると注意書きとともに提示する。この機能は、学習者が既に理解しているにもかかわらず、理解していないという前提で学習順序を構築されることを防ぐねらいがある。このように、学習者に対して、適切な学習順序を構築することで、学習効率を向上させる。

教材は1つの単元につき、定義や定理などの説明と例題、演習問題、関連する以前の単元へのリンクから構成されており、現在学習している単元のページから、以前の単元を参照することができる。また、演習問題はページを読み込む際に、ランダムに出題される。そして、演習問題における学習者の解答に対して、システムが正誤の判定を行う。

A Learning Support System of Linear Algebra Using Relationship among Units

<sup>†</sup> Katsuhiko Aoki, Graduate School of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology  
<sup>‡</sup> Yuki Hirai, Mitaro Namiki, and Keiichi Kaneko, Institute of Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology

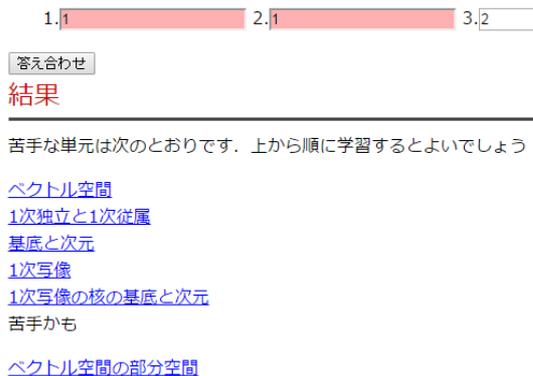


図 2 システムの診断画面

1次独立と1次従属

ベクトル空間 $V$ のベクトル,  $u_1, \dots, u_n$  とスカラー  $c_1, \dots, c_n \in R$  を用いてベクトル  $x$  が

$x = c_1 u_1 + \dots + c_n u_n$  と書けるとき,  $x$  は  $u_1, \dots, u_n$  の1次結合であるという。また  $c_1 u_1 + \dots + c_n u_n = 0$  であるとき, この等式を  $u_1, \dots, u_n$  の1次関係式という。

$c_1 = \dots = c_n = 0$  である1次関係式

$c_1 u_1 + \dots + c_n u_n = 0$  は自明であるという。自明でない1次関係式, すなわち  $c_1, \dots, c_n$  の中に0でないものが少なくとも1つあって,

$c_1 u_1 + \dots + c_n u_n = 0$  が成り立つとき,  $u_1, \dots, u_n$  は線形従属又は1次従属であると言い, 1次従属でないときは線形独立または1次独立であるという。

例1

$R^n$  の  $n$  個の基本ベクトル  $e_1, \dots, e_n$  は1次独立である。

図 3 システムの教材

3. システムの評価

3.1 評価の概要

提案システムが, 学習効率を向上する効果を検証するために, 対照システムとの比較による評価実験を行った。対照システムは, 提案システムの診断機能から, 学習すべき単元とその順序を提示する機能と, 提案システムの教材から, 以前の関連する単元へのリンクを削除した。対照システムを用いた学習者は, 単元間の学習順序の提示による支援を受けられないものとした。

3.2 評価実験

理系の大学生 4 名を実験参加者とする評価実験を実施した。実験のはじめに, 参加者 4 名を対象として, 15 分間のプレテストを実施した。次に, プレテストの結果を診断画面に入力して, 結果を確認した後, 参加者 A, B は提案システムを, 参加者 C, D は, 対照システムを用いて, 25 分間の学習を行った。その後, 15 分間のポストテストを実施した。プレテスト, ポストテストは, とともに単元 1 つにつき小問 3 問からなり, 合計 21 問の 21 点満点である。ポストテストでは, プレテストの数値のみを変更したため, 両者の難易度は, ほぼ同等である。

提案システムのテスト結果を表 1 に, 対照システムのテスト結果を表 2 に示す。

4. 考察

実験結果から, 両方のシステムにおいて, プ

表 1 提案システムのテスト結果

実験参加者	プレテスト	ポストテスト
A	2	5
B	6	12
平均点	4	8.5

表 2 対照システムのテスト結果

実験参加者	プレテスト	ポストテスト
C	7	11
D	2	5
平均点	4.5	8

レテストとポストテスト間で得点が伸びた。

しかし, システムの違いによる得点の伸びに有意な差はなかった。参加者 C, D は, 対照システムでは提示しなかった単元とその学習順序にほぼ沿って学習した。また, アンケートの結果から, 25 分での学習は短いという意見があり, 実際に多くの学習者は, 基底と次元, 部分空間までの学習に留まった。これらの要因から, 有意な差がなかったと考えられる。

一方で, 提案システムを用いた参加者 A, B のアンケートの結果から, 単元の関連性を意識して学習できたという回答を得た。アクセスログを見ると, 参加者 A は, 図 1 の矢印で結ばれた 2 つの単元の教材のリンクを行き来して繰り返し学習しており, ポストテストではプレテストでできなかった単元を解けた。

5. おわりに

本研究では, 単元間の関連性を用いた線形代数の学習支援システムの設計と実現を行った。さらに, 提案システムの有効性を評価するため, 対照システムを用いた評価実験を行った。その結果, 学習効果を確認した。しかし, 対照システムと比べ, 学習効率に有意な差はなかった。

今後は, 実験参加者を増やし, 学習者の提案システムの利用履歴や, 学習効率と提案システムの関係をより詳細に調査することで, システムの価値を追求したい。

参考文献

[1] 川添充: 線形代数の教授内容の関連性と指導のポイントに関する考察, 日本認知科学会第 28 回大会, pp. 328-334 (2011).  
 [2] 金子真隆: 線形代数の教科書における挿図の利用について - KETpic 利用の可能性を中心に - 数理解析研究所講究録, Vol. 1674, pp. 12-25 (2010).  
 [3] 山形邦夫, 和田俱幸: 線形代数学入門, 培風館 (2006).  
 [4] 三宅敏恒: 入門線形代数, 培風館(1991).