Vol. 23 No. 5 情報処理学会論文誌 Sep. 1982

データ従属の新表現方法の提案とその性質の考察†

中村 史朗††

データ従属の概念は，データベース理論の中で重要な位置を占める．従来，関数従属と多値従属とが代表的なものである．しかしこの2種類のデータ従属では，属性の間の基本的関係（1対1，多対1，1対多および多対多）のすべてを表現することはできない．さらに，多値従属はリレーション中の属性の実現値をベースとして定義されているため，その意味的根拠が不明確であり，問題を生じていた．これらを解決するため，本論文では基本関係（Association Unit）と呼ぶ新しいデータ従属表現を提案し，その性質を考察した．基本関係は，（1） 属性間の基本的関係をすべて表現できる，（2） 関係を記述する意味情報が豊富である，点に特徴がある．基本関係をベースとして新たな形の多値従属（これを RMVD と呼ぶ）を定義した．定義の形は全く異なるが，RMVD が従来の多値従属に制限を加えた概念であることを明らかにした．その結果，RMVD においては，従来の多値従属で問題となっていた推移律が推論規則から除外される．また，基本関係は関数従属の表現能力も包含していることを明らかにした．以上のように，基本関係は情報構造の最小単位を取り扱うにもかかわらず，大きな表現能力を持っている．今後，他データ・モデル記述のためのメタモデルとしての活用などが期待できる．

1. はじめに

Codd により提案されたリレーショナル・モデル[4]は，データベース理論に関する活発な研究活動を促した．データ従属は，その中心テーマの一つである．Codd 自身，関数従属の概念を導入しリレーションの正規化を行った[5]．その後種々のデータ従属の提案がなされている．その中で最も重要なものは，多値従属[7),14]である．

関数従属と多値従属により，データ間の関係の相当部分は表現可能であるが，まだ次のような問題が残っている．

（1） 属性（の集合）X と Y との間に，ある意味的な関連があるとする．この時，X と Y との関係は以下の4種類のいずれかに分類できる．

（a） 1対1対応 (One-to-one)

（b） 多対1対応 (Many-to-one)

（c） 1対多対応 (One-to-many)

（d） 多対多対応 (Many-to-many)

（たとえば多対1対応というのは，X の一つの値に対してはたかだか一つの Y の値が対応し，Y の一つの値に対しては複数の X の値が対応し得ることを示す．）（a），（b）の関係においては，常に関数従属 $X \to Y$ が成立する．多値従属 $X \to\to Y$ は，（c）および（d）の型の一部を表現するが，すべてをカバーすることはできない．したがって関数従属と多値従属だけでは，データ間の基本的関係を表現するには不足である．

（2） 2章で述べるように，関数従属の定義は明確であるのに対し，多値従属 $X \to\to Y$ は X と Y との関係だけでは定めることができない．リレーション $R(X, Y, Z)$ において，$X \to\to Y$ は X, Y, Z の実現値の間の関係として定義され，その意味との関連性は必ずしも明確でない．直観的には，$X \to\to Y$ は Y と Z とが直接の関連を持たないことを意味するように見えるが，多値従属の定義ではそれ以外の場合にも $X \to\to Y$ の存在を許す（4章の定理3の証明ならびに注参照）．これは多値従属の望ましくない性質である．（多値従属における推移律を中心とする問題については，すでに別報[12]にて議論した．）したがって意味的により強化された概念が必要である．

本論文では上記問題を解決するため，新しいデータ従属表現を提案しその基本的性質について考察する．まず3章で，基本関係（Association Unit）と呼ぶ概念を導入する．基本関係は，上記（1）で述べた4種類の属性間の関係を意味情報を付加した形で表現する．（Codd も最近の論文[6]で主張しているように，意味情報をより多く取り込んだデータ・モデルの構築が今後の重要課題の一つである．）3章ではさらに基本関係をベースとしたいくつかの概念を定義し，4章でその性質を関数従属，多値従属についてのこれまでの成果との比較の形で考察する．

† A New Representation of Data Dependencies and its Characteristic Considerations by FUMIO NAKAMURA (Systems Development Laboratory, Hitachi, Ltd.).

†† 日立製作所システム開発研究所

2. リレーショナル・データベースの基本概念

2.1 リレーション

属性* (Attribute) とは，単位情報につけられた名前である（たとえば，EMPLOYEE #, NAME）．各属性には，その属性が取り得る値の集合である領域 (Domain) が対応する．属性 A に対応する領域を，DOM(A) と記す．一つの領域は複数の属性と関係づけられて良い．

属性の集合 $U=\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 上のリレーション (Relation) とは，直積 DOM(A_1)×DOM(A_2)×…×DOM(A_n) の部分集合のことである．リレーションの要素（行）をタプル (Tuple) と呼ぶ．属性の集合 $\{A_1, A_2, \cdots, A_n\}$ 上のリレーション R を，$R(A_1, A_2, \cdots, A_n)$ と記す．リレーションの定義情報をリレーション・スキーム (Relation Scheme) という．データ従属 (Data Dependency) は，リレーション・スキーム上で定義される．あるデータ従属があるリレーション・スキーム上で成立するということは，そのスキームの具現である任意のリレーションにおいて常に当該データ従属が成立することを意味する．したがって今後誤解の生じるおそれのない場合，リレーション・スキームの代りにリレーションを用いる．（すなわち，あるリレーションにおいてあるデータ従属が成立すると言った場合，そのデータ従属は偶然そのリレーションにおいて成立したものではなく，ベースとなるリレーション・スキームにおいて成立することを意味する．）

リレーション $R(U)$ における一つのタプルを u とする．Y が U の部分集合の時，Y の要素に対応する u の値のみから成るタプルを $u[Y]$ と記す．R の Y 上での射影 (Projection) $R[Y]$ は次のように定義される．

$$R[Y]=\{u[Y] \mid u\in R\}.$$

属性の集合 X のある値を x とする．上と同様，Y 上の x による条件付射影は以下のように定義される．

$$R[x, Y]=\{u[Y] \mid u\in R \text{ かつ } u[X]=x\}.$$

2.2 データ従属

（1） 関数従属 (Functional Dependency, 以後 FD と略す)—X ならびに Y をそれぞれ属性の集合とすると，FD は $f: X\rightarrow Y$ と表現される．リレーション $R(X, Y, \cdots)$ において f が成立する時，同一の X の値を持つ二つのタプルは常に同一の Y の値を持つ．通常簡単化のため f を省いて $X\rightarrow Y$ と書く．

（2） 多値従属 (Multivalued Dependency, 以後 MVD と略す)—リレーション $R(U)$ において X および Y を U の部分集合とする．また，$Z=U-XY$ とする (XY は X と Y の和集合を意味する)．X から Y への MVD: $X\rightarrow\rightarrow Y$ が成立する必要十分条件は，任意の XZ の値 xz に対し下記が成立することである．

$$R[xz, Y]=R[x, Y].$$

$X\cap Y\neq\phi$ の時，$X\rightarrow\rightarrow Y$ が成立することは $X\rightarrow\rightarrow Y-X$ が成立することと同値である．これは定義から明らかである．また $X\rightarrow\rightarrow Y|Z$ は，$X\rightarrow\rightarrow Y$ かつ $X\rightarrow\rightarrow Z$ を示す．

FD の定義から明らかなように，$X\rightarrow Y$ は X および Y のみで定義され他の属性とは独立である．一方，$R(X, Y, Z)$ における MVD: $X\rightarrow\rightarrow Y$ の妥当性は，Z の存在に依存し X と Y のみからは決定できない．すなわち，$X\rightarrow\rightarrow Y$ が $R(X, Y, Z)$ においては成立せず，$R(X, Y, Z')$ においては成立することがあり得る（ここに $Z'\subset Z$）．また MVD は 1 対多および多対多の関係のすべてを表現することはできない．このことが，正しく MVD を指定することを困難にしている．これは，多くの属性が一つのリレーションに存在する時顕著となる．

$X\supseteq Y$ の時，FD: $X\rightarrow Y$ は自明 (trivial) であるという．$R(X, Y, Z)$ における自明な MVD: $X\rightarrow\rightarrow Y$ は，$X\supseteq Y$ ないし $Z=\phi$ の時定義される．自明でない MVD: $X\rightarrow\rightarrow Y$ が FD でない時，それを強 (strong) MVD と呼ぶ．

FD ならびに MVD についての完全な推論規則 (Inference Rules) については，すでに検討が完了している[1),3)]．以下にその結果を列挙する（これらは 4 章で参照する）．

FD 推論規則

FD 1 (Reflexivity): $X\supseteq Y$ ならば $X\rightarrow Y$.

FD 2 (Augmentation): $W\supseteq Z$ かつ $X\rightarrow Y$ ならば $XW\rightarrow YZ$.

FD 3 (Transitivity): $X\rightarrow Y$ かつ $Y\rightarrow Z$ ならば $X\rightarrow Z$.

（以下は冗長な規則）

FD 4 (Pseudo-transitivity): $X\rightarrow Y$ かつ $YW\rightarrow Z$ ならば $XW\rightarrow Z$.

FD 5 (Union): $X\rightarrow Y$ かつ $X\rightarrow Z$ ならば $X\rightarrow$

---

* 単一属性に対してはアルファベットの最初の方の文字 ($A, B, \cdots$) を，属性の集合に対しては最後の方の文字 ($Z, Y, \cdots$) を用いる．

YZ.

FD 6 (Decomposition): $X \to YZ$ ならば $X \to Y$ かつ $X \to Z$.

MVD 推論規則

MVD 0 (Complementation): $R(U)$ において $XYZ=U$ かつ $Y \cap Z \subseteq X$ の時, $X \twoheadrightarrow Y$ の必要十分条件は $X \twoheadrightarrow Z$ である.

MVD 1 (Reflexivity): $X \supseteq Y$ ならば $X \twoheadrightarrow Y$.

MVD 2 (Augmentation): $W \supseteq Z$ かつ $X \twoheadrightarrow Y$ ならば $XW \twoheadrightarrow YZ$.

MVD 3 (Transitivity): $X \twoheadrightarrow Y$ かつ $Y \twoheadrightarrow Z$ ならば $X \twoheadrightarrow Z-Y$.

(以下は冗長な規則)

MVD 4 (Pseudo-transitivity): $X \twoheadrightarrow Y$ かつ $YW \twoheadrightarrow Z$ ならば, $XW \twoheadrightarrow Z-YW$.

MVD 5 (Union): $X \twoheadrightarrow Y$ かつ $X \twoheadrightarrow Z$ ならば $X \twoheadrightarrow YZ$.

MVD 6 (Decomposition): $X \twoheadrightarrow Y$ かつ $X \twoheadrightarrow Z$ ならば $X \twoheadrightarrow Y \cap Z$, $X \twoheadrightarrow Y-Z$ および $X \twoheadrightarrow Z-Y$.

FD-MVD 推論規則

FD-MVD 1: $X \to Y$ ならば $X \twoheadrightarrow Y$.

FD-MVD 2: $Y \cap Z = \phi$ かつ $Z \supseteq Z'$ とした時, $X \twoheadrightarrow Z$ かつ $Y \to Z'$ ならば $X \to Z'$.

(以上の推論規則の略号は, 4章で頻繁に用いる.)

3. 基本関係 (Association Unit)

1章で述べたように, 関数従属 (FD) ならびに多値従属 (MVD) だけでは, 属性間の基本的関係のすべてを表現することはできない. とくに多値従属はその定義が実現値重視となっており, 定義の意味的裏付けが十分でない.

上記問題を解決するため, 本章ではまず属性間の基本的な関係を表現する手段を与える. それを出発点としていくつかの定義を行い, 最後に多値従属を新たな形で定義する. (この定義と従来の多値従属との関係については4章で考察する.)

[定義 1] 基本関係 (Association Unit, 以後 AU と略す) は, 属性 (の集合) 間の関係を表現するものであり, その一般形は, $f: r_1(X) \sim r_2(Y)$ である. ここに,

(1) X, Y は属性 (の集合) あるいは別の AU 名である. ノードとも呼ぶ.

(2) r_1, r_2 はそれぞれ X, Y の役割 (role) を示す.

(3) $\sim$ は関係 (Association) を示す. エッジとも呼ぶ.

(4) f はできた AU を表現する名前である.

f, r_1 ならびに r_2 は省略可能である.

[定義 2] AU には次の4種類のタイプがある.

(1) タイプ 0: XY (XY が組として一つの意味を持つ.)

(2) タイプ 1: $X \leftrightsquigarrow Y$ (X と Y が1対1対応である.)

(3) タイプ 2: $X \smile Y$ (X と Y が多対1対応である.)

(4) タイプ 3: $X \sim Y$ (X と Y が多対多対応である.)

(1対多対応は, タイプ2において X と Y とを入れ替えたものである. すなわちタイプ2で表現される.)

例 1:

- タイプ 0—{EMP #, CHILD-NAME} ($\smile$CHILD-AGE)
- タイプ 1—EMP #$\leftrightsquigarrow$SOC-SEC-NO
- タイプ 2—EMP #$\smile$SALARY
- タイプ 3—EMP #$\sim$PROJ #

f も r も AU の意味を明確にするためには必要であるが, とくに次のような場合には必須である.

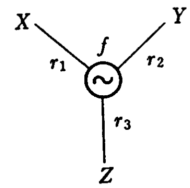
- 部品間の親子関係の表現—親 (PART #)$\sim$子 (PART #)
- プロジェクトにおける部品の使用関係とその個々の関係における使用量の表現—f_1: PART #$\sim$PROJ #, $f_1 \smile$QNTY
- 属性間に2種類の関連がある時—
  f_2(プロジェクト従事者): 従事 (EMP #)$\sim$PROJ #
  f_3(プロジェクト管理者): 管理 (EMP #)$\smile$PROJ #

注) AU はデータベース化の対象となる世界 (実世界) における, 属性間の最も基本的な関係を表現することを目的に導入されたものである. すなわち, 役割 r_1, r_2 の下で属性 X と Y との間に, f という意味を持った関係 $\sim$($\leftrightsquigarrow$, $\smile$の場合を含めて) が存在することを表す. この f と r が AU の持つ意味的情報を豊かにする. これが AU の最大の特徴である. これにより, 例1における f_2, f_3 のような関係を表現できる.

[定義 3] 3種類以上の属性集合により一つの基本関係が形成される場合, 下記の表現を用いる.

$$f: \sim(r_1(X_1), r_2(X_2), \cdots, r_n(X_n))$$

定義3の表現方法は視覚的でない. 図形的表現方法として下記を導入する. 下記は, $f: \sim(r_1(X), r_2(Y), r_3(Z))$ と等価である.



例 2：プロジェクト番号（J#），部品番号（P#）ならびに供給者番号（S#）の組合せにより，どのプロジェクトがどの供給者からどの部品を購入しているかという関係を表現する必要がある時，次の AU が成立する．

JPS：〜(J#, P#, S#)

JPS という関係は，J#, P# および S# の3種類の属性間の関係として意味を持つものであり，J#〜P#, P#〜S#, S#〜J# のいずれともまたそれらのどの組合せとも等価ではない．

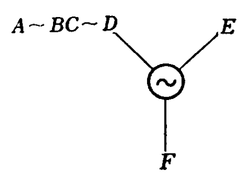
AU と MVD との関連をつける準備として，次の二つの定義を行う．

［定義 4］ 下記条件が成り立つ時，またその時に限り X, Y の間には道 (Path) が存在するという．

（1） X, Y はそれぞれ与えられた AU 群のいずれかのノードに等しいかその部分集合である．

（2） X から出発して AU（タイプ0を含む）を経由して Y に到達できる．（経由とは，AU の一つのノードからそのエッジを通って，一方のノードへ移ることを指す．）

例 3：次のような AU 群を考える（AU グラフとも呼ぶ）．



上図において以下の属性間には道が存在する．

A と BC, A と B, B と C, B と F etc.

一方，AD, CE などと他の属性間には道がない．

［定義 5］ 次の条件が成り立つ時，またその時に限り X, Y 間には結合 (Connection) が存在するという（X, Y は結合されているともいう）．X--Y と表す．

- 適当な X, Y の部分集合 $X' \subseteq X, Y' \subseteq Y$ を選んだ時，X', Y' 間に少なくとも一つの道が存在する．

例 4：例3において，任意の属性の集合間に結合が存在する．

［定義 6］ X, Y の間に結合が存在しない時，またその時に限り X, Y は互いに独立 (Independent) であるという．

次に MVD との関連をつけるため新たな定義を行い，それを Revised MVD あるいは Restricted MVD (RMVD と略す) と呼ぶ．(Restricted と呼んだ理由は4章で明らかにする．)

［定義 7］ 次の条件が成り立つ時，またその時に限り RMVD：$X \twoheadrightarrow Y$ がリレーション $R(X, Y, Z)$ に存在するという（ただし，$Y \cap Z \subseteq X$）．

- Y と Z との間には X を経由しないような結合は存在しない．（X 経由の Y, Z 間の結合とは，Y--X--Z を意味する．）

例 5：SKILL〜EMP#〜PROJ#

上例において RMVD：EMP#$\twoheadrightarrow$SKILL|PROJ# が成立する．

［定義 8］ RMVD に関し，従来の MVD との対応で以下の用語を定義する．リレーションとして $R(X, Y, Z)$ を仮定する．

（1） $X \supseteq Y$ あるいは $Z = \phi$ の時，$X \twoheadrightarrow Y$ を自明な (trivial) RMVD という．

（2） 自明でない RMVD：$X \twoheadrightarrow Y$ において，$X \rightharpoonup Y$ でも $X \leftrightsquigarrow Y$ でもない時，$X \twoheadrightarrow Y$ を強 (strong) RMVD という．

（3） RMVD：$X \twoheadrightarrow Y|Z$ が成立する時，Y と Z とは X の下で条件付独立 (Conditionally Independent) であるという．

（4） $X = \phi$ ならば Y と Z とは互いに独立であり，$\phi \twoheadrightarrow Y|Z$ を得る．

全属性と AU とが与えられた時，仮に互いに独立なグループがあれば，それらの属性グループの間には意味的な関連がない．したがって，それらは最初から分けて検討すればよい．そのため，4章の考察においては，とくに言及しない限り独立な属性集合が存在しない場合について考える．

4. 従来のデータ従属との比較考察

本章では，3章で定義した基本関係（AU）ならびに新たな多値従属（RMVD）が有する性質を，関数従属（FD）ならびに多値従属（MVD）との比較の形で考察する．

［定理 1］ タイプ1およびタイプ2の AU と FD との間には，次の関係がある．

（1） $X \leftrightsquigarrow Y$ は $X \to Y$ かつ $Y \to X$ と同値である．

（2） $X \rightharpoondown Y$ は $X \rightarrow Y$ かつ $Y \nrightarrow X$ と同値である.

（証明） AU ならびに FD の定義から明らか.

注） 3章で述べたように, AU は f と r の導入による意味を重視した概念である点に注意する必要がある. すなわち3章の例1の f_1, f_2 で示したように, 同じ X, Y 間に2種類の AU, $f: r_1(X) \sim r_2(Y)$ と $f': r_3(X) \sim r_4(Y)$ が存在する場合があり得る. この時, AU: $X \rightsquigarrow Y$ と FD との同値性の議論は, f の環境において意味がある.

タイプ1およびタイプ2 AU と FD との同値性より, 2章で述べた FD に関する規則はすべてタイプ1およびタイプ2 AU に対しても当てはまる.

次に MVD と RMVD との関係を明らかにする.

［定理 2］ リレーション $R(X, Y, Z)$ において RMVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ が成立すれば, 同じく MVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ も成立する.

（証明） RMVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ が成立すれば, Y と Z とは X を介してのみ結合 (Y--X--Z) されている. したがって X の任意の値 x をとった時, $R[x, Y]$ と $R[x, Z]$ との組合せには制約がない. したがって R のタプルとしては, $\{x\} \times R[x, Y] \times R[x, Z]$ のすべてが存在する. これはすなわち, MVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ が成立することを示している.

［定理 3］ 定理2の逆は成立しない.

（証明） 反例を示せば十分である. $X \rightharpoondown Y \sim Z$ を考える (X, Y, Z は互いに素とする). (具体例としては, AC#⇀EMP#～SKILL, AC# は預金口座番号.) この時, 定理1より FD: $X \rightarrow Y$ が成立する. したがって2章の FD|-|MVD1 の規則より $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ を得る. MVD0を用いて $X \rightarrow\!\!\rightarrow Z$ を得る. すなわち(強)MVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Z$ が成立する. しかるに, Y と Z とは X を介することなく結合されているので, RMVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Z$ は成立しない.

注） RMVD が属性間の関係の意味を重視した定義であるのに対し, MVD が単に実現値の関係を重視した定義であることによる差が, 上の例に如実に示されている. 上例において, MVD としては $Y \rightarrow\!\!\rightarrow X|Z$ および $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y|Z$ の両者が成立するのに対し, RMVD としては $Y \rightarrow\!\!\rightarrow X|Z$ のみが成立する. しかしながら $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y|Z$ は無用のものであり, 場合によっては (たとえばリレーションの分解に用いる場合など) 有害ですらある. すなわち AU グラフから明らかなように, この場合の R の正しい分解は $S(X, Y)$ と $T(Y, Z)$ である (具体的には S(AC#, EMP#), T(EMP#, SKILL)). しかしながら, 単に MVD: $Y \rightarrow\!\!\rightarrow X|Z$ と $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y|Z$ (あるいは $X \rightarrow Y$) が与えられた場合, どちらをベースに分解したら良いか明確でない. (これは, AU のデータベース設計における有用性を示唆している.)

定理2と3によって, RMVD は MVD に制限をつけた概念であることを明らかにした (これが Restricted と呼んだ理由である). したがって, MVD に関する性質は RMVD においても成り立つ場合とそうでない場合とがある. 以下この点を明らかにする.

［定理 4］ リレーション $R(X, Y, Z)$ において, RMVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ が成立すれば, $R'(X, Y', Z')$ において常に $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y'$ が成立する. ただし, $Y' \subseteq Y, Z' \subseteq Z$.

（証明） $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ より, Y と Z の間には X を経由しない結合は存在しない. 故に, Y' と Z' との間にも X 経由以外の結合が存在しないのは明らか. したがって $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y'$.

［定理 5］ MVD に関する次の規則は, RMVD においても成立する.

（1） MVD 0, （2） MVD 1, （3） MVD 2,
（4） MVD 5, （5） MVD 6

（証明） 上記番号対応に証明する. (各規則の内容は2章を参照のこと.)

（1） RMVD の定義より明らか (Y を Z で置き換えても結果は同じ.)

（2） $Y \subseteq X$ ならば, Y は X を介した結合しか持ち得ないのは明らか.

（3） $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ より, Y は X を介する以外の結合は持たない. また $Z \subseteq W$ であるので, YZ は XW を介する以外の結合は持たない. 故に, $XW \rightarrow\!\!\rightarrow YZ$.

（4） リレーション $R(X, Y, Z, W)$ を考える. ここに W と XYZ は互いに素とする. R において, RMVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y, X \rightarrow\!\!\rightarrow Z$ が成立するとする. まず R において RMVD: $X \rightarrow\!\!\rightarrow W$ が成立することを示す. 仮に $X \rightarrow\!\!\rightarrow W$ が成立しないとする. この場合, W は X を介さずに Y あるいは Z と結合されていなければならない. しかしながら, いずれの場合も以下のように矛盾が生じる.

（a） $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y$ より, Y は X を介さずに W との結合は持ち得ない.

（b） $X \rightarrow\!\!\rightarrow Z$ より, Z は X を介さずに W との結合は持ち得ない.

したがって, $X \rightarrow\!\!\rightarrow W$ が成立する. 故に (1) より $X \rightarrow\!\!\rightarrow YZ$.

（5） MVD6 は, MVD0 と MVD5 により導くことができる[3]. 両者とも RMVD において成立するので, MVD6も RMVD において成立する. (ただし, MVD6 の条件部は, “$R(U)$ において $X \rightarrow\!\!\rightarrow Y|U-XY$ と $X \rightarrow\!\!\rightarrow Z|U-XZ$ のいずれも成立すれば” と変更する.)

MVD の推移律 (MVD3) の問題点については,

既に別報[12]にて論じた．そこでは，一部の例外を除いて推移条件を満たすようなリレーションは存在しないことを明らかにした．この例外（たとえば定理3の証明中の例）は，MVD の意味的根拠の希薄さによる．これに対し，RMVD は明確な意味付けがなされている．すなわち，$R(X, Y, Z)$ における RMVD：$X \twoheadrightarrow Y | Z$ は Y と Z との間の関連の（条件付）独立性を意味している．したがって MVD と異なり，RMVD においては（真の）推移条件を満たすようなリレーションは存在しない．以下でこれを明らかにする．（仮にリレーション $T(X, Y, Z, W)$ において，RMVD の推移条件 $X \twoheadrightarrow Y, Y \twoheadrightarrow Z$ が成立するとする．定理4により，この二つの RMVD は $R(X, Y, Z)$ においても成立する．したがって，R において推移条件が成立しないことが言えれば，T においても成立しない．故に以下では $R(X, Y, Z)$ について考察する．）

$R(X, Y, Z)$ において，RMVD：$X \twoheadrightarrow Y, Y \twoheadrightarrow Z$ が成立するとする．これらの RMVD は，下記と同値である（3章の最後に述べたように，XYZ の中に独立な属性はないとする）．

（1） Y と Z とは X を介してのみ結合されている．
$(Y\text{--}X\text{--}Z)$

（2） Z と X とは Y を介してのみ結合されている．
$(Z\text{--}Y\text{--}X)$

（1）と（2）の間の矛盾は明白なようであるが，X, Y, Z が互いに素でない場合には，必ずしも矛盾しない．たとえば，リレーション $S(A, B, C, D)$ において，$A \twoheadrightarrow B$ および $A \twoheadrightarrow C$ が成立するとする．この時それぞれを A, B で増加させることにより，$A \twoheadrightarrow AB$, $AB \twoheadrightarrow BC$ を得る．この場合，増加後の RMVD 間には当然矛盾はない．しかしながらこの例においては，もともと推移条件は存在せず人為的に作り出されたにすぎない．このようなものと真の推移条件，たとえば $A \twoheadrightarrow B, B \twoheadrightarrow C$（この場合には矛盾が発生），とを区別する必要がある．そのため，まず最小（Elementary）RMVD の概念を導入する．

［定義 9］ RMVD：$X \twoheadrightarrow Y$ が下記条件を満たす時，それを最小 RMVD という．

（1） $X \twoheadrightarrow Y$ は強 RMVD である．

（2） X, Y のいかなる真部分集合 X', Y' に対しても $X' \not\twoheadrightarrow Y, X \not\twoheadrightarrow Y'$，かつ $X' \not\twoheadrightarrow X''Y$（ここに $X'X'' = X$）．（したがって $X \cap Y = \phi$.）条件 $X \not\twoheadrightarrow Y'$ をなくし，代りに $X \cap Y = \phi$ を入れたものを左最小（Left Elementary）という．（たとえば，最小 RMVD：$X \twoheadrightarrow Y, X \twoheadrightarrow Z$ のユニオン $X \twoheadrightarrow YZ$ は左最小である．）

［定理 6］ いかなるリレーションにおいても，推移条件を満たすような左最小 RMVD は存在しない．

（証明） 上述の議論に基づき，リレーション $R(X, Y, Z)$ において左最小 RMVD：$X \twoheadrightarrow Y, Y \twoheadrightarrow Z$ が成立すると仮定する．左最小ということより，$X \cap Y = \phi$, $Y \cap Z = \phi$ を得る．すなわち，Y は他の属性とは素である．X と Z との関係を調べるため，仮に X と Z との間に共通な属性集合 V があるとする．すなわち，$X = X'V, Z = Z'V$ かつ X', Z', V は互いに素とする．この時，仮定した RMVD より下記を得る．

（1） $Y\text{--}X'V\text{--}Z'$

（2） $X'\text{--}Y\text{--}Z'V$

（1）より，Z' は X' ないし V を介してのみ Y と結合される．しかるに（2）より，Z' は Y を介することなく X' と結合することはできない．故に，Z' は V を介してのみ他の属性と結合されている．これは RMVD：$V \twoheadrightarrow Z' | X'Y$ が成立することを意味する．したがって，仮定した RMVD：$X'V \twoheadrightarrow Y$ は左最小ではなくなる．故に $V = \phi$ でなければならない（すなわち $X' = X, Z' = Z$）．これより，X, Y, Z は互いに素である．しかるに，（1）では Z は X を介してのみ Y と結合されるといっているのに対し，（2）では Z は Y を介してのみ X と結合されることを主張している．これは矛盾である．この矛盾は，推移条件 $X \twoheadrightarrow Y, Y \twoheadrightarrow Z$ を仮定したことによる．故に推移条件を満たすような左最小 RMVD は存在しない．

［定理 7］ いかなるリレーションにおいても，擬似推移条件（MVD 4 の条件）を満たすような左最小 RMVD は存在しない．

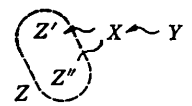
（証明） 略（定理6の証明に準じる）．

［定理 8］ FD-MVD 1 ルールは，RMVD においては成立しない．

（証明） 再び定理3の証明で用いた例，$X \frown Y \sim Z$ について考える．この時，FD：$X \rightarrow Y$ が成立する．しかしながら RMVD の定義より，Y は Z と直接結合しているため RMVD：$X \twoheadrightarrow Y$ は成立しない．

最後に FD-MVD 2 ルールについて簡単に考察する．この規則が成り立つ例としては，次のような場合がある．

この場合，確かに FD：$Y \rightarrow Z'$ と RMVD：$X \twoheadrightarrow Z$



(具体例としては，BUDGET — DEPT # — EMP #
PHONE)

とが成立する．しかしながら，$Y \rightarrow Z'$ は $X \sim Z'$（したがって $X \rightarrow Z'$）があって初めて指定できるものである．したがって，$X \rightarrow Z'$ をわざわざ FD-MVD 2 ルールを用いて導き出すのは主客転倒である（これに関する議論の詳細は別のところで行った[12]のでここで再述はしない）．

5. おわりに

本論文では，基本関係（Association Unit, AU）と呼ぶ概念を導入し，従来の関数従属ならびに多値従属との比較考察を行った．基本関係は，（1）1章で述べた属性間の基本的関係をすべて表現できる，（2）関係を記述する意味情報が豊富である，点に特徴がある．基本関係を導入した最大の動機は，実世界の情報構造の最小単位の記述である．（この点で，分解不可能なリレーション（Irreducible Relation）[8),9)] の概念と無縁ではない．）

基本関係をベースとして多値従属の改善版（これを RMVD と呼ぶ）を定義した．従来の多値従属が実現値のみに基づいた定義でありその意味付けが不明確なのに対し，RMVD は属性間の意味的な関連をベースとしている．両者の定義の形は全く異なるが，RMVD が従来の多値従属に制限を加えた概念であることを4章で明らかにした．また RMVD においては，従来の多値従属で問題になっていた[12)]推移律が推論規則から除かれることも明らかにした．すなわち，RMVD は従来の多値従属の不備な性質を除去した概念である．言い換えると，Fagin が当初多値従属を提案した目的[7)] をより忠実に実現したものといえる．

本論文の目的は，基本関係の導入と従来のデータ従属とくに多値従属に関連した理論の考察であり，今後基本関係に関し次のような分野での展開が期待される．

（1） 基本関係はその導入の目的が，前述のように情報構造の最小単位の記述にある．したがって，メタモデルとして他のデータ・モデルを定式化できると考えられる．

（2） （1）と関連して，基本関係という共通のメタモデルの下でのデータ・モデルに関する理論の体系化．

（3） 本文で述べたように（4章の定理3の注参照），基本関係は実世界の表現すなわちデータベース設計に適用できる可能性がある．このためには，その手法ならびにツール化の検討が必要である．（本論文の範囲だけでも，多値従属より RMVD の方がデータベース設計には有用である．）

謝辞 最後に，研究推進に当たり常に指導をいただいている日立システム開発研究所吉田郁三氏に感謝の意を表します．また原稿段階で的確な内容上の指摘をしていただいた査読者の方に感謝いたします．

参 考 文 献

1) Armstrong, W. W.: Dependency Structures of Database Relationships, *Proc. IFIP '74*, North Holland (1974).
2) Beeri, C., Bernstein, P. A. and Goodman, N.: A Sophisticate's Introduction to Database Normalization Theory, *Proc. 4th VLDB Conf.* (Oct. 1978).
3) Beeri, C., Fagin, R. and Howard, J. H.: A Complete Axiomatization for Functional and Multivalued Dependencies in Database Relations, *Proc. SIGMOD Conf.* (Aug. 1977).
4) Codd, E. F.: A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks, *Comm. ACM*, Vol. 13, No. 6 (June 1970).
5) Codd, E. F.: Further Normalization of the Data Base Relational Model, in Data Base Systems (Courant Computer Science Symposium 6), Prentice-Hall (1972).
6) Codd, E. F.: Extending the Database Relational Model to Capture More Meaning, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol. 4, No. 4 (Dec. 1979).
7) Fagin, R.: Multivalued Dependencies and a New Normal Form for Relational Databases, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol. 2, No. 3 (Sept. 1977).
8) Falkenberg, E.: *Concepts for Modelling Information, Modelling in DBMS*, North Holland (1976).
9) Hall, P., Owlett, J. and Todd, S.: *Relations and Entities, Modelling in DBMS* North Holland (1976).
10) 勝野裕文：多値従属性の意味について，電子通信学会研究会（March 1980).
11) Kent, W.: *Data and Reality*, North Holland (1978).
12) Nakamura, F. and Chen, P. P.: Semantic Considerations on Multivalued Dependencies in

Relational Databases, *JIP*, Vol. 4, No. 3 (Sept. 1981).

13) Schmid, H. A. and Swenson, J. R.: On the Semantics of the Relational Model, *Proc. SIGMOD Conf.* (May 1975).

14) Zaniolo, C.: Analysis and Design of Relational Schemata for Database Systems, Ph. D. Dissertation, Computer Science Department, UCLA, Tech. Rep. UCLA-ENG-7669 (July 1976).

(昭和 56 年 10 月 9 日受付)
(昭和 57 年 3 月 18 日採録)