

カードゲーム「籠城」の成功可能性に関する一考察

新谷 敏朗[†]

福山大学工学部[†]

1. まえがき

トランプの一人遊びである「籠城」はすべてのカードを表向きにした状態でプレイするので完全情報ゲームである。特定の初期局面を根とするゲーム木を作成することによって解を求めることができる。初期状態によって、成功可能な場合とそうでない場合がある。エースの出し方によっていくつかの変種があり、それらを含めて、成功するためのひとつの十分条件を仮説として昨年度提示したが、その仮説を検証する過程で反例が発見されたので報告する。

2. 籠城

「籠城」のルールは以下の通りである。(1) ここでは、スートを H, D, S, C と, Ace, Jack, Queen, King をそれぞれ A, J, Q, K と, 10 は 0 と表記する。

- (1) 4枚の A を台札とし、残り 48枚のカードをよくシャッフルして、表向きに配り 6枚ずつ 8行の場札とする。それぞれの行で端に置かれた天の札のみが移動可能である。
- (2) 台札に、同じスートの次のカードを移動できる。
- (3) 場ではスートに関係ない数下がり列を作るように、場の天の札を別の行の天の札の上に移動できる。ある行のカードがすべてなくなれば、その行に別の行の天の札を移動できる。

4つの台すべてが K までの数上がり列になれば、「成功」である。「成功」していない状態で、移動可能なカードが存在しなければ、「失敗」である。ルール(3)にある数下がり列を「連」と呼び、カードがすべてなくなった行を「空行」と呼ぶ。空行ができるとカード移動の選択肢が増す。ある行の天の札の左側が長さ l の連になっていて、場に n 個の空行がある場合に次の性質が成り立つ。(2)

性質 1 「籠城」において、場の空行の数を n とする。ある行 i に T_0 が天のカードであるような長さ l の連

$$R = T_1 T_2 \cdots T_{l-1} T_l$$

があったとする。さらに、行 i と異なる行 j の天

のカードの数值が T_1 より 1 だけ大きいとする。このとき n 個の空行のみを利用して行 i から行 j へ連 R が移動可能であるための必要十分条件は、

$$l \leq 2^n \quad (1)$$

が成り立つことである。

「籠城」には A の出し方によって、「城砦」, 「Streets and Alleys」, 「とりで」などの変種^{(1), (3)} があるが、ここでは「籠城」のみを扱う。筆者の文献[2]による解析結果では、「籠城」の成功率は約 70% である。失敗する場合は、空行が全くできないか 1 行のみできる場合が 99% 以上で 2 行できて成功しない場合が 1% 以下、3 行以上できた場合はすべて成功していた。

3. 仮説と反例

昨年度提示したのは、

仮説：「籠城」とその変種において、空行が 3 個以上できると必ず成功する。

というものであった。(4) しかし、籠城において次の局面 1 からは、成功局面に至ることはできない。

```

0:
1:
2:
3: CJ C2 C0 C9 C8 C7 C6 C5 C4 C3
4: DJ D2 D0 D9 D8 D7 D6 D5 D4 D3
5: HJ H2 H0 H9 H8 H7 H6 H5 H4 H3
6: SK S2 SJ S0 S9 S8 S7 S6 S5 S4 S3
7: CQ CK DQ DK HQ HK SQ
    
```

局面 1 空行が 3 個あるが成功不可能な局面

局面 1 では第 3~5 行にそれぞれ長さ 8 の連がある。性質 1 を考慮すると 3 個の空行のどれかに連の 4 枚のカードは移動できる。残りの 2 個の空行にそれぞれ 2 枚と 1 枚のカードを移動できるので長さ 8 の連のうち $4+2+1=7$ 枚は移動できる。しかしそれぞれのスートの 2 のカードの右に長さ 8 の連があるので、局面 1 からはどのスートの 2 のカードも台に移動できないことがわかる。そして、局面 1 にしか至らない初

期局面として次の局面 2 を考えることができる。

0: C3 D3 H3 S3 C6 D6
 1: C4 D4 H4 S4 H6 S7
 2: C5 D5 H5 S5 S6 SQ
 3: CJ C2 C0 C9 C8 C7
 4: DJ D2 D0 D9 D8 D7
 5: HJ H2 H0 H9 H8 H7
 6: SK S2 SJ S0 S9 S8
 7: CQ CK DQ DK HQ HK

局面 2 空行が 3 個できるが成功不可能な初期局面

局面 2 からルールに従ってカードを移動すると局面 1 あるいはそれと同等な局面にしか遷移しないことは明らかであるが、文献[2]のプログラムを使用して、局面 2 を根とするゲーム木を作成し全探索すると、

All states have been searched. There are 0 solutions in 310274086 states with 1766996637 duples 3 max_space and 48 min_n. Hour:min:sec=3:38:27

という結果となり、3 億個を超える局面を生成したが、全探索の結果、空行が 3 個できるにも関わらず成功局面に至らないことが確かめられた。なお、duples は重複局面数の個数、max_space が空行の最大値、min_n は場のカード数の最小値、Hour:min:sec は計算に要した時間をそれぞれ表す。

4. 空行が 4 個ある場合

次に空行数が 1 だけ多い 4 個の場合に空行数 3 の場合と同様に成功局面に至ることができない例があり得るかどうかを考える。この場合は性質 1 より、長さが $8+4+2+1=15$ までの連を移動することができる。しかしカードの数は 13 までであり、籠城では A は初期状態で台に置かれているので、連の長さの最大値は 12 である。しかも連の長さが 12 の場合は数値 2 の

0:
 1:
 2:
 3:
 4: C2 H9 H3 H7 H5 CK CQ CJ
 5: D2 S9 S3 S7 S5 DK DQ DJ
 6: H2 H0 H4 H6 H8 HK HQ HJ C0 C9 C8 C7 C6
 C5 C4 C3
 7: S2 S0 S4 S6 S8 SK SQ SJ D0 D9 D8 D7 D6
 D5 D4 D3

局面 3 空行が 4 個ある局面例

カードが天の札になるので、直ちに台に移動できる。従って、連の長さの最大値は 11 としてよい。よって、空行数が 4 であれば、どのような連もすべて空行に移動できることになる。

例として、局面 3 を考える。局面 3 では第 6 行と第 7 行はカード数が 16 であり、2 行にわたって表示している。K から始まる連はどれも空行に移動できるので、第 7 行の連を第 0 行に移動した局面 4 を考える。

0: SK SQ SJ D0 D9 D8 D7 D6 D5 D4 D3
 1:
 2:
 3:
 4: C2 H9 H3 H7 H5 CK CQ CJ
 5: D2 S9 S3 S7 S5 DK DQ DJ
 6: H2 H0 H4 H6 H8 HK HQ HJ C0 C9 C8 C7 C6
 C5 C4 C3
 7: S2 S0 S4 S6 S8

局面 4 空行が 4 個ある局面例の続き

第 7 行に残った 5 枚のカードは連になっておらず、この状態では、3 個ある空行に 1 枚ずつしか移動できない。しかし第 7 行の S8, S6, S4 を第 1, 2, 3 行にそれぞれ移動した後に S0 を第 4 行に移動できる。その結果、底にあった S2 を台に移動できることになる。実際、局面 3 を根とするゲーム木を作成し探索すると、16967829 個の局面を生成した結果、成功確定までの手数が 1124 の解が見つかり、成功可能であることが確かめられた。

5. あとがき

本報告では、「籠城」において空行が 3 個あっても成功できない例があることを示した。空行が 4 個ある場合に成功できない例はまだ発見されていない。また、空行が 4 個あれば必ず成功するという証明も得られていない。今後検討していきたい。

文献

- (1) 野崎, トランプひとり遊び 88 選, 朝日選書(1990)
- (2) 新谷, 福山大学工学部紀要 Vol.33, pp.141-148 (2010)
- (3) Morehead & Mott-Smith, The Complete Book of Solitaire & Patience Games, Bantam Books (1966)
- (4) 新谷, 第 77 回情報処理学会全国大会, 6A-01 (2015)

A Consideration on the Possibility of Success in the Card Game "Beleaguered Castle"

† Toshio Shintani, Faculty of Engineering, Fukuyama University