7A-05

費用見積のための資源配分を考慮した競争入札戦略

高野 祐一 † 石井 信明 ‡ 村木 正昭 §
† 専修大学 ‡ 文教大学 § 東京工業大学

1 はじめに

競争入札とは，売買・請負契約などにおいて最も有利な条件を示す者と契約を締結するための方法である．プロジェクトの請負契約を対象とした競争入札では，まず発注者からの招聘を受けた契約希望者が入札額を提出する．この時点では他者の入札額を知ることはできず，基本的には最も低い価格を提出した入札者がプロジェクト契約を落札する．落札者は発注されたプロジェクトを遂行し，その対価として発注者から入札額を受け取る．

競争入札では，入札者はプロジェクトを遂行するために必要な費用を見積もり，その見積額に基づいて入札額を決定する．実際の費用が見積額以下に収まれば，落札者には利益が生まれる．一方で実際の費用が見積額を超過すれば，落札者は損失を被る可能性がある．建設プロジェクトや IT プロジェクトの費用を正確に見積もることは難しく，入札額を決定する際には見積額の不確実性を考慮する必要がある．

見積作業に多くの人的・時間的資源を配分すれば，見積精度を高めることができる [1]．しかしながら，見積作業には相応の費用がかかる上に，通常は見積作業に配分できる資源量にも限度がある．そこで本研究では，「入札価格（入札利幅）」と「費用見積のための資源配分」を同時に決定する最適化モデルを提案する．いくつかの仮定の下で提案モデルの最適性条件を導出し，数値実験により提案モデルの有効性を検証する．

2 競争入札モデル

2.1 King-Mercer のモデル

プロジェクトの実際費用を定数 C，見積誤差を確率変数 e とし，見積額を $(1+e)C$ とする．そして利幅 m を決定変数とし，見積額に利幅を乗せて入札額を $B(m,e)=(1+m)(1+e)C$ とする．

A competitive bidding strategy with resource allocation for cost estimates
Yuichi TAKANO† Nobuaki ISHII‡ Masaaki MURAKI§
† Senshu University ‡ Bunkyo University
§ Tokyo Institute of Technology

入札額が b の場合の落札確率を $P(b)$ とする（具体例については文献 [3, 4] などを参照されたい）．契約を落札した際の利益は $B(m,e)-C$ となるため，入札者の期待利益は以下のように表せる [2]：

$$R(m)=\int (B(m,e)-C)\,P(B(m,e))\,\phi(e)\,\mathrm{d}e,$$

ただし，$\phi(e)$ は見積誤差 e の確率密度関数とする．

2.2 同時最適化モデル

King-Mercer のモデルでは見積誤差の確率分布は所与とされているが，見積作業に多くの人的・時間的資源を配分すれば，見積精度を高めることが可能である [1]．そこで本研究では，見積作業に配分する資源量を決定変数 w とし，見積作業によって生じる費用を $C\,w$ とする．また，見積誤差の確率密度関数を資源量 w に依存させて $\phi(e|w)$ と定義する．このとき，入札者の期待利益は以下のように定式化できる：

$$R(m,w)=\int (B(m,e)-C)\,P(B(m,e))\,\phi(e|w)\,\mathrm{d}e-C\,w.$$

本研究で提案する同時最適化モデルは，期待利益 $R(m,w)$ が最大となるように利幅 m と資源量 w を決定する．

3 最適性条件

同時最適化モデルの最適性条件を導出するために，以下の仮定を置く：

仮定 3.1. 入札者の見積誤差は区間 $[-D(w),D(w)]$ 上の一様分布に従う．

仮定 3.2. 競争入札における競合者は一人だけとし，競合者の見積誤差は区間 $[-D_1,D_1]$ 上の一様分布に従う．

競合者の入札利幅を m_1 とし，$E^-(m)=(1{+}m_1)(1-D_1)/(1+m)-1$，$E^+(m)=(1+m_1)(1+D_1)/(1+m)-1$ と定義するとき，以下の最適性条件が得られる：

命題 3.1. $-D(w)\le E^-(m)\le E^+(m)\le D(w)$ が成り立つ場合には，同時最適化モデルの最適解は以下の

方程式系の解となる：

$$m = \frac{\sqrt{3\,(1-m_1^2) - (1+m_1)^2 D_1^2}}{\sqrt{3}\,|1-D(w)|} - 1, \tag{1}$$

$$D'(w)\left(3\,(m_1^2 - m^2) + (1+m_1)^2\,D_1^2\right) + 3\,(1+m)^2\,D(w)^2\,D'(w) + 12\,(1+m)\,D(w)^2 = 0. \tag{2}$$

命題 3.2. $E^-(m) \le -D(w) \le D(w) \le E^+(m)$ が成り立つ場合には，同時最適化モデルの最適解は以下の方程式系の解となる：

$$m = \frac{3\,((1+m_1)\,(1+D_1)+1)}{2\,(D(w)^2+3)} - 1, \tag{3}$$

$$(1+m)^2\,D(w)\,D'(w) + 3\,D_1\,(1+m_1) = 0. \tag{4}$$

系 3.1. $D(w) = \delta/w$ と表される場合には，式 (2)，(4) はそれぞれ以下のように書ける：

$$w = \frac{\sqrt{3}\,\delta\,(1+m)}{\sqrt{12\,\delta\,(1+m) + 3\,(m^2-m_1^2) - (1+m_1)^2\,D_1^2}},$$

$$w = \sqrt[3]{\frac{\delta^2\,(1+m)^2}{3\,D_1\,(1+m_1)}}.$$

4 数値実験

数値実験により同時最適化モデルの有効性を検証する．図 1 は入札利幅と期待利益の関係を示しており，見積作業に配分する資源量 w が多いほど期待利益の高低差が大きく，利幅の最適化が重要となることが分かる．また資源量 w が少ない場合には，期待利益が最大となる利幅が比較的高く，見積誤差に起因する損失のリスクを回避していると考えられる．

図 2 は資源量と期待利益の関係を示しており，入札利幅が $m = 0.10$ の場合に期待利益が比較的高いことが分かる．また，利幅が高い（$m = 0.30$ の）場合には落札確率が低くなるために，資源量 w を減らして見積誤差を大きくし，落札確率を高めることが有効であると考えられる．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 25350455 の助成を受けたものである．

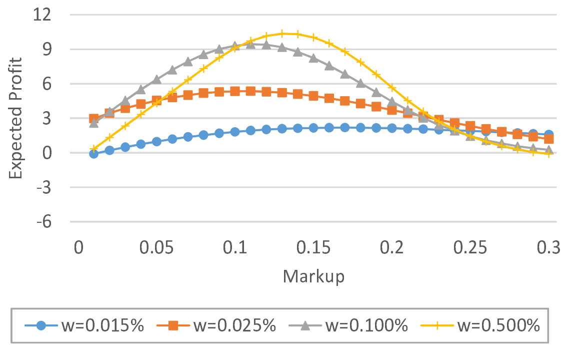

図 1: 入札利幅と期待利益の関係

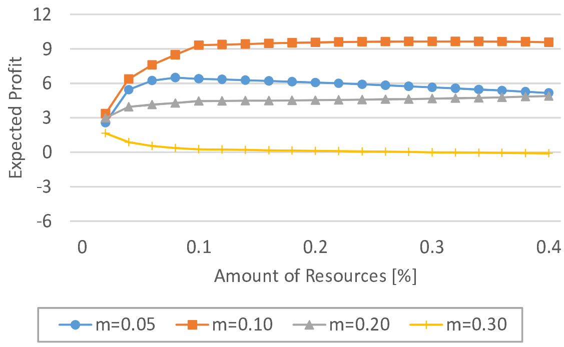

図 2: 資源量と期待利益の関係

参考文献

[1] P. Christensen and L.R. Dysert, “Cost Estimate Classification System,” *AACE International Recommended Practice*, No.17R-97 (1997).

[2] M. King and A. Mercer, “The Optimum Markup When Bidding with Uncertain Costs,” *European Journal of Operational Research*, Vol.47, No.3, pp.348–363 (1990).

[3] Y. Takano, N. Ishii, and M. Muraki, “A Sequential Competitive Bidding Strategy Considering Inaccurate Cost Estimates,” *OMEGA*, Vol.42, No.1, pp.132–140 (2014).

[4] 高野祐一, “競争入札戦略と決定理論モデル,” オペレーションズ・リサーチ：経営の科学, Vol.60, No.7, pp.369–373 (2015).