

# 多数の離散変化をともなうハイブリッドシステムに対する 不変条件を用いた解析

別納 健市†

松本 翔太‡

若槻 祐彰§

上田 和紀¶

早稲田大学 基幹理工学部†

早稲田大学 基幹理工学研究科‡§

早稲田大学 理工学術院¶

## 1 背景と目的

離散変化と連続変化の両方を扱う動的システムとして、ハイブリッドシステム<sup>[1]</sup>がある。物体の衝突やスイッチの切り替えによるシステムの状態変化は、ハイブリッドシステムにおける離散変化として表現することができる。このような表現能力により、物理学や制御工学をはじめ、多くの領域の問題がハイブリッドシステムのモデルとして記述できる。ハイブリッドシステムで表されるモデルの中には、非常に多数、ないし無限回の離散変化を伴うモデルが存在する。その一例として、スライディングモードは、極小幅の領域内で極めて多数の離散変化を繰り返しつつ進行するシステムの挙動と捉えることができる。このようなモデルに対しては、計算時間の発散により、一般的なシミュレーションを通した解析が難しい。本研究では、多数の離散変化を伴うモデルに対し、目標仕様が満たされることの検証を最終目的とする。

## 2 提案手法

本研究において対象とするモデルは、微小値だけ離れた 2 つの制御面に挟まれた領域内を進行するシステムである。そのようなシステムの例としては、制御工学におけるスライディングモード制御<sup>[2]</sup>を扱う問題が挙げられる。ここで制御面は、 $s_1=0, s_2=0$  という式で記述されるものとし、 $s_1, s_2$  ( $s_1 < s_2$ ) を制御変数と呼ぶ。

目標仕様の検証には、(a) システムがループ状態に入り、(b) そのループにおいて特定領域にとどまり続け、(c) やがてループの停止条件を満たすことを示す必要がある。本稿では、(a) ループの検出、および (b) ループ内で特定領域にとどまり続けることの検証を扱う。

### 2.1 例題モデル

本稿で取り扱う例題モデルとして、図 1 に示

されるような、平行な 2 直線の間を進む質点のモデルを考える。図 1 は、 $x, y$  平面において、初速度を与えられた質点が 2 つの直線  $s_1=0, s_2=0$  の間で跳ね返りつつ進んでいくモデルである。

本モデルの制約モデリング言語 HydLa<sup>[3]</sup>による記述を図 2 に示す。

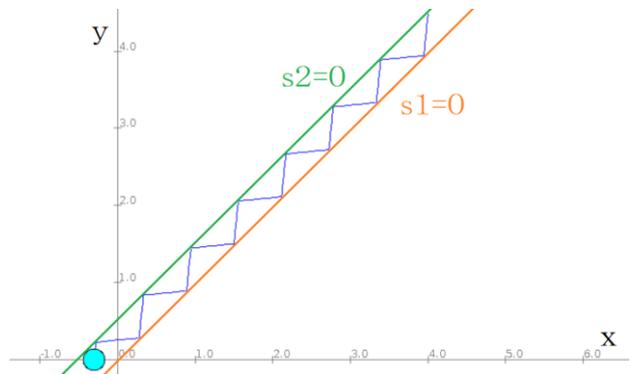


図 1 微小幅の領域内を進む質点の運動

```

INIT <=> x = -0.3 & x' = 0.1 & y = 0 & y' = 1 &
        [] (eps = 0.5 & a = 1).
S <=> [] (s1 = a * x - y & s2 = a * x - y + eps &
        s1' = s1' & s2' = s2').
XCONST <=> [] (x' = 0).
YCONST <=> [] (y' = 0).
REFLECT_1 <=> [] (s1- = 0 =>
    x' = (1*(x'- + a*y'-) + a*(-a*x'- + y'-)) / (a^2 + 1) &
    y' = (a*(x'- + a*y'-) - 1*(-a*x'- + y'-)) / (a^2 + 1)
).
REFLECT_2 <=> [] (s2- = 0 =>
    x' = (1*(x'- + a*y'-) + a*(-a*x'- + y'-)) / (a^2 + 1) &
    y' = (a*(x'- + a*y'-) - 1*(-a*x'- + y'-)) / (a^2 + 1)
).
GOAL <=> [] (x = 10000 => x' = 0 & y' = 0)
INIT. S. (XCONST. YCONST) << (REFLECT_1. REFLECT_2) << GOAL.
    
```

図 2 微小幅の領域内を進む質点のモデル

このようなモデルに対し、制御面に挟まれた領域内部に状態変数がとどまり続けることを保証したい。そのために提案手法では、繰り返し発生する離散変化の系列（ループ）を検出し、その系列中で状態変数が領域の内部にとどまり続けることを検証する。

### 2.2.1 フェーズ間の包含関係検査

ループの検出には、状態（フェーズ）間の包

Analysis of Hybrid Systems Involving Numerous Discrete Changes Using Invariants

†Kenichi Betsuno, Waseda University

‡Shota Matsumoto, Waseda University

§Yoshiaki Wakatsuki, Waseda University

¶Kazunori Ueda, Waseda University

含検査を用いる。ある時点におけるシステムの状態が、それ以前の時刻における状態に含まれている場合、以降のシステムの振る舞いは、過去の振る舞いの繰り返しとなる。2つのフェーズに図3の関係が成り立つとき、それらのフェーズは包含関係にある。

- |                          |
|--------------------------|
| (A) 採用される制約の集合が等しい       |
| (B) 成立するガード条件が等しい        |
| (C) 変数値の組の取りうる領域が包含関係にある |

図3 フェーズ間包含関係の条件

### 2.2.2 制御変数に関するループ検査

図3(C)が任意の変数について成り立つ場合、システムは無限にループする。しかし、本論文で対象とするのは、ある状態変数に関して図3(C)が成り立たないモデルである。そこで、制御変数  $s_1, s_2$  に着目したフェーズ間包含検査手法を導入する。導入する検査手法では、図3(C)において、制御変数  $s_1, s_2$  およびその導関数のとりうる領域を比較する。ここで、2つのフェーズ A, B において制御変数のとりうる領域が包含されている場合、システムはフェーズ A から B に至るループに入る。よって、フェーズ A から B にかけて  $s_1, s_2$  に関する不等式  $s_1 \leq 0 \leq s_2$  が満たされることを検証することで、ループにおいて  $s_1 \leq 0 \leq s_2$  が成立し続けることが保証される。このとき、 $s_1 \leq 0 \leq s_2$  はループ不変条件となり、これは状態変数が制御面に挟まれた領域内部にとどまっている条件と等価である。

制御変数に関するループは、制御変数以外の変数を含むガード条件の真偽が変化するとき、かつそのときに限り、終了する。図2のプログラムでは、制約 GOAL のガード条件に変数  $x$  が含まれているため、 $x=10000$  に到達したときに限り、ループが終了する。

### 3 ループ検出の実装および実験結果

HydLa の処理系である HyLaGI<sup>[4]</sup> に対し、制御変数に対するループの検出アルゴリズムを実装した。図2のプログラムを用いて実験を行った結果、図4に示すように Phase 3 と Phase 7 において制御変数に関する包含関係が成立し、ループを検出することができた。その他、スライディングモード制御によるブレーキ制御のモデルに対して実験を行い、ループの検出を通してスライディングモードに入ることを確認した。

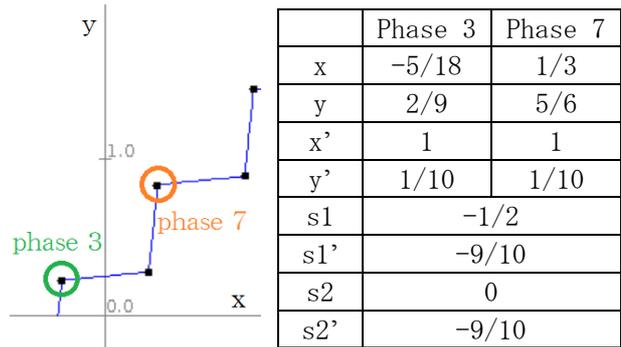


図4 制御変数に関する包含関係

### 4 まとめと今後の課題

本研究では、微小幅の領域内で多数の離散変化を繰り返し進行するハイブリッドシステムモデルについて、ループ不変条件に注目した解析手法を提案した。また、ハイブリッド制約言語 HydLa およびその処理系 HyLaGI を使い、フェーズ間の状態比較により制御変数に関して包含関係を検出することで、ループの検出を行った。本研究におけるモデル解析手法においては、本稿で提案したループの検出手法およびループ不変条件検査に加え、ループ停止に関する検証が必要となる。ループが停止することを検証するためには、システムが1ループごとに必ずループ停止条件に近づき、かつその差分の和が収束しないことが示せればよい。ループ停止に関する検証は、個別の問題への依存性が高く、これらの一般的な検証アルゴリズムの考案、およびその実装が今後の課題として挙げられる。

### 参考文献

- [1] Lunze, J. : Handbook of Hybrid Systems Control: Theory, Tools, Applications, Cambridge University Press, 2009.
- [2] 野波健蔵, 田宏奇: スライディングモード制御, コロナ社, 1994.
- [3] 上田和紀, 細部博史, 石井大輔: ハイブリッド制約言語 HydLa の宣言的意味論, コンピュータソフトウェア, Vol. 28, No. 1(2011), pp. 306-311.
- [4] 松本翔太, 上田和紀: ハイブリッド制約言語 HydLa の記号実行シミュレータ Hyrose, コンピュータソフトウェア, Vol. 30, No. 4(2013), pp. 18-35.