

DWF の概念を用いた多分岐多線条論理布線網の過渡解析手法†

加藤 誠 巳†† 高梨 賢 治††

近年集積回路技術の高度の発達に伴いデジタル計算機の超高速化ならびに超小型化が進んでいるが、そこで用いられる超高速集積回路素子の特性を十分に活かすためにはこれを実装する基板上のプリント布線網の相互結合による漏話雑音をも考慮に入れた信号波の過渡解析を行う必要がある。相互結合のあるプリント布線網の論理布線網における信号の応答波形解析は不均質媒質中の無損失多線条線路の過渡解析に帰着され、線路に分岐がなく負荷も純抵抗であるような簡単な場合については幾つかの解析がなされている。しかし多線条線路が分岐を有する場合、プリント板のコネクタ部あるいは個別部品のリード線等によって導入されるインダクタンス分や抵抗分が無視し得ない場合、あるいは浮遊容量が存在する場合等を含めた一般の多分岐多線条線路の過渡解析手法は未だ十分に確立されていない。本論文では結合のない多分岐線路系に対してすでに提案した進行波の概念を用いた過渡解析手法を拡張し、キャパシタおよびインダクタを微小線路で等価表現し、任意の負荷および布線パターンを有する多分岐多線条線路系に相応する DWF (Digital Wave Filter) を計算機内部で模擬することによりその過渡応答解析を行う手法について提案する。

1. ま え が き

超高速集積回路素子を伝送線路で相互接続する場合に生ずる信号波の遅延、あるいは伝送線路の分岐点・不整合負荷点における信号波の反射による波形歪の影響等を進行波、Sパラメータおよび π 変換の概念を有機的に結合して解析する手法についてはすでに提案した^{1),2)}。近年プリント板の実装はさらに高密度化し、配線相互の電磁・静電結合をも考慮に入れた信号波の過渡解析を行うことが要求されるようになってきた。相互結合のあるプリント配線網の論理布線網の応答波形解析は不均質誘電体媒質中の無損失多線条線路の過渡解析に帰着され、分岐もなく純抵抗負荷で終端されるような場合については幾つかの解析が行われている^{3),4)}。本論文ではたとえば図1に示すように多線条線路が分岐を有する場合、プリント板のコネクタ部あるいは個別部品のリード線等によって導入されるインダクタンス分や抵抗分が無視し得ない場合、あるいは浮遊容量が存在する場合等を含めた一般の多分岐多線条線路系の時領域における汎用解析手法を与えるものである。

本解析手法では n 本の互いに近接平行して走る相互結合のある線路(以下結合線路と呼ぶ)がモード変成

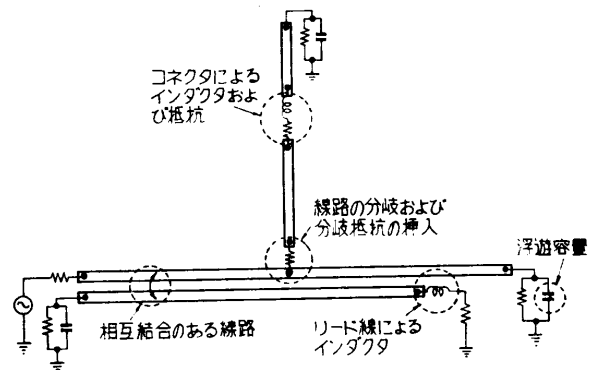


図1 多分岐多線条線路の例

Fig.1 An example of a multi-wire system with multiple branches.

器と n 本の互いに結合のない伝送線路(以下独立線路と呼ぶ)で表現されること、およびインダクタならびにキャパシタがそれぞれ短い線路で良く近似されることを活用し、一般の多分岐多線条系を(1)独立線路部、(2)モード変成器部、および(3)電源・抵抗回路部の3つに分解し、独立線路上の電圧進行波に対する S (散乱)パラメータおよび電源からの T (透過)パラメータを算出し、計算機内部でこの電圧進行波のサンプル値に対する遅延素子、乗算器および加算器より成るDWF (Digital Wave Filter)⁵⁾を構成模擬することにより過渡応答解析を行うものである。

2. 多線条線路の等価回路

本論文では結合線路として一般に各層は一樣な誘電率を有する複数個の層中に埋め込まれた複数本の平行

† A Method for Transient Analysis of Multi-wire System with Multiple Branches through the Concept of Digital Wave Filter by MASAMI KATO and KENJI TAKANASHI (Department of Electrical and Electronic Engineering, Faculty of Science and Technology, Sophia University).

†† 上智大学理工学部電気電子工学科

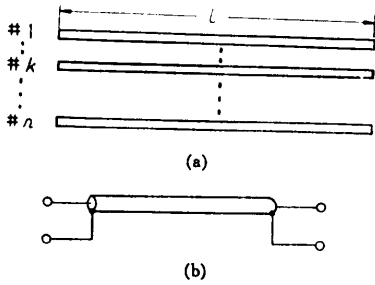


図2 結合線路および独立線路

Fig. 2 Coupled transmission lines and a decoupled one.

線路を考えるが、ここでは便宜上図2(a)に示すごとく地気面上を互いに近接平行して走るプリント配線の平面図で表現するものとし、独立線路は図2(b)に示すごとく同軸ケーブルで表現するものとする。また配線の方向はX方向またはY方向のいずれかとし、相互結合は近接平行して走る線路間にも存在するものとし、十分間の離れた線路および直交する線路間には相互結合は存在しないものとする。

すると図2(a)に示すごとくn本の結合線路(結合のない単一線路の場合はn=1)の長さlなる区間はその幾何学的配置、形状によって決定される誘導係数行列Lおよび周囲の誘電体媒質にも依存する容量係数行列Cで規定され、図3に示すごとく等価回路で表現されることが知られている⁴⁾。すなわちn本の結合線路は巻線比行列Xを有する1対のモード変成器(理想変成器)とその間にはさまれたそれぞれ長さl、特性インピーダンス γ_k および位相速度 $\mu_k(k=1, 2, \dots, n)$ を有するn本の独立線路で表わされる。ここで、

$X, \gamma_k, \mu_k(k=1, 2, \dots, n)$ は前述のCおよびLにより定められる。ただしここで文献4)に述べられているように巻線比行列Xおよび特性インピーダンス $\gamma_k(k=1, 2, \dots, n)$ は任意に定め得る正の定数 $C_k(k=1, 2, \dots, n)$ を含むので一意的には定まらないが、位相速度 $\mu_k(k=1, 2, \dots, n)$ および多線路線路の入力コンダクタンス行列に対応する $R^{-1}=(X^{-1})^t \text{diag}(1/\gamma_k)(X^{-1})$ は一意的に定まることに注意されたい。さらに対称2線路線路の場合には周知の偶・奇モード分解法によりX行列は固有値ならびに固有ベクトルを求めないでも定め得ることに注意されたい。なおX, γ_k, μ_k の満たすべき条件については文献4)のほか文献9), 10)等にも述べられているので参照されたい。

図3の等価回路により、たとえば多線路線路の左端に適当な負荷回路を接続したとき実際に観測されるn次元電圧、電流縦ベクトル v, i (これらを以下外部回路変数と呼ぶ)と、n本の独立線路の左端におけるn次元電圧、電流縦ベクトル e, j (これらを以下線路回路変数と呼ぶ)との間には次の関係が成立する⁴⁾。

$$v = Xe, \tag{1}$$

$$j = X^t i. \tag{2}$$

ここですでに提案した多分岐信号伝送線路の過渡解析手法^{1), 2)}で用いた電圧進行波の概念を適用し、図3に示すごとく独立線路に入射する方向に進む電圧進行波縦ベクトルを e_r 、独立線路から出て来る方向に進む電圧進行波縦ベクトルを e_s とすると次式が成立する。

$$e = e_s + e_r, \tag{3}$$

$$\text{diag}(r_k) j = -e_s + e_r. \tag{4}$$

モード分解された第k番目独立線路#k*の走行遅

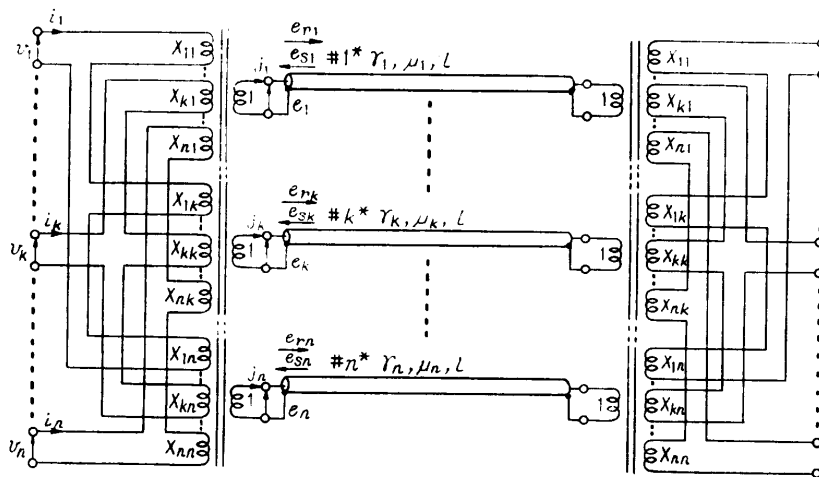


図3 多線路線路の等価回路

Fig. 3 An equivalent circuit of multiple parallel transmission lines.

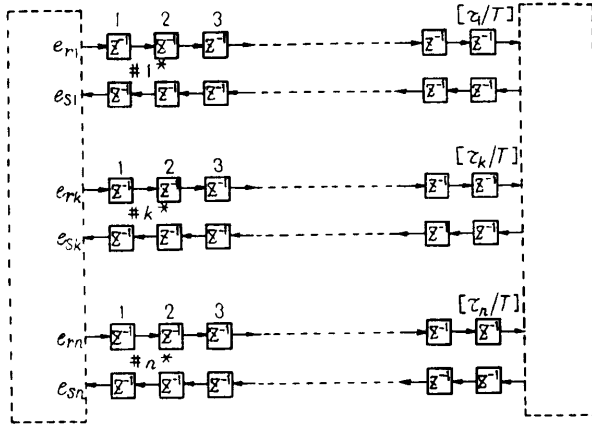


図4 線路部の DWF 表現
Fig. 4 A digital wave filter representation of the transmission line part in Fig. 3.

遅延時間 τ_k は l/μ_k で与えられ, DWF の概念を用いると図4に示すように右方向に進む電圧波のサンプル値と左方向に進む電圧波のサンプル値を別々に記憶する1対のシフトレジスタで表現されることになる。このとき各シフトレジスタはそれぞれ $[\tau_k/T]$ 個 ($[\]$ はガウス記号, T は計算の刻み幅) の遅延素子 $z^{-1} = e^{-sT}$ より成るが, 伝播モードによる電圧進行波の走行遅延時間 τ_k の差が漏話信号に大きな影響を与えることがあるので計算の刻み幅 T はこれを考慮して十分小さく選ぶ必要がある。

電圧進行波ベクトル e_r, e_l , 巻線比行列 X , 電源・抵抗回路の素子値との間の関係については第4章で述べる。

3. インダクタおよびキャパシタの等価線路表現

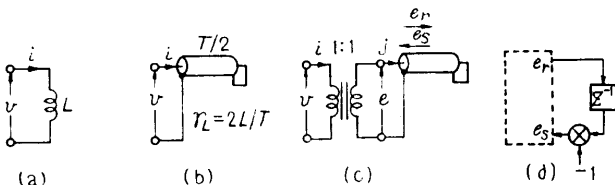


図5 インダクタとその DWF 表現
Fig. 5 An inductor and its DWF representation.

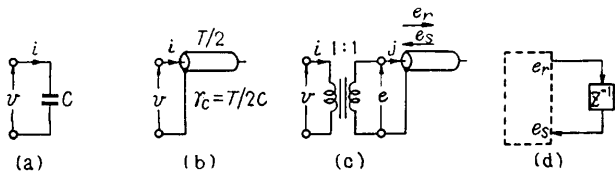


図6 キャパシタとその DWF 表現
Fig. 6 A capacitor and its DWF representation.

すでに提案した多分岐線路の過渡解析手法においては, 負荷にインダクタあるいはキャパシタが存在する場合複素周波数 s の関数となる反射係数にインタポレータを作用させた後 z 変換を施し, これを時間領域表現することにより取り扱っていたが^{1), 2)}, この方法は負荷回路が複雑になると適用が困難となる。

ここでは図5および図6に示すように大きさ L なるインダクタおよび大きさ C なるキャパシタは往復走行遅延時間が T , 特性インピーダンスがそれぞれ $\gamma_L = 2L/T$ および $\gamma_C = T/2C$ なる終端短絡および終端開放された独立線路で良く近似される^{5), 6)} ことを利用して解析を行う。この線路近似モデルを多線条線路の等価回路と同様に扱うため図5(c) および図6(c)に示すように1:1なる理想変成器を導入する。この場合インダクタおよびキャパシタの DWF 表現は図5(d) および図6(d) で与えられることは明らかである。

4. 多分岐多線条系の分解とその DWF 表現

図1に示す多分岐多線条系を図7に示すごとく線路特性の不連続部分で分解し上述の等価回路表現を用いると図8に示すごとく(1)独立線路部, (2)モード変成器部および(3)電源・抵抗回路部に分解表示される。図においてたとえば #1*, #2* なる独立線路は結合線路 #1, #2 のモード分解により得られた独立線路を表わしている。また図において独立線路の長さは必ずしも物理的な長さに対応していないことに注意されたい。

さて図8に示す等価回路においてすべての独立線路を一括して後述する S, T パラメータを求めることも可能であるが, 独立線路の本数が増えると S, T 行列の次元が大となり, またスパースとなるため効率が悪いので, ここでは以下で述べるように線路特性の不連続部ごとに独立に取り扱うことにする。すなわち図8の等価回路を図7に示す不連続部 $G_1 \sim G_6$ に応じて点線で囲った6つのモード変成器群とそれに付随する電源・抵抗回路に分解する。次にこのように分解された第 j 番目モード変成器群と対応する電源・抵抗回路の S および T パラメータの導出方法について述べる。一般に第 j 番目電源・抵抗回路は内部電圧源 $E^{(j)}$ (内部電流源がある場合にもほぼ同様に取り扱うことができるがここでは考えない), 抵抗 $R^{(j)}$, 外部回路変数 $v^{(j)}, i^{(j)}$ の間に成立する関係式によって特

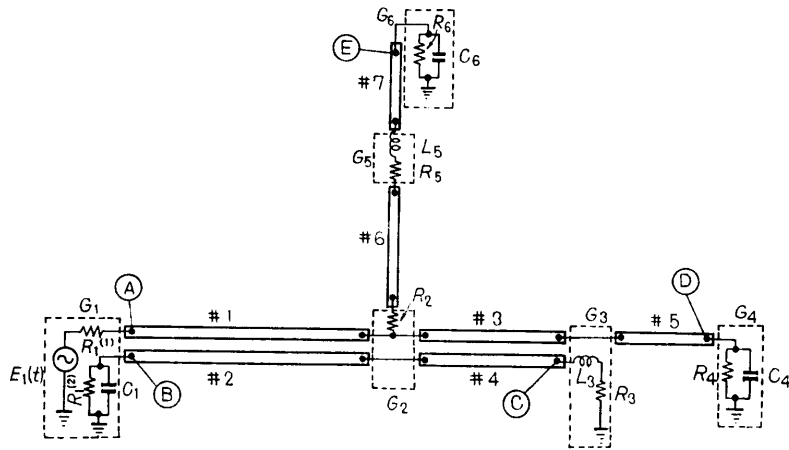
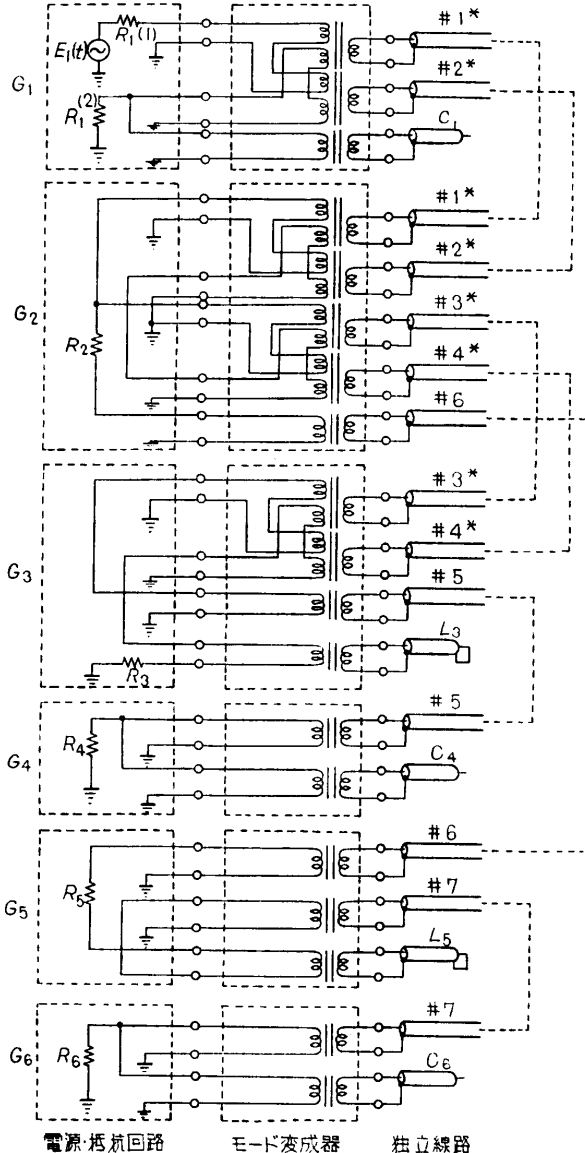


図7 多分岐多線条線路系の分解

Fig.7 Dissolution of the multi-wire system shown in Fig.1.



徴づけられる。これを一般的に次式で表わすことにする。

$$F^{(j)}(\mathbf{E}^{(j)}, \mathbf{R}^{(j)}, \mathbf{v}^{(j)}, \mathbf{i}^{(j)})=0. \quad (5)$$

一方外部回路変数 $\mathbf{v}^{(j)}, \mathbf{i}^{(j)}$ と線路回路変数 $\mathbf{e}^{(j)}, \mathbf{j}^{(j)}$ との間には $\mathbf{X}^{(j)}$ を第 j 番モード変成器群とするとき式 (1) および (2) と同様な関係が成立する。

$$\mathbf{v}^{(j)} = \mathbf{X}^{(j)} \mathbf{e}^{(j)}, \quad (6)$$

$$\mathbf{j}^{(j)} = \mathbf{X}^{(j)} \mathbf{i}^{(j)}. \quad (7)$$

さらに第 j 番目モード変成器群に接続されている独立線路の特性インピーダンスを $\mathbf{r}_k^{(j)}$ とすると線路回路変数 $\mathbf{e}^{(j)}, \mathbf{j}^{(j)}$ と電圧進行波 $\mathbf{e}_s^{(j)}, \mathbf{e}_r^{(j)}$ との間には式 (3) および (4) と同様な関係式が成立する。

$$\mathbf{e}^{(j)} = \mathbf{e}_s^{(j)} + \mathbf{e}_r^{(j)}, \quad (8)$$

$$\text{diag}(\mathbf{r}_k^{(j)}) \mathbf{j}^{(j)} = -\mathbf{e}_s^{(j)} + \mathbf{e}_r^{(j)}. \quad (9)$$

式 (5)~(9) より $\mathbf{e}_s^{(j)}$ を $\mathbf{e}_r^{(j)}$ および $\mathbf{E}^{(j)}$ に関して解くと

$$\mathbf{e}_s^{(j)} = \mathbf{S}^{(j)} \mathbf{e}_r^{(j)} + \mathbf{T}^{(j)} \mathbf{E}^{(j)} \quad (10)$$

なる形の式が得られる。ここで $\mathbf{S}^{(j)}$ および $\mathbf{T}^{(j)}$ はそれぞれ $\mathbf{e}_r^{(j)}$ に対する S 行列および電圧源 $\mathbf{E}^{(j)}$ の T 行列であり $\mathbf{R}^{(j)}, \mathbf{r}_k^{(j)}, \mathbf{X}^{(j)}$ の関数である。

上述の S, T パラメータの一般的導出法を図8の不連続部 G_1 に相応する電源・抵抗回路を一般化した図9(a)に示す電源・抵抗回路を例にとって具体的に説明する。図9(b)の回路は電流源を用いて書き換えると図9(b)に示すようになり、これより式(5)に相当する次の関係式が得られる⁷⁾ことは容易に分かる。

$$\mathbf{G}\mathbf{v} + \mathbf{i} - \text{diag}(\mathbf{r}_k)^{-1} \mathbf{E} = 0. \quad (11)$$

ただし \mathbf{G} は抵抗回路のコンダクタンス行列で次式で与えられる。

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n R_{1j}^{-1} - R_{12}^{-1} & \dots & -R_{1n}^{-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_{n1}^{-1} & -R_{n2}^{-1} & \dots & \sum_{j=1}^n R_{nj}^{-1} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

式 (11) に式 (1)~(4) を代入し \mathbf{e}_r を \mathbf{e}_s, \mathbf{E} に関

図8 多分岐多線条系の等価回路

Fig.8 An equivalent circuit of the multi-wire system shown in Fig.7.

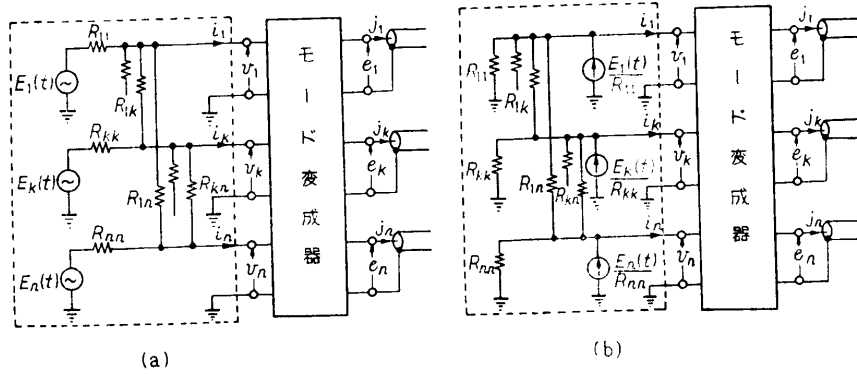


図 9 一般化された電源・抵抗回路
Fig.9 A generalized source-resistor circuit.

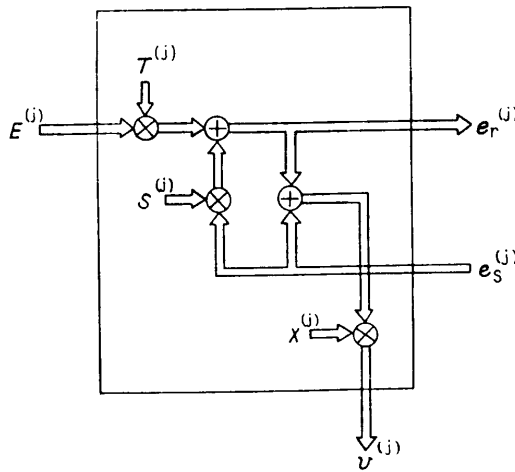


図 10 STX 回路
Fig. 10 An STX circuit.

して解くことにより式 (10) に相当する式が次のように得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r = & [\text{diag}(\boldsymbol{\tau}_s)^{-1} + \mathbf{X}'\mathbf{G}\mathbf{X}]^{-1} [\text{diag}(\boldsymbol{\tau}_s)^{-1} \\ & - \mathbf{X}'\mathbf{G}\mathbf{X}] \mathbf{e}_s + [\text{diag}(\boldsymbol{\tau}_s)^{-1} + \mathbf{X}'\mathbf{G}\mathbf{X}]^{-1} \\ & \mathbf{X}' \text{diag}(\mathbf{R}_s)^{-1} \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (13)$$

ここで \mathbf{e}_s および \mathbf{E} の係数がそれぞれ S , T パラメータである。ここでは特定の電源・抵抗回路網を例にとって説明したがそのほか任意の電源・抵抗回路網に対しても多端子対回路網理論^{6), 9)}を適用することにより S , T パラメータを求め得ることは明らかである。

さて上述のごとく第 j 番目不連続部における $\mathbf{e}_s^{(j)}$, $\mathbf{e}_r^{(j)}$, $\mathbf{E}^{(j)}$ の間には式 (10) の関係があることが分かったが、我々が知りたいのは通常外部回路変数 $\mathbf{v}^{(j)}$ である。この $\mathbf{v}^{(j)}$ は式 (6) および式 (8) より $\mathbf{e}_s^{(j)}$, $\mathbf{e}_r^{(j)}$ の関数として次式で与えられる。

$$\mathbf{v}^{(j)} = \mathbf{X}^{(j)} (\mathbf{e}_s^{(j)} + \mathbf{e}_r^{(j)}). \quad (14)$$

ここで式 (10) および式 (14) の関係式は 図 10 に示すように乗算器と加算器のみより成る回路で表現することができる。この回路を STX 回路と呼ぶことにする。この STX 回路と図 4 の独立線路と図 5 (d) および図 6 (d) のインダクタおよびキャパシタの DWF 表現より図 7 の多分岐多線条系は 図 11 の DWF で表現されることは明らかである。したがってこの DWF を計算機内部で模擬することにより各部の過渡応答電圧波形を求めることができる。

5. プログラムの概要と過渡応答解析例

プログラムは使用した計算機 (ミニ・コンピュータ HITAC 10/II) のメモリ容量 (28 kW) の都合上 2 つの部分に分けられている。第 1 の部分は \mathbf{L} , \mathbf{C} 行列から $\boldsymbol{\tau}_s, \boldsymbol{\mu}_s, \mathbf{X}$ を計算し、次いで電源・抵抗回路を規定するデータから S および T パラメータを計算する部分であり、これは約 1,200 の FORTRAN ステートメントより成る。第 2 の部分は計算された S および T パラメータを用いて DWF を計算機内部で模擬し応答波形を計算する部分であって約 350 ステートメントより成る。

本プログラムで解析し得る多分岐多線条線路系の規模に関する制約は次の通りである。

- 1) 線路系の不連続部の数は最大 10 まで
- 2) 独立線路の総本数 (この場合インダクタ, キャパシタも線路として数える) は最大 100 まで
- 3) 線路系の各不連続部に接続されている独立線路の本数は最大 8 まで
- 4) 線路の総走行遅延時間 ÷ 計算の刻み幅は 1,000 以下

これらの制約は使用した計算機のメモリ容量に起因

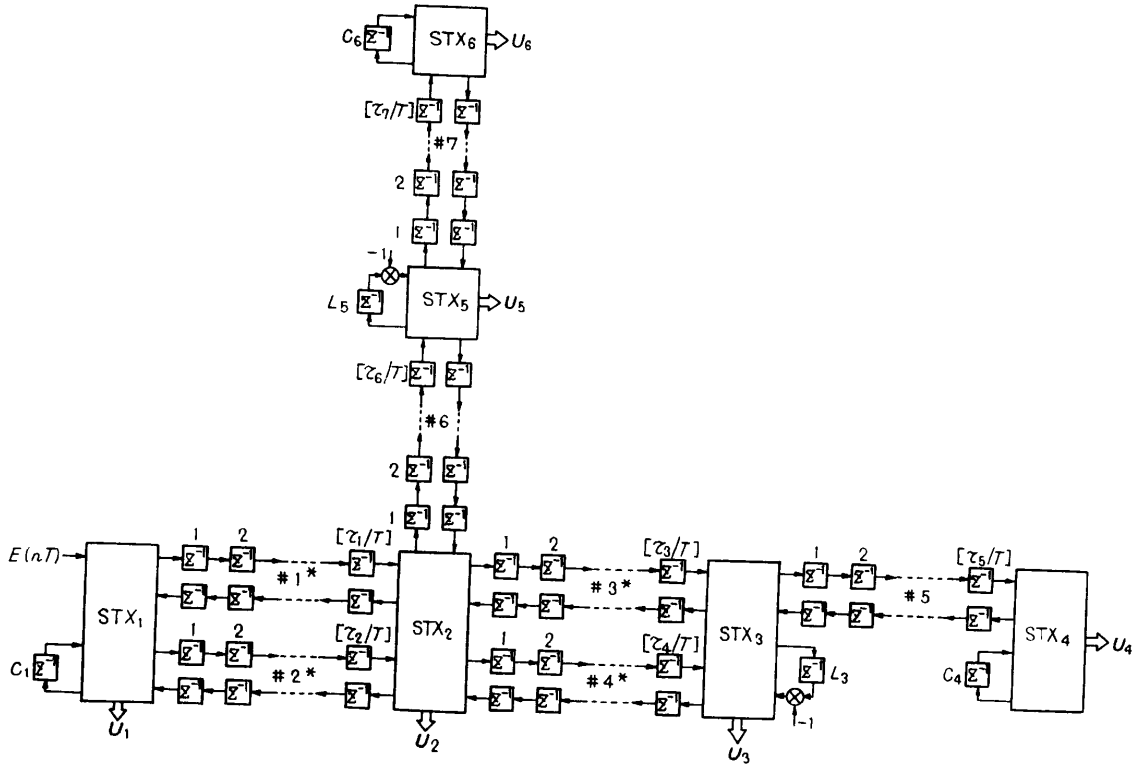


図 11 多分岐多線条線路系の DWF 表現
Fig. 11 A digital wave filter representation of the multi-wire system shown in Fig. 7.

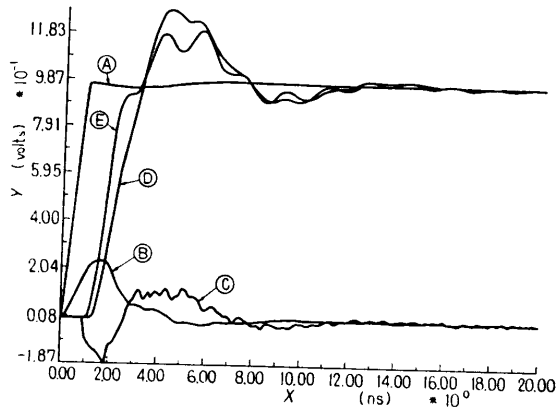


図 12 応答波形例
Fig. 12 Examples of response waveforms.

するものであって、大容量のメモリが利用し得るならば制約はいくらでも緩めることが可能である。

本プログラムを用い図 7 に示した多分岐多線条線路系の各部 A~E の応答波形を次の条件下で計算した。

1) 信号源 E(t) : 立ち上がり時間 1 ns, 最終値 1 V の打ち切りランプ関数

2) 計算の刻み幅 : T=0.01 ns.

表 1 L, C 行列および長さ

Table 1 L and C matrices and the length.

線路	L 行列 (nH/cm)	C 行列 (pF/cm)	長さ l (cm)	走行遅延時間 τ (ns)
#1, #2	$\begin{bmatrix} 3.843 & 1.620 \\ 1.620 & 3.843 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.043 & -0.343 \\ -0.343 & 1.043 \end{bmatrix}$	10	$\tau_1=0.6183$ $\tau_2=0.5552$
#3, #4	$\begin{bmatrix} 3.843 & 1.620 \\ 1.620 & 3.843 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.043 & -0.343 \\ -0.343 & 1.043 \end{bmatrix}$	6	$\tau_3=0.3710$ $\tau_4=0.3331$
#5	3.160	1.043	5	$\tau_5=0.2871$
#6	3.160	1.043	3	$\tau_6=0.1722$
#7	3.160	1.043	4	$\tau_7=0.2297$

表 2 RLC 素子の値

Table 2 Numerical values of the RLC elements.

抵抗 (Ω)	キ+パシタ (Fp)	インダクタ (nH)
$R_1^{(1)}$	C_1	L_3
2.0	5.0	4.0
$R_1^{(2)}$	C_4	L_5
90.0	10.0	5.0
R_3	C_6	
25.0	5.0	
R_5		
200.0		
R_4		
75.0		
R_6		
0.2		
R_4		
10000.0		

3) 線路の L , C 行列および長さ: 表 1 の通り.

4) 負荷 RLC 素子の値: 表 2 の通り.

この回路例の場合線路系の不連続部分の数は 6 個, 独立線路の総数は 12 本であり, 各線路の走行遅延時間 τ は表 1 記載の通りである.

図 12 に求められた各部応答波形を示す. なお計算に要した時間は約 20 分である.

6. むすび

多線条線路のモード変成器と独立線路より成る等価回路とインダクタおよびキャパシタの近似線路モデルを用い, 多分岐多線条線路系を独立線路部, モード変成器部および電源・抵抗回路の 3 つに分解し, S および T パラメータを求めることにより DWF の概念を用いてその過渡応答解析を行う一般的手法について述べた.

本解析手法のトランジスタなど非線形能動素子を含む場合への拡張については目下検討中である.

最後に有益なご助言ご討論戴いた上智大学理工学部吉田裕一教授ならびに研究室の諸氏に謝意を表す.

参 考 文 献

1) 加藤, 猪瀬: z 変換を用いた中途分岐布線の多重反射波の解析, 情報処理, Vol. 13, No. 5, pp. 287-293 (1972).

- 2) 杉本, 加藤: デジタル計算機を用いた多分岐信号伝送線路の過渡解析手法, 情報処理, Vol. 16, No. 12, pp. 1071-1077 (1975).
- 3) Amemiya, H.: Time-Domain Analysis of Multiple Parallel Transmission Lines, RCA Review, Vol. 28, pp. 241-276 (1967).
- 4) Chang, F.Y.: Transient Analysis of Lossless Coupled Transmission Lines in a Non-homogeneous Dielectric Medium, IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-18, No. 9, pp. 616-626 (1970).
- 5) Fettweis, A.: Digital Filter Structures Related to Classical Filter Networks, A. E. U., Vol. 25, No. 2, pp. 79-89 (1971).
- 6) 高梨, 加藤: 寄生インダクタンスを考慮した多分岐多線条論理布線網の応答解析プログラム, 情報処理学会第 20 回全大, 5 F-2 (1979).
- 7) 高梨, 河村, 加藤: 相互誘導のある論理布線網の応答波形の解析手法, 情報処理学会第 19 回全大, 6 G-4 (1978).
- 8) 齊藤正男: 回路解析論, p. 207, コロナ社, 東京 (1974).
- 9) 永井信夫: 無損失多線条線路の等価回路表示と伝播モードの考察, 信学論 (B), Vol. J 60-B, No. 5, pp. 305-312 (1977).
- 10) 小室, 秋山, 本多: S 行列と z 変換による不均質媒質中の結合線路の時間領域解析, 信学論 (A), Vol. J 62-A, No. 3, pp. 201-202 (1979).
(昭和 55 年 9 月 16 日受付)
(昭和 56 年 2 月 19 日採録)