

確率密度関数勾配法と画像強調†

安 藤 繁††

画像強調の目的は不要な情報を除き画像の本来の性質を明瞭にさせることと考えられる。確率分布の鮮鋭化 (sharpening) を通じてこの目的を実現する確率密度関数勾配法と呼ぶ新しい画像強調法を提案することが本論文の目的である。

この方法は、1) 画像の特徴を表す成分を定め、2) この特徴成分の確率密度関数を推定し、3) これに照らして確率密度が増加するような画像修正操作をすべての特徴成分に対して行う、4) 以上の演算を反復して近似的な最大事後確率推定に収束させる、というものである。

本論文では最大事後確率推定との対応のもとに、方法の定式化と具体的算法の導出を行う。さらに二つの応用例を示して原理の検証と評価を行い、他の方法では得られない効果的な画像強調が行われることを確認する。

1. はじめに

画像を観測したり処理を行う過程で混入する雑音やぼけは画像情報の有効利用にとって大きな障害になり、これらを取り除いて画質を改善するための方法の研究が従来から行われている^{1),2)}。これらの技術は画像強調や画像修復と呼ばれており、ぼけの除去と鮮明化のための高域強調処理、雑音抑制のための移動平均平滑化法などの比較的簡単な方法から、カルマンフィルタなどの最適原画像推定に見られる高度な方法まで多くの試みがある。これらの方法は演算の高速さやエレガントな理論等々それぞれ特色をもっているが、多くの場合雑音やぼけの除去という本来の目的に付随して、縁端部のダレや雑音の増幅などの情報の劣化が発生するため、必ずしも満足すべき結果は得られない。

画像強調法のもつこの問題点の改善法に関してもいくつかの考察と試みがある。すなわち上に挙げた方法はいずれも数学的には画像上のたたみ込み演算であり、画像の局所的性質の違いを無視して画面内一様に行われるため、処理が有効に行われる部分と逆に悪影響を与える部分とが生じる。この欠点を改善しようとの考えからは各種の適応的アルゴリズムが提案されている。画像の分散やエッジネスに応じて核関数を変化させる平滑化処理³⁾や、人間の視覚特性に整合するインパルス応答をもつフィルタ⁴⁾等がそれである。これに対して強調法の新しい原理を求める立場から、たたみ込み演算とは異なった原理による画像強調法の試み

がある。非線形な最尤推定法による原画像推定⁵⁾や、Rosenfeldらによって提案されている relaxation 法⁶⁾、iterative histogram modification 法⁷⁾などがそれである。これらはいずれも画像に対する確率分布を考える点で共通しており、分布に表現される性質を利用して種々の目的に応じた効果的な画像強調を行いうる点が特色と言える。前者の方法は在来の欠点を除くことを目指すのに対して、後者は考え方として示唆に富む興味深い方法であり、可能性をもつ方法のように思われる。本論文の目的は後者の考え方に沿って理論的に明解な意味付けの下に汎用性のある新しい画像強調法を提案することである。

もともと画像強調の目的は、不要な成分を除き画像の本来の性質を明瞭にさせることである。本論文の前半では、これを確率分布の鮮鋭化 (sharpening) を通じて実現する確率密度関数勾配法の原理を示し、最大事後確率推定法との密接な対応のもとに定式化および算法の具体化を行う。このあと4章において、原理の検証と評価を目的として二つの適用例を示すことにする。

2. 確率密度関数勾配法

2.1 基本原理

画像強調の目的は、付加された不要な情報を除くことと、画像に特徴的な性質を明瞭にすることと考えて良いであろう。本論文では、この中でも画像が局所的に示す「特徴的な性質」に注目する。すなわち画像全体に依存するのではなく、比較的少数の画素から成る画像成分上で表現される性質である。たとえばエッジネスや平坦さなどがこのような性質の例で、局所的に

† Picture Enhancement by Probability Density Gradient Method by SHIGERU ANDO (Faculty of Engineering, University of Tokyo).

†† 東京大学工学部計数工学科

記述でき、また画面内の要所に頻りに現れて画像を特徴付ける。以後の議論はパターン認識との対応を考えると理解しやすい。このため、上述の「特徴を表す画像成分」を取ってパターン認識の用語を用いて特徴量と呼ぶことにする。注意すべきなのは、特徴量自体が性質を示すのではなく、特徴量の張る特徴空間での分布の中に性質が現れることである。2章と3章ではこの特徴量を具体的に何にするかは決めずに一般的な議論を行う。対象と目的に応じて特徴量を特定すると画像強調法ができあがる。これはパターン認識の理論と応用の関係と同じである。

画像強調の目的が特徴空間で何に相当するかを考察するのが最初の課題である。このとき次の仮定が有効である。すなわち「画像に特徴的な性質」とは他より現れやすい特徴量であり(第1の仮定)、「付加された不要な情報」とは特徴量上の加算的な雑音である(第2の仮定)と考える。第1の仮定は別に論理的に成り立つものではなく、実際の場面で両者が一致することが多いことに依っている。すなわち画像の特徴をなす性質として画面内で支配的なパターンを考える場合は多いし、また目的にとって有用な性質が頻りに現れるように画像を撮る結果として成立する場合もある。第2の仮定は画像の雑音ばかりでなく広く不要な情報一般に対して、特徴量の抽出法や雑音の分布の仕方を適当に選んで形式的に成立させることも考えた仮定である。

特徴量をベクトル x と書くとすると、 x は画像から数多く抜き出せて分布をもつから一種の確率変数と見て良く、その確率密度関数 $p(x)$ は x の現れやすさを表している。今、特徴空間に確率密度 $p(x)$ が対応する空間を考えると、第1の仮定で述べた「他より現れやすい事象」とはこの空間でのピーク(周囲に比べ確率密度の高い場所)を与える x になるだろう。すなわち「画像に特徴的な性質」とは特徴量の確率密度関数のピーク点である。また第2の仮定に示した「加算的な雑音」はこの空間でのぼけに相当することが言える。 x に加わる雑音を n とすると、入手される特徴量 y は

$$y = x + n \quad (1)$$

である。雑音 n の分布形が x の値に依存する場合も考慮して n の確率密度関数を $p_n(n; x)$ と書くと、 y の確率密度関数 $p_y(y)$ は

$$p_y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) p_n(y-x; x) dx \quad (2)$$

である。この式は $p(x)$ の $p_n(n; x) \geq 0$ による移動平均を表すから、(2)式は必ず $p(x)$ をぼかす効果をもつ。また雑音が大になるほど $p_n(n; x)$ の広がりが増加し、 $p(x)$ のぼけの程度は大きくなる。

逆に見れば、ぼけを修復し確率密度関数を鮮鋭化(sharpening)すると、雑音が除かれ画像の特徴的な性質が強調されると考えられる。Iterative histogram modification 法は灰色度ヒストグラムの鮮鋭化を実現する手順であり、ピークに対応する灰色度が支配的となった強調画像が得られ、レベルスライスによる領域分割に有効であることが報告されている⁷⁾。ここでは画像強調のために同様の手順を考える。その際、特徴空間でのピークが画像の性質の表現である点を重視する。図1(b)の雑音の重畳した二値画像の例で考えると、灰色度ヒストグラムは灰色度を特徴量とした特徴空間での確率密度関数に相似であり、図1(d)中の2個のピークは雑音にぼかされながらも画像の本来の二値的性質を表現している。このとき図2に示すような分布の鮮鋭化プロセスは、ピークの灰色度を支配的にして本来の二値的性質を明瞭にする効果と、分布のぼけを減少させて重畳した雑音を取り除く効果をもつ。灰色度に限らない一般の特徴量に対しても同様と考えられ、特徴空間での出現分布を鮮鋭化するプロセスは分布のピークを鋭く高くさせ、ピークに対応した性質の出現頻度を多くすることによって「特徴的な性質」を明瞭にさせる。同時に出現分布のぼけを小さくするから、特徴量上の雑音を減少させ、「不加された不要な情報」を取り除くことになる。これらは最初に述べた画像強調の目的そのものである。

2.2 最大事後確率推定による実現

この考え方は最大事後確率推定(maximum a posteriori probability, MAP 推定)として定式化できる。画像強調を、雑音の重畳した特徴量 y からもとの特徴量 x を推定する問題と考えると、 x の MAP 推定は

$$p(\hat{x}|y) = \text{maximum} \quad (3)$$

を満たす \hat{x} で与えられる。条件付確率 $p(x|y)$ にベイズの定理を用いると(3)式は

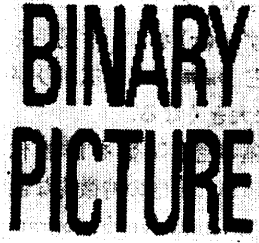
$$p(\hat{x})p(y|\hat{x}) = \text{maximum} \quad (4)$$

に等しい。 $p(y|x)$ は(3)式において雑音 n が $y-x$ の値をとる確率に一致するから、結局

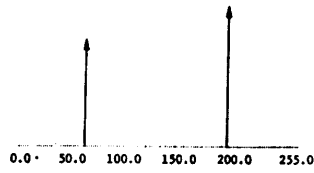
$$p(\hat{x})p_n(y-\hat{x}; \hat{x}) = \text{maximum} \quad (5)$$

が MAP 推定 \hat{x} と与える式である。

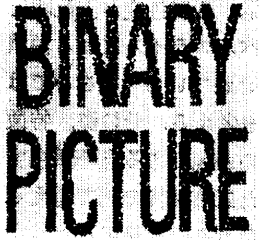
(5)式の数値解は勾配法(最大傾斜法)を用いた最大値探索法で求められる。これを左辺の対数に適用す



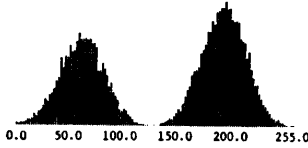
(a)



(b)



(c)



(d)

a: 二値画像, b: 雑音の重畳した二値画像, c: (a)の灰度分布, d: (b)の灰度分布

図1 画像成分(この例では画素)への雑音の重畳の分布への影響の例

Fig. 1 Effects of additive noise on a grayness histogram.

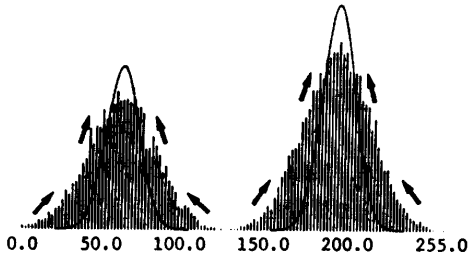


図2 出現確率分布の鮮鋭化. 本来の分布形に近づく.

Fig. 2 Process of a histogram sharpening.

ると, 反復方式は

$$x^{i+1} = x^i + a \left\{ \frac{\nabla p(x^i)}{p(x^i)} + \frac{\nabla p_n(y - x^i; x^i)}{p_n(y - x^i; x^i)} \right\} \quad (6)$$

$$x^0 = y \quad (7)$$

である。xの添え字は反復の回数であり, 初期値 x^0 は y すなわち強調したい原画像の特徴量とする。正定数 a は収束の速さと安定性を決める。

修正項 $a\{\cdot\}$ の第1項に注目する。 $\nabla p(x^i)/p(x^i)$ は勾配 $\nabla p(x^i)$ に比例し, x^i をその点で $p(x)$ が最も大きくなる方向へ進ませる。今この修正を画像上のすべての特徴量 $\{x^i\}$ に対して行うことを考え, 特徴空間内での分布の変化を見る。 i 反復目での雑音の確率密度関数を $p_n(n; x)$ とすると, $x \in \{x^i\}$ の確率密度関数 $p^i(x)$ は

$$p^i(x) = \int p(x-n)p_n^i(n; x-n)d_n \quad (8)$$

と書ける。まだ分布の変化が小さく, $p_n^i(n; x)$ の x 依存性がゆるやかと仮定すると

$$\nabla p^i(x) \approx \int \nabla p(x-n)p_n^i(n; x-n)d_n \quad (9)$$

であり, 加えて $p_n^i(n; x)$ の広がり小さいとすると積分には $x-n \approx x$ の部分の寄与が支配的で,

$$\nabla p^i(x) \approx \nabla p(x) \quad (10)$$

となる。すなわち $p(x)$ の最大増加方向への修正によってほとんどの $x \in \{x^i\}$ はそれ自身の確率密度関数 $p^i(x)$ の増加方向へ修正される。これは分布の集約をもたらす, $p^i(n; x)$ の広がりも減少させるだろう。以上の議論を $i=0$ から繰り返すと, $p_n^0(n; x) \triangleq p_n(n; x)$ の広がり小さい時, $\{x^i\}$ の分布は $\{y\}$ の分布から出発して順次鮮鋭化されてゆくことがわかる。

これに対して第2項 $\nabla p_n(y-x^i; x^i)/p_n(y-x^i; x^i)$ は第1項による修正を抑え, x^i が初期値 y から離れすぎること防止する項とみなせる。すなわち反復が進んで $y-x^i$ が大きくなると, それだけ雑音を大きく見積ったことになり, $p_n(y-x^i; x^i)$ の減少分を評価して第1項を相殺する方向に大きくなり修正を抑える。画像強調においてこの第2項は強調の行き過ぎを抑制し制御する働きをするであろう。

以上の議論から, 特徴量の分布の鮮鋭化はMAP推定法を勾配法で解く反復式(6)を全ての特徴量にわたり適用することで実現できることがわかった。本方法による画像強調法を,(6)式が条件付確率密度関数に対する勾配法であるという意味で, 以後確率密度関数勾配法と呼ぶことにする。(6)式を用いる利点はMAP推定法との対応にあり, $p(x)$ や $p_n(n; x)$ が正しく知れる場合, 画像強調の結果が特徴量上のMAP推定とみなせる事, およびこれらが近似的にしか得られない場合でも, MAP推定法の類推によって強調の意味付けが明解になる事である。

$p(x)$ の近似関数の中で特に重要なのは3.2節で述べる y の確率密度関数 $p_y(y)$ であり, これを代用した場合でも,(8)~(10)式における議論と同様にして

$$\nabla p_y(y)|_{y=x} = \nabla p^0(x) \approx \nabla p(x) \quad (11)$$

である部分では修正の向きが概略一致するから, MAP推定に類似の画像強調結果が得られると予想される。また $p_n(n; x)$ が正確に知れない場合, この関数は強調を抑制する働きをするから, 関数形とその広がりを適宜定めることで, 強調の程度を自由に制御し, 望ま

しい結果となるようにすれば良い。

3. 算法の具体化

確率密度関数勾配法では、1) 特徴量を具体的に決め、2) その確率密度関数を定めることが必要であり、これらを前提として実際に 3) 特徴量の分布を鮮鋭化させるように画像を反復修正する事で強調の目的が達せられる。本章ではこれらの三つの段階について順に述べる。

3.1 特徴量の抽出と画像の修正

具体的な特徴量を何にするかは応用する対象と目的によって決まる。ここでは特徴量の抽出を写像と見なして、この写像の満たすべき一般的条件について考える。画像を形式的にベクトル I で表し、特徴量に付けられたインデックスを r として、この写像を

$$\mathbf{x}_r = f_r(I) \quad (12)$$

と書く。 f_r の添字は、いわば r 番目の特徴量への“注視点の移動”を示すもので、 f_r は本質的には r に依存しない。この f_r によって取り出された特徴量 \mathbf{x}_r は(6)式に従って $\mathbf{x}_r + \Delta \mathbf{x}_r$ に修正されるが、修正は画像 I を $I + \Delta I$ に変化させて行われるため、 $\Delta \mathbf{x}_r$ から ΔI を求める方法が必要である。そのため $\Delta \mathbf{x}_r$, ΔI が小さいときの線形対応

$$\Delta I = G_{\mathbf{x}_r} \Delta \mathbf{x}_r \quad (13)$$

をあらかじめ決めておく。このとき行列 $G_{\mathbf{x}_r}$ は

$$G_{\mathbf{x}_r} \triangleq \left[\frac{dI}{d\mathbf{x}_r} \right] \quad (14)$$

のごとく f_r の逆関数 f_r^{-1} の導関数に相当するから、このための条件

$$f_r(I + G_{\mathbf{x}_r} d\mathbf{x}_r) = \mathbf{x}_r + d\mathbf{x}_r \quad (15)$$

を満足させる。ところが f_r は極端な縮退写像だから f_r^{-1} は一意ではなく、行列 $G_{\mathbf{x}_r}$ の決定には大きな自由度がある。これを決める指針は、 $\Delta I = G_{\mathbf{x}_r} \Delta \mathbf{x}_r$ による修正が周辺の特徴量に及ぼす影響をなるべく少なくすることである。すなわち各特徴量での修正間の相互作用が減少すると、特徴量上で実際に実現される反復は(6)式に近づき、MAP 推定との対応が正確になる。また計算量を減らす効果もある。以上の議論は具体的に考えると自明であろう。図1、図2の例では、ある灰色度を修正するとき周囲もまとめて変化させるのではなく、対応する灰色度のみを変化させれば良い。

算法上では写像 f_r と行列 $G_{\mathbf{x}_r}$ を陽に与える必要はなく、(13)~(15)式が形式的に満たされれば、一連の手続きとして記述されるものであってかまわない。

3.2 確率密度関係とその勾配の推定

確率密度関数勾配法では勾配ベクトルの向きが強調効果を決めるのであるから、特徴量の確率密度関数は細部の増減まで正しく与える必要がある。この要求を満たす確率密度関数の推定法に Parzen 推定法⁸⁾がある。この方法はノンパラメトリックな推定法であり、関数形上の制約がなく、与えられた数多くのデータの分布から直接に確率密度関数を推定する。すなわち分布 $p(\mathbf{x})$ に従う M 個のデータ

$$\Gamma \triangleq \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M\} \quad (16)$$

が与えられると、 $p(\mathbf{x})$ の Parzen 推定 $\hat{p}(\mathbf{x})$ は

$$\hat{p}(\mathbf{x}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{1}{h^N} k\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h}\right) \quad (17)$$

で求まる。 N は測定値 \mathbf{x}_i の次元、 $k(\cdot)$ は推定核と呼ばれる一種の核関数、 h はその広がり(座標軸の倍率)を決めるパラメータである。この方法の意味は図3を見るとわかり良い。つまりデータの値を中心とする関数 $h^{-N} k((\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)/h)$ の重ねあわせで $p(\mathbf{x})$ を推定する。推定核は全積分が1のなめらかな関数であれば良く⁸⁾、本論文では

$$k(\mathbf{x}) \triangleq (2\pi)^{-N/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \mathbf{x}' \mathbf{x}\right) \quad (18)$$

とする。推定核の広がりを表す正定数 h はデータ量 M との関係で決められ、 M が大きいほど h は小さくでき、その極限の $M \rightarrow \infty$, $h \rightarrow 0$ のとき不偏性や一致性などの $\hat{p}(\mathbf{x})$ の漸近的性質が保証される⁹⁾。 M が有限のときの h の決定には最尤法が使える¹⁰⁾。

確率密度関数の勾配の推定法に関しては Fukunaga らの研究があり、微分可能な推定核 $k(\mathbf{x})$ の勾配 $\nabla k(\mathbf{x})$ の重ねあわせとして

$$\nabla \hat{p}(\mathbf{x}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{1}{h^{N+1}} \nabla k\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h}\right) \quad (19)$$

で与えられる⁹⁾。

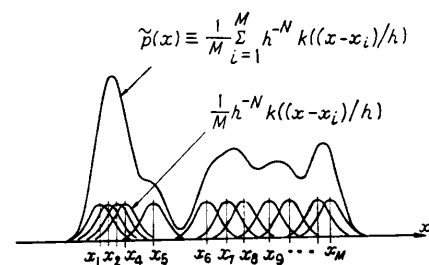


図3 Parzen 推定による確率密度関数の推定

Fig. 3 Parzen's kernel density estimate.

以上のように、 Γ として画像の特徴量のデータを多数用いれば、(6)式に必要な特徴量の確率密度関数と勾配が推定できる。1枚の画像から抽出できるすべての特徴量をこのためのデータとして用いると

$$\Gamma = \{x_r | x_r = f_r(I_r), r=1, \dots, M\}. \quad (20)$$

M はここでは画像 I_r 上の成分の総数を表している。

画像 I_r の与え方には、1) 強調したい画像と同種の画像でもとから高品位な画像を別に与える方法、2) 強調したい画像自身を用いる方法、の二通りが考えられる。同種とは「特徴的な性質」が類似しているという意味であり、厳密には強調したい画像の雑音を含まない特徴量と I_r の特徴量とが統計集会的に同一であれば良い。このとき1)の方法で推定される確率密度関数は正しく $p(x)$ になるから、確率密度関数勾配法とMAP推定法との対応が最も良くなる。一方2)の方法は、同種の高品位な画像を入手する難しさはなく、用意するのは強調したい画像だけで良いという実際上非常に便利な方法を可能にする。このとき推定されるのは雑音を含んだ特徴量の確率密度関数すなわち $\hat{p}_v(x)$ になるが、2.2節で示したごとく $\hat{p}_v(x)$ を用いても特徴量上の雑音が小さければMAP推定に類似の結果を期待できる。また分布の鮮鋭化の目的には必要十分な関数である。4章で示す適用例ではいずれも2)の方法で確率密度関数と勾配を推定している。

雑音の確率密度関数 $p_n(n; x)$ の与え方には $p(x)$ におけるような厳密さは必要とせず、次の正規分布の仮定で十分である。

$$p_n(n; x) = |2\pi\Sigma|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2}n'\Sigma^{-1}n\right\} \quad (21 a)$$

分布の x 依存性は共分散行列 Σ を x によって変化させることで表現される。さらに簡単に

$$p_n(n; x) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}n'n\right\} \quad (21 b)$$

のごとく分散 σ^2 の白色正規分布としても良い。(21 a)式を用いると(6)式の修正項の第2項は

$$\frac{\nabla p_n(y-x^i; x^i)}{p_n(y-x^i; x^i)} \approx \Sigma^{-1}(y-x^i), \quad (22 a)$$

(21 b)式を用いると

$$\frac{\nabla p_n(y-x^i; x^i)}{p_n(y-x^i; x^i)} \approx \frac{1}{\sigma^2}(y-x^i) \quad (22 b)$$

となる。分布形の x 依存性はゆるやかと仮定した。

Σ や σ^2 の与え方や推定法は適用する対象ごとに考察する必要がある。一般的に言えることは、2.2節の

議論から修正項(22 a, b)は強調の行き過ぎを抑制する働きをするから、雑音の分散を大きく選ぶと抑制が弱まって強い強調が得られ、小さく選ぶと抑制が強まって画像はもとの状態からあまり変化しない。

3.3 計算機での実現法

図4は本方法の処理の模式図である。3個の配列A, B, Cはそれぞれ強調したい原画像 I^0 , i 回目の反復の結果得られた強調画像 I^i , 次回の強調画像を構成するための中間修正画像 I を含む。処理開始時には3個の配列の内容は I^0 に一致している。

各反復自体、成分のインデックス r に関する反復を含む。まず配列A, B中の画像 I^0, I^i より写像 f_r によって特徴量 y_r, x_r^i を取り出す。 x_r^i における確率密度 $\hat{p}(x_r^i)$ と勾配ベクトル $\nabla \hat{p}(x_r^i)$ を(17), (19)式で推定し、 $y_r - x_r^i$ における抑制項を(22)式で求めると、(6)式に従って x_r の新たな値 $x_r^{i+1} \triangleq x_r^i + \Delta x_r^i$ が定まる。修正量 Δx_r^i に(13)式で定めた変換を施すと画像の変化量 ΔI が求まるから、これを配列Cに加算する。その結果中間修正画像 I は $I + \Delta I$ に更新される。以上の操作をすべての r に一巡したとき配列C中の中間修正画像 I は $i+1$ 反復目の強調画像 I^{i+1} になっているから、配列Cの内容を配列Bに代入し、強調画像を更新して一回の反復を終了する。

一方、各反復で修正量の二乗和、すなわち

$$\varepsilon^i \triangleq \sum_r |\Delta x_r^i|^2 \quad (23)$$

を計算し監視すると、最初は急激に減少するが、次第に減少が少なくなって有限値に停るようになる。これは近接した特徴量での修正が画像上で干渉し合い、振動的になる影響であり、このようになったら反復を打ち切れば良い。

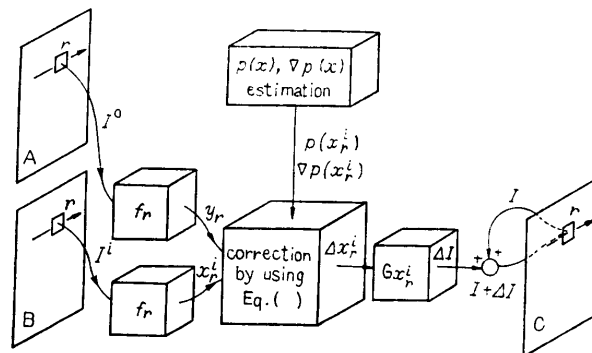


図4 確率密度関数勾配法の処理過程の模式図

Fig. 4 Schematic diagram of the probability density gradient method.

4. シミュレーションと応用

まず雑音除去とエッジネスの強調への適用を試みる。エッジネスは灰色度の変化に現れる性質であり、写像 f_r としてはこの変化を抽出するように、図5に示すごとく位置 $r \triangleq (i, j)$ における灰色度の勾配ベク

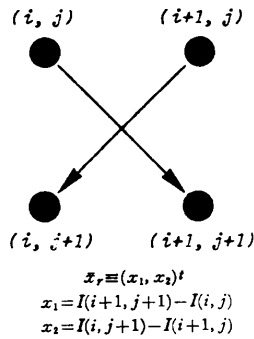
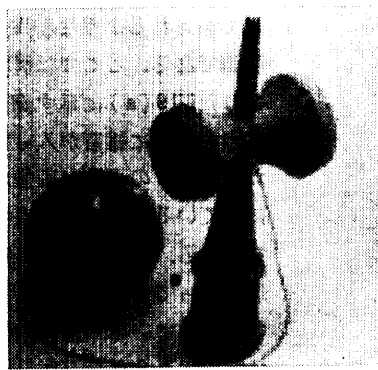
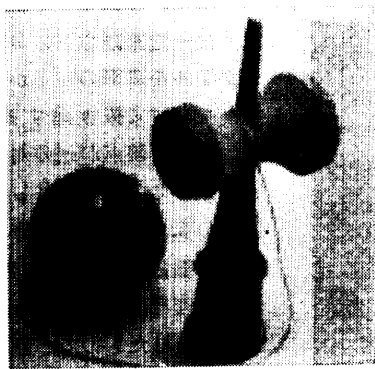


図5 実験例1における成分抽出写像 f_r のとり方
Fig. 5 A mapping f_r for the simulation I.



(a)



(b)

(a): 原画 (128×128, 256 階調, 5 階調相当の雑音を含む),
(b): 強調画像 (反復回数 6 回)

図6 実験例1.
Fig. 6 Simulation I.

トル

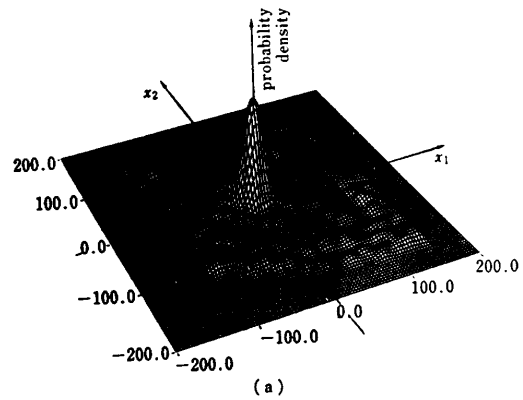
$$f_r(I^i) \triangleq \begin{bmatrix} I^i(i+1, j+1) - I^i(i, j) \\ I^i(i, j+1) - I^i(i+1, j) \end{bmatrix} \quad (24)$$

を選ぶ。 $I^i(i, j)$ は位置 (i, j) での I^i の灰色度である。画像上の雑音が白色だとすると、特徴量上の雑音の分散はこの2倍になる。逆写像 G_{x_r} は (24) 式に現れる4画素のみを変化させるようにする。しかし Δx_r の次元は2だから、 G_{x_r} はまだ一意には定まらない。 $I(i+1, j+1) + I(i, j)$, $I(i, j+1) + I(i+1, j)$ のいずれをも変化させないとの条件を加えると、求める G_{x_r} は

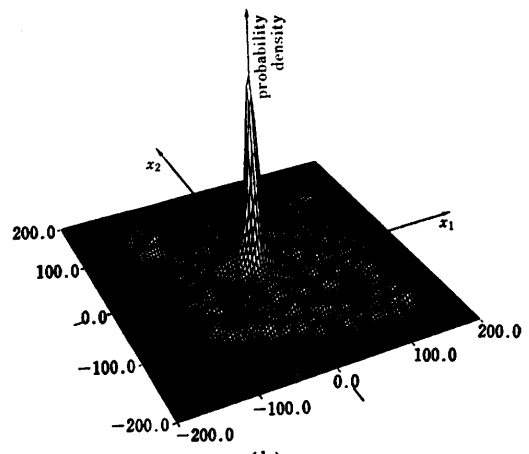
$$\begin{aligned} 2\Delta I(i, j) &= -2\Delta I(i+1, j+1) = -\Delta x_{1r} \\ 2\Delta I(i, j+1) &= -2\Delta I(i+1, j) = -\Delta x_{2r} \end{aligned} \quad (25)$$

となる。ただし $\Delta x_r \triangleq (\Delta x_{1r}, \Delta x_{2r})^t$ である。

図6(a)の画像をこの方法で強調してみる。この画像は対象の性質から明確な縁端部と曲面のゆるやかな灰色度変化が特徴であるが、256階調の内、標準偏差



(a)

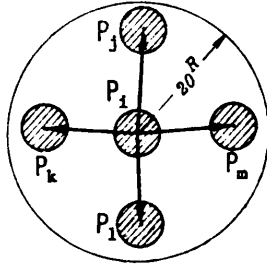


(b)

(a): 原画像から推定したもの, (b): 強調画像から推定したもの (分布の鮮鋭化が見られる).

図7 実験例1における成分 x_r の確率密度関数
Fig. 7 Probability density functions of x_r of the simulation I.

で約5階調分の雑音を含むため、これらの特徴は明瞭ではない。図7(a)はこの画像から推定された確率密度関数 $\hat{p}_v(x)$ を透視的にプロットしたもの(高さは1/2乗されている)である。中央部のピークは $x_r \approx 0$ の特徴量が現れやすい。すなわち画像の平坦な性質を



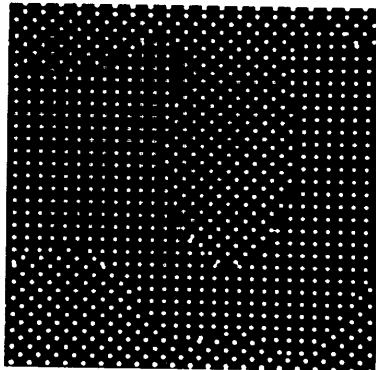
$$x_r \equiv P_i \vec{P}_j, \quad x_{r+1} \equiv P_i \vec{P}_k$$

$$x_{r+2} \equiv P_i \vec{P}_l, \quad x_{r+3} \equiv P_i \vec{P}_m$$

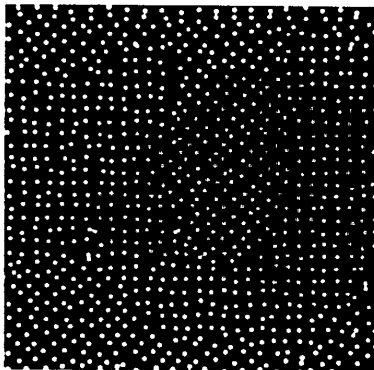
20画素長以下の距離にあるすべての輝点の対を始点と終点とするベクトルが画像成分である。

図8 実験例2における成分抽出画像 f_r のとり方

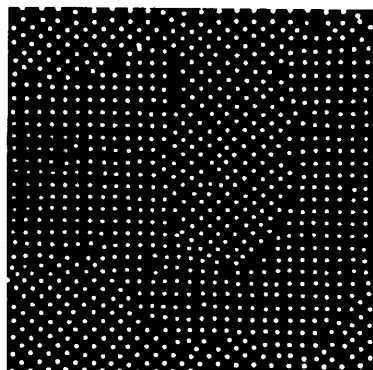
Fig. 8 A mapping f_r for the simulation II.



(a)



(b)



(c)

(a): 原画 (512×512, 1階調・計算機合成である), (b): 劣化画像 (原画の輝点の位置がゆらいだもの), (c): 強調画像 (反復回数12回).

図9 実験例2.

Fig. 9 Simulation II.

示している。同様にその周辺に現れたピークは、それぞれ中心からの距離に応じてゆるやかな曲面の性質や鋭い縁端部の性質を示すものと考えられる。

図6(b)が6回の反復の結果得られた強調画像である。雑音の除去効果が顕著であることは一見してわかる。さらに縁端部は明確に、曲面や平坦な部分は非常に滑らかになっている。強調画像から特徴量の確率密度関数を推定した図7(b)を見るとこの経過が理解できる。すなわち各ピークは鋭く高くなって分布の鮮鋭化が進行し、縁端部や曲面などの小さなピークに対応する性質も強調されたのである。しかし柄の輪の部分のように逆に不明瞭になった部分も見られる。これはこの部分の灰尺度変化が小さく、雑音の影響でピークが曲面や平坦な性質に対応するピークに吸収されたためと考えられる。確率密度関数の推定に雑音の重畳した画像を使う以上、この現象は避けられない。

いずれにせよ、他の方法では得られない効果的な画像強調が行われると判断できる。

次に示す適用例は輝点の配列として現されるような特殊な画像の強調である。ここでは計算機合成された図9(a)に示す輝点列の、各点の座標に雑音が入ってゆらいだ図9(b)のような画像から本来持っている規則性を顕にすることを考える。画像はすでに適当な処理によって輝点の座標の集合として書かれている。輝点配列の特徴は隣接する2点の距離と方向に現れるから、写像 f_r は図8に示すように一定距離以下の2点を結ぶベクトルを画面の左上から順に指標 r をつけて抜き出す操作とする。始点と終点が逆の対も異なる特徴量として抜き出して、図9(b)の1,000個の輝点から3,600個の特徴量が抽出された。図10は確率密度関数の推定を透視的にプロットしたもので、直交座標系での x_r の成分 x_1, x_2 を両水平軸にとってある。縦横、斜方向の二種類の輝点配列の特徴が8個のピークとして明瞭に現れている。逆写像 G_{x_r} は前例と同様に対応す

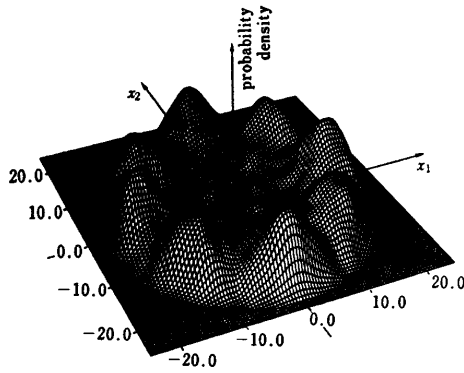


図 10 実験例 2 における成分 x_r の確率密度関数
Fig. 10 Probability density function of x_r of the simulation II.

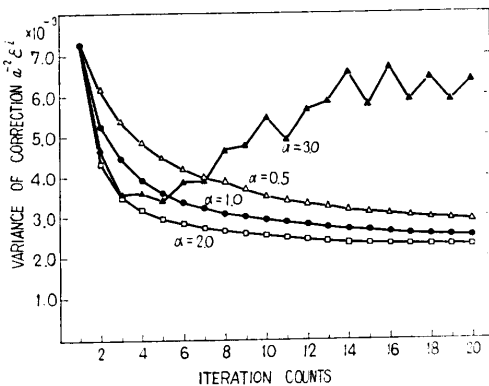


図 11 正定数 α による収束状態の変化
Fig. 11 Effects of a value of the constant " α " on a convergence of the iteration.

る 2 点の位置にしか変化を与えない。残る自由度は 2 点の重心を移動させないとの条件で除く。

図 9(c) は 12 回の反復の結果得られた輝点配列を画像にもどしたものである。もともと輝点のゆらぎが大きかった部分や 2 種の領域の境界を除いて、輝点の本来もっていた規則性が良く再現されている。

図 11 は反復の修正量の二乗平均値の変化を (6) 式中の α のいくつかの値に対してプロットしたものである。反復 12 回ですでに相当収束が進んでいる。また収束性への α の影響はゆるやかだから、実用上 α の値の決定にはあまり精密さを必要としないこともわかる。

後者の例はシミュレーションであり、直接に応用を考えたものではないが、写像 f_r の選び方によって従来考えられなかった新しい対象への適用の可能性を示す点で興味深いものと言える。

5. 結 論

確率密度関数勾配法と呼ぶ新しい画像強調法を提案

し、基本原理の解説を行うとともに MAP 推定との対応のもとに定式化と算法の導出を行った。さらに原理の検証と評価を目的として行った二つの実験例とも期待通りの強調効果を示し、本方法の有効性の一端が明らかになったと考える。

本論文では確率密度関数勾配法を特徴量の MAP 推定として捉えてきた。しかし近接する特徴量に重なりがある場合この対応は厳密には成立しない。むしろ異なる特徴量による修正にある相互作用を介してマクロ的な収束に向かう点が本方法の本質とも考えられる。この点の議論は難しく現在までには成果が得られていない。今後の研究課題であろう。また本論文は特に原理の解説と定式化に重点を置いて記述し、定式化は可能な限り一般的に行ったので、これを検証するための実験は紙面の都合もあって必ずしも理論のすべてを尽していない。この点本論文はまだ十分とは言えないが、本方法の研究は現在大きく進行中であり¹¹⁾⁻¹³⁾、応用例は順次広がってきている。これらは本論文に続いて報告してゆきたいと考えており、この中で残された部分の吟味が行われるであろう。

参 考 文 献

- 1) Rosenfeld, A. & Kak, A. C.: Digital Picture Processing, Academic Press, N. Y. (1976).
- 2) Huang, T. S. (ed.): Picture Processing and Digital Filtering, Springer, ch. 5 (1979).
- 3) Tomita, F. & Tsuji, S.: Extraction of Multiple Regions by Smoothing in Selected Neighborhoods, IEEE Trans., SMC-7 (1977).
- 4) Anderson, G. L. & Netravali, A. N.: Image Restoration Based on Subjective Criterion, IEEE Trans., SMC-6, 12, 845/853 (1976).
- 5) Hunt, B. R.: Bayesian Methods in Nonlinear Digital Image Restoration, IEEE Trans., C-26, 3, 219/229 (1977).
- 6) Lev, A., Zucker, S. W. & Rosenfeld, A.: Iterative Enhancement of Noisy Images, IEEE Trans., SMC-7, 6, 435/442 (1977).
- 7) Rosenfeld, A. & Davis, L. S.: Iterative Histogram Modification, IEEE Trans., SMC-8, 4, 300/302 (1978).
- 8) Fukunaga, K.: Introduction to Statistical Pattern Recognition, Academic Press, ch. 6 (1972).
- 9) Fukunaga, K. & Hostetler, L. D.: The Estimation of the Gradient of a Density Function, with Applications in Pattern Recognition, IEEE Trans., IT-21, 1, 32/40 (1975).
- 10) 安藤 繁: 統計的推定による画像修復, 東京大

- 学大学院工学系研究科博士論文, 第5章 (1979).
- 11) 安藤 繁, 土井康弘: 条件付確率密度関数の山登りによる画像のノイズの除去, 第17回 SICE 学術講演会予稿集, 659/660 (1978).
- 12) 安藤 繁: 確率密度関数勾配法による画像強調, 第11回画像工学コンファレンス論文集, 193/196 (1980).
- 13) 土井康弘, 安藤 繁: 画像処理論, 昭晃堂, 第8章 (1980).
- (昭和56年3月16日受付)
(昭和56年9月7日採録)
-